NOUVEAUX MÉMOIRES

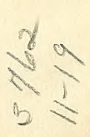
DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES ET BELLES-LETTRES

DE BRUXELLES.



NOUVEAUX MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES

DE BRUXELLES.

TOME IV.



BRUXELLES,

M. HAYEZ, IMPRIMEUR DE L'ACADÉMIE ROYALE.

1827.

TABLE

DES

MATIÈRES CONTENUES DANS CE VOLUME.

Pages.

Ire SÉRIE. — MÉMOIRES DES ACADÉMICIENS.

Pages.

IIme SÉRIE. — MÉMOIRES DES CORRESPONDANS.

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

LISTE

DES

MEMBRES ORDINAIRES, HONORAIRES ET DES CORRESPONDANS

DE L'ACADÉMIE.

PROTECTEUR.

LE ROI.

PRÉSIDENT.

M. Le Prince de Gavre, membre honoraire.

DIRECTEUR.

M. Raoux (A. G.), conseiller d'état. . . . . à *Bruxelles*.

SECRÉTAIRE PERPÉTUEL.

M. Dewez (L. D. J.), inspecteur des athénées et des colléges. *Idem*.

MEMBRES.

MM.

Van Wyn (H.), archiviste du royaume. . . . . . *La Haye*.
Raepsaet (J. J.), conseiller d'état en service extraordinaire. *Audenarde*.
Van Hulthem (Ch.), membre de la seconde chambre des états-généraux. . . . . *Gand*.
Sentelet (J. F.), professeur émérite à l'université. . . *Louvain*.

Van Marum (M.), directeur du musée. . . . . . . *à Harlem.*
Van Lennep (D. J.), professeur à l'athénée. . . . . *Amsterdam.*
Cornelissen (N.), secrétaire-inspecteur de l'université. *Gand.*
Vrolik (G.), professeur à l'athénée. . . . . *Amsterdam.*
Van Heusde (P. W.), professeur à l'université. . . . *Utrecht.*
Van Mons (J. B.), professeur à l'université. . . . . *Louvain.*
Kesteloot (J. L.), professeur à l'université. . . . *Gand.*
Wauters (P. E.), médecin. . . . . *Idem.*
Le Baron de Geer (L. W. L.), greffier de la seconde chambre des états-généraux. . . . . *Jutfaas, près d'Utrecht.*
Thiry (C. E. J.), inspecteur général du cadastre. . . *Bruxelles.*
D'Omalius (J. J.), gouverneur de la province. . . . *Namur.*
Kickx (J.), pharmacien. . . . . *Bruxelles.*
Meyer (J. D.), avocat. . . . . *Amsterdam.*
Le Baron Van Utenhove (J. M. C.), membre de la seconde chambre des états-généraux. . . . . . . *Jutfaas, près d'Utrecht.*
Garnier (J. G.), professeur à l'université. . . . . *Gand.*
Quetelet (A.), professeur à l'athénée. . . . . . . *Bruxelles.*
Dandelin (G.), professeur à l'université. . . . . . *Liége.*
Le Baron de Reiffenberg (F. A.), professeur à l'université. *Louvain.*
Pagani (M. G.), professeur à l'université. . . . . *Idem.*
Cauchy (P. F.), professeur à l'athénée. . . . . . *Namur.*
De Jonge (J. C.), archiviste-adjoint du royaume. . . *La Haye.*
Le Baron Fourier, secrétaire perpétuel de l'académie des sciences. . . . . *Paris.*
Vander Linden (P. L.), docteur en médecine. . . . *Bruxelles.*
Huguenin, général-major, directeur de fontes royales d'artillerie. . . . . *Liége.*

MEMBRES HONORAIRES.

MM.

Le Duc d'Ursel, grand-maître de la maison de la Reine. *Bruxelles.*

Le Baron Van der Cappellen.
Le Baron de Keverberg de Kessel, conseiller d'état.
Le Baron Van Tuyll Van Serooskerken Van Zuylen, membre de la première chambre des états-généraux. . *à Zuylen, près d'Utrecht.*
Le Baron Lampsins. . . . . *La Haye.*
Repelaer Van Driel (O.), ministre d'état. . . . . *Bruxelles.*
Falck (A. R.), ambassadeur. . . . . *Londres.*
Van Gobbelschroy (L.), ministre de l'intérieur.
Walter (J.), inspecteur général de l'instruction publique. *Bruxelles.*
Van Ewyck (D. J.), administrateur de l'instruction publique, des sciences et des arts. . . . . *La Haye.*

CORRESPONDANS.

MM.

Vène, officier du génie en France.
Le Normand (L. Séb.). . . . . *Paris.*
De Moléon (S. G. V.) . . . . *Idem.*
De la Fontaine, membre de la députation des états provinciaux . . . . *Luxembourg.*
Wyttenbach, professeur d'histoire au gymnase. . . . *Trèves.*
Muller, conseiller à la cour royale. . . . . *Idem.*
Gergone, directeur des annales de mathématiques. . . *Nîmes.*
L'abbé Ranzani, professeur de minéralogie, etc. . . *Bologne.*
Van Praet, bibliothécaire du roi. . . . . *Paris.*
Jullien (M. A.), rédacteur de la revue encyclopédique. *Idem.*
Moreau de Jonnès (A.), officier supérieur d'état-major, etc. *Idem.*
Ampère, membre de l'institut de France. . . . . . *Idem.*
Bouvard, idem. . . . . *Idem.*
Hachette, de la faculté des sciences de Paris. . . . *Idem.*
Le Baron de Herder, conseiller privé des finances, etc. *Dresde.*
Ocken, professeur à l'université. . . . . *Iéna.*
Babbage (Ch^s^.), de la société royale de Londres. . . *Londres.*

HERSCHELL, de la société royale de Londres. . . . . *à Londres.*
GAMBART, directeur de l'observatoire. . . . . *Marseille.*
NICOLLET, astronome à l'observatoire de France, membre du bureau des longitudes. . . . . *Paris.*
FRULLANI (JULIEN), directeur de l'administration des ponts et chaussées et du cadastre. . . . . *Florence.*
WURZER, conseiller privé de la cour de S. A. R. l'Électeur de Hesse, professeur en médecine et en chimie.
VILLERMÉ, docteur en médecine. . . . . *Paris.*
GRANVILLE (A. B.), docteur en médecine, médecin ordinaire de S. A. R. le haut-amiral d'Angleterre. . . *Londres.*
BERTOLONI, professeur de botanique. . . . . *Bologne.*
COUSIN (VICTOR), professeur de philosophie. . . . . *Paris.*
BARLOW, de la société royale de Londres, professeur à l'école d'artillerie de Woolwich. . . . . *Woolwich.*
SOUTH (JAMES), de la même société. . . . . *Londres.*
SABINE, capitaine et secrétaire de la société royale de Londres. . . . . *Idem.*
LE MARQUIS DE FORTIA . . . . *Paris.*
TAYLOR (JOHN), directeur des mines du duc de Devonshire.
BARRAT (JOHN), capitaine-directeur des mines de Grassington-Moor.

JOURNAL DES SÉANCES,

DEPUIS LE 8 OCTOBRE 1825 JUSQU'AU 8 DÉCEMBRE 1827.

Séance du 8 Octobre 1825.

Le secrétaire donne lecture de la lettre de S. Exc. le ministre de l'intérieur, du 25 septembre, annonçant que, par disposition du 17, S. M. a agréé la nomination de ce ministre comme membre honoraire.

M. Quetelet présente un Mémoire, qui lui a été adressé par M. Lobatto, et qui a pour titre : *Recherches sur la sommation de quelques séries trigonométriques*. MM. Quetelet et Garnier sont chargés de l'examiner.

MM. Ampère et Bouvard, de l'institut de France; Hachette, de la faculté des sciences de Paris; le baron de Herder, conseiller-privé des finances et surintendant des mines du royaume de Saxe; Ocken, professeur de l'université d'Iéna, sont nommés unanimement correspondans.

Résolu que les Mémoires adressés à l'Académie par les correspondans seront imprimés dans le même volume que ceux des membres, et à la suite.

Séance du 5 novembre 1825.

M. Quetelet donne lecture du rapport de M. Garnier sur le Mémoire présenté à la séance précédente, au nom de M. Lobatto, et il adhère entièrement à l'avis de son collègue. L'Académie donne son approbation à ce Mémoire.

M. Quetelet fait lecture d'un Mémoire de sa composition, intitulé : *Résumé d'une nouvelle théorie des caustiques, suivi de différentes applications de la théorie des projections stéréographiques*. Impression.

Séance du 26 novembre 1825.

M. Raoux donne lecture d'un *Mémoire sur l'ancienne démarcation des pays flamands et des pays wallons aux Pays-Bas*. Impression.

M. Walter, inspecteur-général de l'instruction publique, est nommé à l'unanimité membre honoraire.

Séance du 24 décembre 1825.

Le secrétaire donne lecture d'une lettre de M. l'administrateur de l'instruction publique, du 16 de ce mois, annonçant que, par disposition du 11, S. M. a agréé la nomination de M. Walter, comme membre honoraire.

M. le commandeur de Nieuport remet une lettre des bourgmestre et échevins de la ville de Bruxelles, du 26 novembre, par laquelle ils proposent de faire déposer à la bibliothéque publique de la ville la collection des livres et Mémoires que l'Académie possède, afin de la rendre accessible au public.

La compagnie ayant trouvé ce motif puisé dans l'intérêt général de la science, a agréé cette proposition, et a réglé les conditions auxquelles ce dépôt serait effectué.

Le secrétaire est invité à faire part de cette délibération à MM. les bourgmestre et échevins.

Séance du 14 janvier 1826.

M. Quetelet communique une lettre de M. Ampère, du 11 décembre 1825, envoyant le précis d'un Mémoire qu'il a lu à l'Académie des sciences de Paris. M. Quetelet est invité à prier M. Ampère d'envoyer son Mémoire en entier.

Séance du 4 février 1826.

Le secrétaire donne lecture de la lettre de la régence de Bruxelles, sous la date du 25 janvier, par laquelle elle l'informe qu'elle a accédé aux conditions proposées pour le dépôt des livres et Mémoires de l'Académie.

Le secrétaire donne lecture de la lettre de M. Louis, baron de Villenfagne, du 23 janvier, annonçant la mort de M. Hilarion-Noël, baron de Villenfagne d'Ingihoul, son père, membre de l'Académie, décédé le même jour 23.

M. Van Ewyck, administrateur de l'instruction publique, est nommé membre honoraire.

Le secrétaire rend compte des Mémoires qui ont été envoyés au concours de cette année, et M. le président nomme des commissaires pour les examiner.

M. Pagani donne lecture d'une Notice de sa composition *sur le gazomètre*,

qu'il a l'intention d'insérer dans le *Journal de Physique et de Mathématique* de MM. Garnier et Quetelet.

Séance du 4 mars 1826.

Le secrétaire donne lecture du rapport fait à l'Académie royale des sciences de l'institut de France, par M. le baron Fourier, secrétaire perpétuel, sur le Mémoire relatif au déboisement, par M. Moreau de Jonnès, qui a remporté la médaille d'or, au jugement de l'Académie de Bruxelles, ainsi que d'une lettre de ce dernier, concernant ce rapport, et traitant de plusieurs autres objets scientifiques.

Le secrétaire fait part d'une lettre qui lui a été adressée de Trèves, le 22 février 1827, par M. le professeur Wyttenbach, correspondant de l'Académie, contenant des détails très-intéressans sur les antiquités de Trèves, qui, ayant fait partie de l'ancienne Belgique, prise dans toute son étendue sous la période romaine, doit être considérée comme appartenant à l'histoire ancienne de ce pays.

Trèves, le 22 février 1827.

« Monsieur et cher confrère,

» La ville de Trèves (*cui nomen Belgica* Roma *est*, selon nos anciennes annales, dits *gesta Trevirorum*) sera toujours remarquable par son histoire et par les monumens de tout genre, surtout en architecture, qui se présentent encore, même dans leurs ruines, avec grandeur aux yeux du connaisseur. C'est principalement, sans doute, sous le rapport de l'histoire, que la plupart de nos monumens présentent un intérêt réel, par exemple, les chemins consulaires, les inscriptions et les objets d'architecture. Notre pays possède encore des traces assez conservées des anciens grands chemins, dont *sept* se réunissent dans l'*Augusta Trevirorum*, qui était, pendant un siècle, jusqu'à 390, une métropole des empereurs (*moenia imperio dignata*, selon *Ausonius*), et qui (d'après le même auteur) était une des six premières grandes villes de tout l'empire; car il dit, dans son panégyrique *Gratiano imperatori discipulo : celebrant quidem solemnes istos dies omnes ubique urbes, quæ sub legibus agunt, et* Roma *de more, et* Constantinopolis *de imitatione,* Antiochia *pro luxu, et* Carthago *discincta, et domus fulminis* Alexandria : *sed* Treviri *principis beneficio.* — Plusieurs inscriptions sont conservées dans les divers ouvrages imprimés et manuscrits ; moi aussi, j'en ai fait

connaître plusieurs dans le premier volume de mon *Histoire de Trèves*. D'autres sont consignées en original dans notre Musée des antiquités, à Trèves.

» Parmi les objets d'architecture, les plus anciens qui existent à Trèves, sont les *piliers du pont sur la Moselle*. Nos historiens ont placé presque généralement l'extraction de ce pont dans le temps des Gaulois, avant l'invasion des Romains; et moi aussi, j'étais bien long-temps de cette opinion; mais à présent, en faisant de nouvelles recherches, je crois pouvoir prouver que ce pont est du temps des Romains, et même qu'Agrippa, gendre d'Auguste, a fait bâtir cet ouvrage pendant son second consulat : les résultats de mon travail paraîtront encore dans le courant de cette année, dans notre programme scolaire. — Notre pont romain fut détruit en majeure partie par les Français, sous Louis XIV, en 1689.

» Notre célèbre *Porta Martis* (ou *Nigra* vulgairement), se présente à présent encore comme une porte principale de la ville; on a ôté tout ce qui n'appartenait pas à l'ancienne architecture; seulement le chœur de l'ancienne église de St.-Siméon (du onzième siècle) est resté. Cette double porte a une vue bien imposante de nos jours. Nos anciens historiens et aussi nos contemporains, ont placé ce monument dans les temps avant les Romains. Dans un grand ouvrage, dont le premier cahier fut imprimé à la fin de 1824, et qui traite de nos grandes antiquités, dessinées et lithographiées par un artiste trévirais, Ramboux, ancien élève de David, la *Porta Martis* se présente dans les deux premières feuilles (grand-impérial, in-folio), supérieurement bien exécutée. C'est moi qui donne le texte dans cet ouvrage, qui sera, comme je l'espère, digne de nos grands monumens. J'ai tâché de prouver, dans ce premier cahier, que notre *Porta Martis* fut bâtie par l'ordre de Constantin-le-Grand, et je ne crois pas qu'on puisse le réfuter raisonnablement.

» Un autre monument d'architecture sont les restes d'un *bâtiment, bâti en briques*. Ce pavillon antique est assez bien conservé. Ce bâtiment a servi, dans le moyen âge, moyennant de nouvelles constructions, de palais aux archevêques de Trèves, et il est à présent adapté aux casernes de la garnison prussienne de Trèves. Nos antiquaires l'ont toujours nommé le palais de Constantin; mais je tâcherai de prouver dans le second cahier du grand ouvrage de M. Ramboux, que ces restes du bâtiment romain n'appartenaient pas à un palais, et que cette manière de bâtir n'était pas du temps de Constantin.

» Les *thermes* ne sont pas loin de ce bâtiment. Les restes des thermes sont encore assez considérables, comme on voit d'après les fouilles qu'on a faites il y a quelques années. On doit cependant regretter que plusieurs découvertes, près des

bains et d'autres constructions isolées, se sont écroulées après ces fouilles; mais le grand tout restera toujours.

» Nous possédons aussi les restes d'un *amphithéâtre*, tels qu'ils peuvent être après plusieurs destructions successives. Dans cet amphithéâtre, Constantin-le-Grand a donné plusieurs fois le spectacle d'un combat affreux de Francs prisonniers avec des bêtes féroces; et un siècle après les Trévirais y ont donné l'exemple d'un grand courage contre les Vandales.

» On y a trouvé, dans les fouilles faites de nos jours, des pierres avec des bas-reliefs, d'autres avec des inscriptions, beaucoup de médailles, etc. — Vis-à-vis de l'amphithéâtre était, du temps des Romains, le *Cirque;* mais il ne reste à présent aucun reste de cette antiquité, ni de la *Naumachie*, qui était placée entre l'amphithéâtre et le cirque.

» Voilà les monumens d'architecture romaine, dans la ville de Trèves, dont les premiers sont encore visibles.

» Il faut que je remarque encore qu'on n'a pas trouvé dans les fouilles de ces jours autant de choses remarquables qu'on désirait. Mais l'année dernière, on a trouvé par hasard, en creusant les fondemens d'une maison, dans le voisinage du pont, à peu près vingt pieds sous la terre, une quantité de grandes pierres, travaillées en bas-reliefs, représentant des combats de Romains avec des Germains, des combats de gladiateurs nus, des ornemens, etc. — Ce beau travail fait preuve que le grand bâtiment à qui ces pierres appartenaient, doit être placé entre le temps d'Auguste et de l'empereur Adrien.—En même temps on a trouvé l'indice d'une grande rue, qui se dirigeait du côté du pont de la Moselle, en ligne directe, sur les thermes et l'amphithéâtre, et coupait ainsi au milieu l'ancienne ville de Trèves au temps des Romains; et le pont était, par conséquent, à peu près vers le milieu de la ville : il est à présent à la fin.

» Voilà les fouilles les plus précieuses qu'on a faites depuis nombre d'années.— On trouve, à la vérité, presque tous les jours, quelque chose ancienne, surtout des monnaies et médailles, des vases, etc. »

Le secrétaire donne communication de la dépêche de S. Exc. le ministre de l'intérieur du 27 février, par laquelle il l'informe que S. M., par disposition du 19, a agréé la nomination de M. Van Ewyck, comme membre honoraire.

Séance du 1er avril 1826.

M. De Jonge, adjoint-archiviste du royaume, et directeur du cabinet des médailles de S. M., à La Haye, est nommé à l'unanimité membre ordinaire.

Séance du 29 avril 1826.

Cette séance a été consacrée à la lecture des rapports sur les Mémoires envoyés au concours.

M. Quetelet présente : 1° un rapport fait par M. Villermé, docteur en médecine, sur une série de tableaux relatifs au mouvement de la population de Paris, pendant les années 1817, 1818, 1819, 1820 et 1821 ;

2° Un Mémoire de M. Hachette, contenant la solution algébrique d'un problème de géométrie à trois dimensions, auquel sont jointes deux planches ;

3° Une Note, contenant un extrait des lettres que M. Gambart, directeur de l'observatoire de Marseille, a adressées à M. Bouvard, au sujet de la comète découverte par MM. Biela et Gambart, dans la constellation de la Baleine.

Séance générale du 8 mai 1826.

Le secrétaire donne lecture d'une lettre de M. l'administrateur de l'instruction publique, du 25 avril, annonçant que, par disposition du 19, S. M. a agréé la nomination de M. De Jonge, comme membre ordinaire.

Le secrétaire met sur le tapis les différens Mémoires envoyés au concours, savoir :

Un relatif aux *métiers*, qui n'a pas été jugé assez approfondi pour mériter la palme.

Un sur l'*état de l'instruction publique, depuis le commencement du règne de Marie-Thérèse jusqu'à ce jour*, qui a paru traité trop superficiellement pour mériter aucune récompense.

Un sur les *attributions, les rapports et l'influence des États dans les diverses provinces Belgiques*, qui n'a pas traité le sujet d'une manière assez satisfaisante pour mériter aucune récompense.

Un sur l'*administration de Marie-Thérèse*, qui n'a pas rempli l'intention de l'Académie.

Un relatif aux *hellénistes et aux philologues latins des Pays-Bas*, que l'Académie a jugé trop incomplet pour mériter aucun prix.

Un relatif aux *changemens arrivés sur la côte d'Anvers à Boulogne*, qui, ayant complétement satisfait à toutes les parties de la question, a été jugé digne de la médaille d'or, qui, en conséquence, a été décernée à son auteur, M. Belpaire, d'Ostende.

Un sur le *fumier animal*, auquel la médaille d'argent a été adjugée. L'auteur ne s'est pas fait connaître.

Un sur le *mouvement d'une bulle d'air qui s'élève dans un liquide*, auquel la médaille d'argent a été adjugée. L'auteur est M. Alexis Timmermans, docteur en sciences.

Séance du 9 *mai* 1826, *continuation de la précédente.*

L'assemblée s'est occupée des questions à proposer pour le concours de 1827.

Pour la classe d'histoire, les 4e et 6e ont été abandonnées. La 9e a été répondue. Les 1re, 2e, 3e, 5e, 7e, 8e, 10e et 11e ont été continuées, et formeront les 1re, 2e, 3e, 4e, 5e, 6e, 7e et 8e. Dans la première, à l'expression vague de *nos provinces*, on a substitué : *dans les provinces méridionales du royaume*. Dans la 4e, au lieu de l'*administration des diverses provinces des Pays-Bas autrichiens à l'époque du règne de Marie-Thérèse*, on dira l'administration *générale* des Pays-Bas autrichiens *sous* le règne de Marie-Thérèse. La 6e sera réduite à la langue et à la littérature grecque, pour 1828.

PREMIÈRE QUESTION.

Donner un précis historique qui fasse connaître l'état politique, administratif et judiciaire, civil, religieux et militaire des Pays-Bas autrichiens sous le règne de Charles VI, depuis le traité d'Utrecht jusqu'à l'époque de l'inauguration de Marie-Thérèse.

DEUXIÈME QUESTION.

Quelle a été l'influence de la législation civile française sur celle des Pays-Bas espagnols, depuis le commencement du seizième siècle jusqu'à la fin du dix-septième, ce qui comprend toute l'époque de la domination des rois d'Espagne, et des archiducs Albert et Isabelle?

En d'autres termes : *Quels sont les changemens et les améliorations apportés à la législation des Pays-Bas espagnols, en matière civile, dans les édits et placards généraux, et qui ont été empruntés ou imités des lois et ordonnances générales publiées en France?*

L'Académie désire que l'on transcrive les textes des deux législations, et que l'on indique les différences des dispositions des placards belgiques qui n'ont été qu'imitées des lois françaises.

Pour 1828.

Pour la classe des sciences, les sept questions ont été continuées, et la 3e a été rédigée comme suit :

Assigner la forme et toutes les circonstances du mouvement d'une bulle d'air de GRANDEUR FINIE, *qui s'élève dans un liquide d'une densité uniforme.*

Les deux questions proposées l'année dernière, pour 1827, formeront les 8e et 9e pour 1828.

PREMIÈRE QUESTION.

Faire la description géologique de la province ou Grand-Duché de Luxembourg; indiquer les espèces minérales et les fossiles accidentels que l'on y rencontre, avec l'indication des localités et la synonymie des noms sous lesquels les substances déjà connues ont été décrites.

DEUXIÈME QUESTION.

On suppose que la surface de chaque aile d'un moulin mu par la force du vent est engendrée par une ligne droite mobile qui s'appuie toujours, d'une part, à angles droits sur une droite fixe donnée de position, et de l'autre, sur une courbe plane dont le plan est parallèle à la droite fixe. On demande quelle doit être la courbe directrice pour que l'impulsion du courant d'air sur les ailes du moulin produise le maximum *d'effet.*

M. le commandeur de Nieuport a été continué, à la majorité, dans les fonctions de directeur.

M. le baron Fourier, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences de l'Institut de France, a été nommé à l'unanimité, membre ordinaire.

D'après les rapports lus par MM. Garnier, Quetelet et Pagani, sur le Mémoire de M. Hachette, contenant la solution algébrique d'un problème de géométrie à trois dimensions, présenté à la séance du 29 avril, l'impression en est arrêtée.

M. Quetelet donne lecture de la lettre qu'il a écrite à M. Villermé, au sujet du rapport fait par ce dernier, concernant la population de Paris, pendant les années 1817 à 1821.

Séance du 27 mai 1826.

Lecture et discussion du programme.

Le secrétaire a donné communication d'une lettre de M. Hensmans, docteur en sciences à Louvain, par laquelle celui-ci se déclare l'auteur du Mémoire relatif au fumier animal, auquel l'Académie a adjugé la médaille d'argent dans sa séance du 8 mai.

Séance du 24 juin 1826.

Le secrétaire donne lecture de la lettre de M. l'administrateur de l'instruction publique, du 5 de ce mois, annonçant que, par disposition du 30 mai, S. M. a agréé le choix de M. le baron Fourier, comme membre ordinaire.

Séance du 7 octobre 1827.

Le secrétaire présente une dissertation intitulée : *De religione Treverorum ante christiana,* qui lui a été adressée par M. Muller, de Trèves, correspondant de l'Académie.

M. Quetelet présente un Mémoire qui lui a été envoyé par M. Ampère, pour être offert à l'Académie, *sur l'action mutuelle d'un conducteur voltaïque et d'un aimant.* MM. Quetelet, Pagani et Kickx, sont chargés de faire un rapport sur ce Mémoire.

M. Quetelet présente également: 1° un Mémoire imprimé du même M. Ampère, *sur une nouvelle expérience électro-dynamique*, *sur l'application à la formule qui représente l'action mutuelle de deux élémens de deux conducteurs voltaïques*, *et sur de nouvelles conséquences déduites de cette formule;* 2° un Mémoire de M. Babbage, *sur les assurances de la vie ;* 3° un Mémoire de MM. Brousseaud et Nicollet, *sur la mesure d'un arc parallèle moyen entre le pôle et l'équateur.*

Les auteurs de ces trois Mémoires, en font hommage à l'Académie.

MM. Babbage, de la société royale de Londres, et Herschell, secrétaire de la même société pour l'intérieur, sont nommés à l'unanimité correspondans.

Sur la proposition du secrétaire, l'Académie décide que la collection de ses Mémoires, ainsi que celle des ouvrages couronnés, sera envoyée à la bibliothéque de Namur, comme elle l'est à celles des villes principales.

Séance du 28 octobre 1826.

M. Vander Linden, docteur en médecine, qui a présenté plusieurs ouvrages de sa composition, est nommé unanimement membre ordinaire.

Le secrétaire communique à l'assemblée un projet présenté par M. Belpaire, d'Ostende, ayant pour objet de faire des recherches dans toute l'étendue du bassin maritime qui s'étend depuis les hauteurs de Blanez, au delà de Calais, jusqu'à l'extrémité du Jutland. M. Belpaire, qui a obtenu la médaille

d'or au dernier concours, sur la question relative aux changemens qu'a subis la côte d'Anvers à Boulogne, voudrait, en poursuivant ses recherches, présenter toute l'étendue du vaste bassin dont son Mémoire couronné n'offre qu'une faible partie. L'Académie, jugeant ce projet digne d'être pris en grande considération, charge le secrétaire de l'adresser à S. Exc. le ministre de l'intérieur, en le priant de vouloir le soumettre à S. M., afin qu'elle daigne faciliter à l'auteur les moyens de l'exécuter.

Sur les rapports que MM. Quetelet, Pagani et Kickx, font du Mémoire de M. Ampère, *sur l'action mutuelle d'un conducteur voltaïque et d'un aimant*, présenté à la séance précédente, il est résolu que ce Mémoire sera imprimé dans le prochain volume.

M. Jullien, de Paris, correspondant, présente un petit ouvrage, extrait de son *Agenda général*, ou *livret pratique de l'emploi du temps*. Renvoyé à l'examen de MM. Quetelet, Cornelissen et De Geer.

Séance du 25 *novembre* 1826.

M. le directeur fait observer à l'assemblée qu'il n'existe pas de disposition précise sur la part que les correspondans peuvent prendre aux travaux de l'Académie. Cette observation est appuyée par d'autres membres, et soumise à la discussion de l'assemblée. M. le président a réduit la discussion aux deux questions suivantes :

1° *Les correspondans ont-ils le droit d'assister aux séances ?* Cette question a été décidée affirmativement, dans ce sens qu'ils n'y assistent pas de droit, et à condition qu'ils soient présentés par un membre, qui en donnera avis au président ou au directeur;

2° *Les correspondans ont-ils voix consultative ou délibérative ?* Arrêté qu'ils auront voix consultative seulement.

M. Quetelet donne communication : 1° d'une lettre de M. Villot, chef des archives et de la statistique du département de la Seine, par laquelle il le prie de présenter à l'Académie un exemplaire des *Recherches statistiques sur la ville de Paris et le département de la Seine;* 2° d'une lettre de M. Villermé, par laquelle il lui adresse le *Tableau du résultat des naissances dans les différens mois de l'année, à Livourne*, extrait d'un ouvrage intitulé : *Richerche di statistica medica sulla cità di Livorno*, par MM. Gordini et Orsini ; 3° d'une lettre de M. Gambart, directeur de l'observatoire de Marseille, sur la comète qu'il a découverte le 28 octobre dans le *Bouvier*, et

qui l'avait été à Florence par Pons, le 22 du même mois, et à Paris, le 24, par M. Bouvard; 4° d'une lettre de M. Bouvard, dans laquelle il lui dit également qu'il a observé cette comète à Paris le 24.

L'ascension droite de cette comète, observée à Marseille, était 14^h 38′, et sa déclinaison boréale 36° 1′.

Une seconde lettre de M. Gambart, renferme les détails suivans :

« Les trois seules observations que l'état du ciel m'ait permis de faire jusqu'ici de la comète que j'ai découverte le 24 du mois dernier, dans le *Bouvier*, donnent les élémens suivans :

» Passage au périhélie. . . . . 1826, 322^j., 7172 (18 nov.) temps moyen compté de minuit.
» Distance périhélie . . . . — 0, 0174
» Longitude du périhélie. . . . . — 160°, 32′. 43
» Longitude du nœud asc. . . . . — 237°, 17′. 50
» Inclinaison. . . . . — 89° 39′ 43
» Mouvement direct.

» Une conséquence remarquable de cette orbite, c'est que le 18 novembre, jour même du passage au périhélie, la terre étant 1^s25°.33′ de longitude, la comète se projettera sur le disque du soleil.

» Entrée de la comète sur le disque du soleil. . . 7^h,3 du matin.
» Plus courte distance au centre. . . . . 5′ »
» Sortie . . . . 10,2 »

» Marseille, le 6 novembre 1826. »

Il est remarquable que les trois observations de rigueur aient été faites en même temps que les calculs nécessaires pour déterminer l'orbite, en moins de huit jours.

Séance du 23 *décembre* 1826.

Le secrétaire donne lecture d'une lettre de M. l'administrateur de l'instruction publique, du 27 novembre, par laquelle il l'informe que, par lettre du cabinet, du 16, S. M. a agréé la nomination de M. Vander Linden, comme membre ordinaire.

Sur le rapport de MM. Quetelet, Cornelissen et De Geer, de l'examen qu'ils ont fait de l'opuscule présenté par M. Jullien, à la séance du 28 octobre, et d'après les motifs qui y sont exposés, il est résolu de faire connaître à M. Jullien que l'Académie n'a pas qualité pour recommander des ouvrages aux écoles publiques; que la constitution ayant confié au Gouvernement le soin de diriger l'instruction, ce n'est qu'au ministère chargé de cette administration que ce droit appartient.

M. Vander Linden donne lecture d'une *Notice sur une empreinte d'insecte renfermée dans un échantillon de calcaire schisteux de Sollenhoffen, en Bavière;* et M. Cauchy d'une *Note sur la pierre calcaire, fournissant une chaux hydraulique, que l'on extrait dans une carrière à Humerée, commune de Sombreff, province de Namur.*

Arrêté que ces deux ouvrages seront imprimés dans la collection.

M. Quetelet donne communication des deux lettres suivantes, qui lui ont été dressées par M. Gambart, de Marseille, et par M. Villermé, docteur en médecine.

« Les observations que j'ai faites e 7, 8, 9 et 10 dernier, m'ont permis d'arriver à une connaissance beaucoup plus approchée des élémens de l'orbite; j'ai été conduit à augmenter l'inclinaison qui se trouve la plus grande qui ait été observée jusqu'ici. Le mouvement héliocentrique, de direct qu'il était, est devenu rétrograde; mais il serait possible que de nouvelles recherches donnassent encore un changement à cet égard. Ainsi, l'on pourra voir, en rassemblant les travaux auxquels aura donné lieu cette comète, des orbites fondées sur des observations également bonnes, qui différeront, quant au sens du mouvement. Cette circonstance tient à la grande inclinaison du plan de la trajectoire sur l'éliptique.

» Passage au périhélie. . . . . 1826, 322j. 8085 (18 nov.) temps moyen à Marseille, compté de minuit.
» Distance périhélie. . . . . — 0, 02314
» Longitude périhélie . . . . . — 314°. 57'. 28"
» Longitude du nœud. . . . . — 236°. 9'. 54"
» Inclinaison . . . . — 89°. 59'. 24"
» Mouvement rétrograde.

» Cette nouvelle orbite, qui représente d'une manière assez satisfaisante les

observations du 29 octobre au 10 novembre, permet de déterminer avec une certaine exactitude les circonstances du passage de la comète par son nœud descendant.

» Entrée de la comète sur le disque du soleil, le 18 novembre à 5h 25′ du matin.
» Passage par le nœud . . . . 7h 1′.
» Plus courte distance de la comète au centre du soleil. 2′ 40″.
» Sortie de dessus le disque. . . . . 8′ 38″.

» Le passage sur le soleil a donc eu lieu à très-peu près, comme je l'avais indiqué. . . . . . . Espérons que la science retirera de l'ensemble des observations qui auront été faites, toutes les lumières qu'elle doit attendre de cette conjonction nouvelle, l'un des phénomènes les plus importans qui puissent nous être offerts. L'observation du passage d'une comète manquait à l'astronomie physique. A Marseille, je n'ai point été favorisé par le temps, le soleil n'a commencé à se dégager des nuages qu'à 8h 35′, je n'ai aperçu sur son disque que les taches que j'avais remarquées la veille. »

Extrait de la lettre de M. Villermé, écrite le 28 novembre 1826.

M. Villermé annonce que les résultats de M. Guiette, communiqués à l'une des séances précédentes de l'Académie, sont parfaitement analogues aux siens. M. Villermé ajoute de plus, relativement à la loi des naissances aux différens mois de l'année : « J'ai dressé des tableaux des naissances mois par mois ; ces tableaux comprennent 12,890,000 de naissances ; j'ai adopté votre méthode ; je ramène les nombres de chaque lieu et de chaque période à 12000, que, par une règle de proportion, je distribue ensuite entre les 12 mois, en ayant égard à leur différente longueur ; de cette manière, on peut déduire :

« 1° L'influence des saisons, et, dans quelques cas, de leur marche extraordinaire ;

» 2° L'influence de certains climats particuliers ;

» 3° Celles de certaines institutions (du carême, de l'époque des fêtes, d'une nourriture abondante, etc.) ;

» 4° L'influence de l'époque des mariages, plus ou moins nombreux. »

MM. Gambart, directeur de l'observatoire de Marseille, et Nicollet, astronome à l'observatoire de France et adjoint au bureau des longitudes, sont nommés à l'unanimité correspondans.

Hommage de la part de M. Ampère d'un ouvrage intitulé : *Théorie des phénomènes électro-dynamiques, uniquement déduite de l'expérience.*

Séance du 13 *janvier* 1827.

M. Quetelet présente une Note de M. Gambart, correspondant, portant qu'une nouvelle comète a été observée le 27 décembre dernier, au matin, à Marseille, à peu de distance du β d'Hercule, par $16^h\ 34^m$ d'ascension droite et $21^\circ\ 27'$ de déclinaison boréale.

M. Julien Frullani, directeur de l'administration des ponts et chaussées et du cadastre, à Florence, ayant adressé, par l'entremise de M. Quetelet, deux ouvrages en italien, sur des objets importans de mathématiques et d'astronomie, est nommé correspondant à l'unanimité.

M. Raoux fait lecture d'un Mémoire ou Notice *sur un passage de la Chronique de Sigebert de Gembloux, relatif aux prétentions des papes.*

(Cette lecture a été inopinément interrompue par l'annonce d'un incendie qui venait de se manifester à un des bâtimens attenant à la bibliothéque, et la séance a été levée.)

Séance du 3 *février* 1827.

Le secrétaire rend compte des Mémoires qui ont été envoyés au concours, et M. le président nomme des commissaires pour les examiner.

M. Raoux reprend la lecture de la Notice qui avait été interrompue à la séance précédente. Résolu qu'elle sera incessamment mise sous presse, et insérée au surplus dans le 4e volume.

Séance du 24 *février* 1827.

Dans une des séances précédentes, il a été fait mention d'une nouvelle comète découverte à l'observatoire de Marseille, par notre correspondant M. Gambart. Cet habile astronome vient de faire parvenir les élémens suivans concernant cet astre :

Passage au périhélie. . . . . . . 1827, 34^{j}. 9886 Temps moyen compté de minuit.
Distance périhélie . . . . — 0°, 455
Longitude du périhélie. . . . . . — 34 , 1
Longitude du nœud asc. . . . . . — 191 , 44
Inclinaison . . . . — 72 , 4
Mouvement rétrograde.

M. Quetelet donne lecture d'un *Mémoire contenant des recherches sur la population, les naissances et les décès dans le royaume des Pays-Bas;* et M. Pagani, d'un Mémoire sur l'*équilibre des systèmes flexibles*. Résolu que ces deux Mémoires seront insérés dans le 4e volume.

Séance du 31 *mars* 1827.

Le secrétaire donne communication d'une lettre de M. Gambart, du 19 février, contenant de nouveaux calculs sur la comète du *Bouvier*.

« J'ai repris, dans le mois dernier, les calculs de la comète du *Bouvier*, et sans avoir encore absolument achevé, je suis cependant parvenu à un résultat pour le passage sur le disque du soleil, qui n'éprouvera plus que de fort légers changemens.

Orbite parabolique fondée sur les observations qui ont précédé le passage au périhélie.

» Passage au périhélie. . . 1826, 322^{j}., 93008 Temps moy. compté de minuit, à Marseille.
» Distance périhélie. . . . — = 0, 027 088 68
» Longitude périhélie. . . — = 315°. 41'. 40" } Eq. moy. 28 nov. 1826.
» Longitude nœud asc. . . — = 235 . 13 . 34 }
» Inclinaison. . . . . . . — = 89 . 26 . 30
» Mouvement rétrograde.

		ERREUR en longitude.	ERREUR en latitude.	
Octobre.	26	— 12″	— 1″	à Altona.
	29	— 34	— 23	à Marseille.
	31	— 24	+ 1	à Marseille.
Novemb.	6	+ 22	— 42	à Padoue.
	7	— 18	— 16	à Marseille.
	8	+ 23	— 8	à Marseille.
	9			
	10	+ 34	+ 4	à Marseille.
	11	+ 54	+ 23	à Padoue.
	12	+ 57	+ 6	à Padoue.

» Sortie de la comète de dessus le disque du soleil, 9h. 8m. à Marseille.

Orbite à la détermination de laquelle on a fait concourir l'observation faite le 11 *décembre.*

» Passage au périhélie. . . 1826, 322j., 92319 Temps moy. compté de minuit, à Marseille.
» Distance périhélie. . . . . — = 0, 0268894
» Longitude périhélie. . . — = 315°. 29′. 39″
» Longitude nœud. . . . . — = 235 . 6 . 11
» Inclinaison. . . . . — = 89 . 22 . 9
» Mouvement rétrograde.

		ERREUR en longitude.	ERREUR en latitude.
Octobre.	26	— 3″	+ 2″
Novemb.	7	+ 35	+ 23
	10	— 19	— 2
	12	+ 3	+ 8
Décemb.	11	— 2	+ 30

» Sortie de dessus le disque 9h. 6m. à Marseille.

» Il est donc bien certain maintenant, que la comète n'est pas sortie de dessus le disque avant 9h. Elle s'y trouvait par conséquent encore à 8h. 35m.

(*Lettre du* 22 *novembre, à M. Fourier.*)

» J'ai continué mes recherches jusqu'à 8_h. 56^m.; nous sommes donc assurés que cette comète n'a point été visible.

» L'observation de M. Flaugergues est la seule qui soit encore parvenue à ma connaissance, et j'en ai parlé, il y a déjà long-temps, à la société astronomique de Londres. Le soleil s'est montré à Viviers à 8^h. 45^m., t.m. compté du méridien de Marseille. M. Flaugergues, qui l'a immédiatement examiné, n'y a aperçu que les taches de la veille.

» Marseille, le 19 février 1827. »

M. Quetelet donne communication d'une autre lettre de M. Villermé, de Paris, du 21 mars, contenant les résultats sur les naissances dans les villes de Palerme et de Florence.

« Je vous adresse des résultats sur les naissances dans la ville de Palerme, qui doivent d'autant plus vous intéresser, que nous ne possédions rien jusqu'ici pour la Sicile. Je les extraits de tableaux qui ont été rédigés par M. le docteur François Calcagni, et publiés par ordre des autorités. On doit les regarder comme très-authentiques. Ils sont intitulés : *Tavole sinottiche sulla popolazione di Palermo, da settembre* 1805 *a tutto dicembre* 1825. J'ai eu soin, dans l'addition générale que j'ai faite, de compter les naissances de chacun des douze mois, un même nombre de fois. Les résultats de mon addition sont qu'il y a eu, savoir :

	NAISSANCES RÉELLES.	En ramenant, comme vous le faites, toutes les naissances à 12,000, et tous les mois à 31 jours.
En Janvier	12,603	1,089
Février	11,650	1,105
Mars.	12,252	1,058
Avril.	11,276	1,006
Mai	10,710	925
Juin	9,933	887
Juillet	10,654	920
Août.	10,914	942
Septembre . .	11,149	994
Octobre. . .	11,549	997
Novembre . .	11,547	1,031
Décembre . .	12,100	1,045
	136,437	

» Il est assez curieux de comparer ces rapports à ceux que l'on a observés pour Livourne (vous les connaissez déjà), et à ceux que Lastri a trouvés pour la ville de Florence, pendant une période de trois siècles, de 1451 à 1774 : comme vous pouvez ignorer les résultats de Florence dont il s'agit, les voici :

En Janvier . . .	80,574	1,120
Février . . .	78,106	1,193
Mars. . . .	81,735	1,136
Avril. . . .	70,670	1,018
Mai	65,034	904
Juin	58,134	835
Juillet . . .	61,734	858
Août. . . .	66,813	929
Septembre . .	66,187	951
Octobre. . .	74,209	1,032
Novembre . .	74,785	1,074
Décembre . .	68,191	948
	847,172	

« Paris, le 21 mars 1827. »

On fait également part d'une lettre adressée à M. Van Mons par M. Wurzer, conseiller privé de la cour de S. A. R. l'électeur de Hesse, professeur en médecine et en chimie, sous la date du 23 février, par laquelle il offre, en son nom, la 4e édition de sa chimie, et le prie de vouloir le présenter à l'Académie comme correspondant. Nommé à l'unanimité.

M. Villermé est également nommé à l'unanimité.

Le secrétaire présente, au nom de M. De Jonge, le second volume de ses *Dissertations historiques et pièces inédites*, accompagné d'une lettre du 23 mars, dont il est donné lecture.

Seance du 28 *avril* 1827.

Cette séance a été consacrée à la lecture des rapports sur les Mémoires envoyés au concours.

Séance générale du 7 mai 1827.

Le secrétaire met sur le tapis les différens Mémoires envoyés au concours, savoir :

Un relatif aux *métiers*, auquel la médaille d'or a été adjugée. M. Pycke, avocat à Courtrai, ancien membre des états-généraux, est l'auteur de ce Mémoire.

Deux sur l'*état de l'instruction publique*, etc. La médaille d'or a été adjugée au premier de ces Mémoires. L'auteur est M. Raingo, professeur au collége de Mons. Le second Mémoire a paru trop superficiel pour mériter aucune récompense.

Un relatif à l'*administration de Marie-Thérèse*, auquel la médaille d'or a également été adjugée. L'auteur ne s'est pas fait connaître.

Un relatif aux *hellénistes et aux philologues latins des Pays-Bas*. Ce Mémoire n'a pas assez approfondi la question pour mériter aucune récompense.

Un sur *Jacques et Philippe Van Artevelde*. Mention honorable pour les recherches généalogiques.

Un touchant la *nomination des évêques*. Ce Mémoire ne répondait en aucune manière à la question.

Un sur le *fumier animal*. Le sujet n'a pas paru assez bien traité pour mériter aucune récompense.

Un sur l'*aiguille aimantée*. Ce Mémoire n'a pas répondu à la question.

Un sur le *mouvement d'une bulle d'air*, etc. Mention très-honorable; mais comme l'auteur n'a pas donné les véritables équations différentielles de la surface, l'Académie n'a pu lui accorder le prix.

Un relatif aux *dix points dans l'espace*. La médaille d'argent a été adjugée à l'auteur, qui est M. Théodore Olivier, capitaine d'artillerie au service de Suède.

Un concernant les *sociétés d'assurances sur la vie*, qui a été jugé ne mériter aucun prix.

Deux sur les *prairies aigres*, qui n'ont été jugés dignes d'aucune récompense.

Séance du 8 mai 1827.

Continuation de la séance précédente.

L'assemblée s'est occupée des questions à proposer pour le concours de 1828.

Pour la classe d'histoire, les 1[re], 6[e], 8[e] et 9[e], ont été abandonnées; les 2[e],

3e et 4e ont été répondues; les 5e, 7e et 10e, ont été conservées et formeront les 1re, 2e et 3e, et les deux proposées l'année dernière pour 1828, formeront les 4e et 5e. Les trois suivantes ont été adoptées.

SIXIÈME QUESTION.

L'action lente, mais inévitable, des temps, les ravages des guerres et des révolutions, quelquefois la nécessité même, et plus souvent l'intérêt ou le caprice des hommes, amènent partout la destruction successive des plus anciens et des plus beaux monumens d'architecture, consacrés soit à la religion, soit à l'administration, soit à d'autres grands motifs d'utilité publique ou privée.

Dans cet état de choses, l'Académie désirant connaître et ce que les provinces méridionales du royaume ont perdu en monumens de cette nature, et ce qu'elles possèdent encore, propose la question suivante :

Quels sont les principaux monumens d'architecture qui, dans les provinces formant actuellement le Brabant méridional et le Hainaut, ont été construits, à commencer de la période chrétienne et pendant le moyen âge, jusqu'au commencement du seizième siècle (l'année 1500), *et qui, ou n'existent plus, ou existent encore de nos jours?*

Si la nature du monument, soit qu'il n'existe plus, soit qu'il existe encore, le comporte, l'auteur de la réponse en fera la description succinte, et il indiquera les gravures qui en ont été faites. Il désignera, autant que possible, l'époque de la construction, avec l'usage auquel le monument est destiné, et celle de la démolition ou de la destruction, avec les motifs qui y auront donné lieu.

L'Académie ne demande ni une momenclature aride, ni une liste minutieusement exacte de toutes les constructions anciennes. C'est au goût éclairé et au discernement des concurrens qu'elle confie le choix des monumens, dont les souvenirs et les traditions méritent d'être conservés, surtout lorsqu'ils se rattachent à de grands intérêts politiques ou religieux.

Cette question, lorsqu'elle aura été résolue d'une manière satisfaisante, sera continuée et étendue aux autres provinces de la division méridionale des Pays-Bas.

SEPTIÈME QUESTION.

Quels sont les événemens qui ont amene, accompagné et suivi les troubles et

les dissentions qui, en 1539, motivèrent le voyage de Charles-Quint à Gand, et furent cause qu'en 1540, il y fut construit une citadelle?

HUITIÈME QUESTION.

En quel temps le système des communes a-t-il commencé à s'établir dans le comté de Flandre? Quelles sont les diverses causes qui ont amené ce système, et quels en ont été les principaux résultats?

Pour 1829.

PREMIÈRE QUESTION.

Quelles ont été les espèces d'or et d'argent, ayant cours légal aux Pays-Bas, depuis le commencement du seizième siècle jusqu'au règne d'Albert et Isabelle inclusivement; leurs valeurs nominales primitives; leurs titres et leurs poids; les variations qu'elles ont éprouvées; les actes législatifs et règlemens relatifs à la matière, et les villes et places où l'on battait monnaie?

DEUXIÈME QUESTION.

Quels sont les services rendus à la géographie par les habitans des Pays-Bas?

Pour la classe des sciences, les 1re et 4e, ont été abandonnées. Les 2e, 3e, 5e, 7e, 8e et 9e, ont été conservées. La 6e a subi une nouvelle rédaction conçue en ces termes :

On demande de démontrer, par rapport aux surfaces du deuxième degré, les analogues des théorèmes de Pascal et Brianchon.

Les deux questions proposées l'année dernière pour 1828, ajoutées aux questions conservées, formeront les neuf proposées pour le concours prochain.

Pour 1829.

PREMIÈRE QUESTION.

Donner la théorie mathématique de l'homme et des animaux, considérés comme moteurs et machines.

Les concurrens sont prévenus qu'ils doivent rapporter les mesures des forces à l'unité connue sous le nom de *dyname*.

DEUXIÈME QUESTION.

Comparer, pour les Pays-Bas, les avantages qui résulteraient de l'établissement des chemins en fer, avec ceux qu'offrent les canaux.

M. le commandeur de Nieuport a été continué à la majorité dans les fonctions de directeur.

Séance du 2 juin 1827.

Lecture et discussion du programme.

Cette séance est terminée par la lecture d'une lettre de M. Hachette, correspondant, portant la date du 11 mai, dans laquelle il rend compte d'une nouvelle expérience sur la combinaison du choc de l'air ou de l'eau avec la pression atmosphérique. M. Quetelet la vérifie aux yeux de l'assemblée.

Séance du 23 juin 1827.

Le secrétaire présente, de la part de M. Van Mons, un *Mémoire sur les brouillards*. Renvoyé à l'examen de MM. Kickx et Quetelet.

M. Quetelet communique à l'assemblée une lettre de M. Hachette, qui lui fait part d'une autre lettre, lue le 16 juin à la société Philomatique, sur une réduction de cuivre dans une chaudière de ce métal, contenant des dissolutions saturées d'acétate et du sulfate de cuivre.

Séance du 21 juillet 1827.

Rapport de MM. Kickx et Quetelet sur le Mémoire de M. Van Mons, concernant *les brouillards*. Impression de ce Mémoire.

M. Quetelet donne lecture d'une Note qui lui a été adressée le 22 juin, par M. Gambart, contenant qu'une comète invisible à l'œil nu a été observée le 21 juin au matin, à Marseille, dans les pieds de Cassiopée.

Les élémens de position étaient, le 21 vers $2^{h.}\ 1/2$, ascen. droite, $2^{h.}\ 1^{m.}$, déclinaison $+ 65°,5$; le mouvement diurne en ascension droite était $+ 4°,5$ et en déclinaison $+ 5°$.

Hommage de la part de M. Hachette d'un Mémoire imprimé *sur l'écoulement des fluides aériformes dans l'air atmosphérique*, etc.

Séance du 6 octobre 1827.

Le secrétaire distribue aux membres présens une circulaire de M. le vicomte Constantin de Nieuport, MM. ses frères et Mmes sa sœur et belles-sœurs, par laquelle ils font part de la mort de M. Charles-François le Prud'homme d'Hailly, vicomte de Nieuport, commandeur de l'ordre de Malte, membre et directeur de cette Académie, décédé le 20 août 1827.

Le secrétaire donne lecture d'une lettre qui lui a été adressée le 24 septembre dernier, par M. A.-B. Granville, docteur en médecine, médecin ordinaire de S. A. R. le haut-amiral d'Angleterre, par laquelle il fait hommage à l'Académie de son ouvrage *sur les momies d'Égypte et sur les embaumemens chez les Égyptiens*, ainsi que d'un exemplaire de quelques autres de ses ouvrages, et demande d'être admis au nombre de ses correspondans. Nommé à l'unanimité.

M. Vander Linden offre, de la part de M. Bertoloni, professeur de botanique à Bologne, un ouvrage intitulé : *Prælectiones rei herbariæ*, et le présente comme correspondant.

M. de Reiffenberg présente également en la même qualité M. Victor Cousin, traducteur de *Platon*. L'un et l'autre sont également nommés à l'unanimité.

On procède au remplacement de M. de Nieuport, comme directeur, et M. Raoux, ayant réuni toutes les voix, moins une, a été proclamé en cette qualité.

M. le prince de Gavre, président, termine la séance par la lecture d'une Notice nécrologique, de sa composition, sur M. le commandeur de Nieuport, dans laquelle, en rendant un juste tribut d'éloges aux grandes qualités qui ont distingué cet illustre académicien, et aux services éminens qu'il a rendus tant aux sciences en général qu'à la compagnie en particulier, il a exprimé avec autant de vérité que de noblesse et d'élégance, les sentimens et les regrets de l'Académie, dont son président s'est montré le digne et éloquent interprète. Résolu que ce discours sera inséré dans le recueil des Mémoires de l'Académie.

Séance du 10 novembre 1827.

M. le général-major Huguenin, directeur des fontes royales d'artillerie, à Liége, est nommé à l'unanimité membre ordinaire.

Le secrétaire donne lecture d'une lettre de M. Moreau de Jonnès, du 21 juin dernier, dans laquelle il donne l'analise des Mémoires qu'il a lus l'année

dernière à l'Académie des sciences de Paris, et annonce ceux qu'il promet de communiquer à la compagnie.

M. Quetelet répète deux expériences qui lui ont été communiquées en Angleterre; l'une, concernant le mouvement de rotation d'une lentille qui descend le long d'un plan incliné; l'autre, ayant pour but de montrer quelques effets singuliers dépendans des axes permanens de rotation dans des corps de formes différentes.

MM. Barlow, de la société royale de Londres, professeur à l'école d'artillerie de Woolwich, et James South, de la même société, sont nommés unanimement correspondans.

M. Pagani donne lecture d'une Note *sur l'intégration complète de l'équation du mouvement de la chaleur dans une barre prismatique d'une petite épaisseur.*

Séance du 8 *décembre* 1827.

Le secrétaire donne lecture de la lettre de M. l'administrateur de l'instruction publique, du 1er de ce mois, annonçant que, par disposition du 26 novembre, S. M. a agréé la nomination de M. Huguenin, comme membre ordinaire.

M. De Reiffenberg fait hommage à l'Académie d'un opuscule intitulé : *Eclectisme, ou premiers principes de philosophie générale.*

Hommage de M. Bouvard d'un Mémoire imprimé *sur les observations météréologiques faites à l'observatoire royal de Paris.*

Hommage de M. Van Heusde d'un ouvrage intitulé : *Initia philosophiæ platonicæ.*

M. Pagani donne lecture d'une Note *sur un cas particulier du mouvement de rotation d'un cylindre très-mince suspendu à l'extrémité d'un fil flexible.*

M. Dewez donne lecture d'un Mémoire ayant pour objet l'examen de cette question :

Les Bataves ont-ils fait une *alliance*, dans le véritable sens du mot *fœdus*, avec les Romains au temps de César? L'impression en est arrêtée.

ÉLOGE

DU COMMANDEUR DE NIEUPORT,

PRONONCÉ

PAR LE PRINCE DE GAVRE, PRÉSIDENT DE L'ACADÉMIE,

DANS LA SÉANCE DU 6 OCTOBRE 1827.

ÉLOGE

DU COMMANDEUR DE NIEUPORT.

Messieurs,

Mes yeux cherchent encore dans cette enceinte celui qui si longtemps a dirigé nos travaux. Hélas! c'est en vain : la mort impitoyable a saisi sa victime, et notre illustre confrère nous est ravi pour jamais.

Le Roi a perdu un serviteur fidèle; la patrie, un citoyen vertueux; la science, un de ses plus beaux ornemens. Notre commune douleur, les pleurs de l'amitié, les regrets unanimes qui honorent sa mémoire, font l'éloge le plus touchant et le plus vrai du confrère éclairé qui n'est plus. Son souvenir sera précieusement conservé dans le cœur des hommes assez heureux pour l'avoir connu, et qui surent l'apprécier.

Vous le savez tous, Messieurs, il réunissait à la profondeur de l'esprit, la bonté du cœur; aux lumières de l'expérience, la rectitude du jugement; à la connaissance profonde des hautes mathématiques, cette soif d'instruction, cette ardeur pour la vérité et l'enthousiasme de la gloire, qui constitue le savant par excellence. C'était là son vrai caractère.

Je n'entreprends pas de tracer ici le tableau de toutes les vertus, de toutes les qualités de notre illustre confrère : cette tâche serait au-dessus de mes forces. Il faut pour les peindre dignement une plume plus exercée que la mienne. Que d'autres couvrent son tombeau de fleurs plus brillantes; je ne puis, moi, lui offrir que la triste asphodèle qui, chez les anciens, était l'emblème du deuil. Comme elle, inodore et décolorée, mon discours ne vous présentera que de tristes images. Puisse votre indulgence ne pas les repousser!

Charles-François-Ferdinand le Prud'homme d'Hailly, vicomte de Nieuport, issu d'une ancienne famille de la Flandre, naquit à Paris, le 13 janvier 1746. Il n'était pas domicilié en France; c'était par suite d'événemens politiques que Mme sa mère fit ses couches à Paris.

Il entra de bonne heure au collége de Louis-le-Grand, qui jouissait alors, à juste titre, d'une haute réputation. Né avec un esprit attentif, pénétrant et désireux d'apprendre, il se livra à l'étude avec ardeur et fit de rapides progrès. Je ne le suivrai pas dans les travaux de sa jeunesse. Ses succès furent brillans et tels qu'on devait les attendre.

Cette raison supérieure qui fut l'attribut distinctif de M. de Nieuport, lui assurait d'avance une place éminente parmi les savans. Il est rare qu'un esprit vigoureux ne soit pas accompagné d'une âme ferme. La force d'esprit et celle de l'âme ont un principe commun qui existe entre la puissance et la volonté, et qui fait que l'on exécute fermement ce qu'on a fortement conçu.

Au sortir du collége, M. de Nieuport revint dans sa patrie. Il entra alors au service d'Autriche sous le règne de Marie-Thérèse, et fut nommé lieutenant au corps du génie. Les mathématiques dont il avait fait une étude approfondie, lui assuraient, dans cette arme, la carrière la plus brillante. Malheureusement, les ingénieurs avaient presque toujours pour garnison les forteresses de la Hongrie, de la Transylvanie, du Bannat. Cette insipide monotonie ne

pouvait convenir à l'âme active de notre confrère; il sentait que végéter long-temps dans les grades subalternes ne lui offrait qu'une triste perspective, surtout pendant la paix. Il voulut suivre une autre carrière. Reçu au berceau dans l'ordre de Malte, il résolut de se rendre dans cette île fameuse, pour offrir ses talens et son génie à son grand-maître et à l'ordre dont il faisait partie. Il obtint son congé de l'Autriche, et se rendit à sa nouvelle destination. Il y fit ses caravanes, tint lui-même galère, et partout l'estime, la considération et l'amitié furent ses plus douces récompenses. Il obtint en outre, pour prix de ses services, une commanderie, située en France, qu'il échangea peu après contre celle de Vaillampont, près de Nivelles. Chargé des affaires de son ordre près de la cour des Pays-Bas, comme ministre plénipotentiaire, il se fixa alors dans sa patrie.

Les occupations de sa place ne lui prenaient pas tous ses momens. Il sut les employer bien plus utilement. Le commandeur se livra entièrement à l'étude des hautes sciences, et fut bientôt compté parmi les plus illustres mathématiciens.

En 1769, on forma à Bruxelles, sous les auspices du comte de Cobenzl, alors ministre de l'Impératrice-Reine Marie-Thérèse, une réunion d'amis des lettres qui prit le nom de *Société littéraire*. Cette société ne tarda pas à se faire connaître par plusieurs Mémoires intéressans. On s'aperçut bientôt de l'utilité réelle que l'on pouvait en tirer, soit pour les sciences, soit pour l'histoire nationale. Le prince de Starhemberg, qui avait remplacé le comte de Cobenzl, sollicita et obtint de S. M. Marie-Thérèse, que cette société porterait désormais le titre d'Académie. L'éloquent rapport que notre savant confrère, M. Dewez, a placé à la tête de nos nouveaux Mémoires, ne laisse rien à désirer sur cet important objet.

Il était impossible qu'un établissement dans lequel les sciences exactes devaient tenir un si haut rang, n'attirât pas l'attention de M. de Nieuport. Personne n'avait plus de droit que lui pour être

admis dans le sein de la nouvelle Académie; mais, modeste comme le vrai talent, il voulut avant tout présenter ses titres. Deux Mémoires furent donnés par lui. Le premier était : *Sur les courbes que décrit un corps qui s'approche ou s'éloigne, en raison d'un point qui parcourt une ligne droite*. L'autre Mémoire était : *Sur la manière de trouver un facteur qui rendra une équation différentielle complète, lorsque ce facteur est le produit de deux fonctions qui contiennent chacune une seule variable*.

L'Académie accueillit avec transport un candidat qui s'offrait à elle avec tant d'avantage. Combien n'eut-elle pas à s'en féliciter! Ces premiers Mémoires furent promptement suivis de beaucoup d'autres, tous excellens, tous tendans à la perfection des mathématiques.

Bientôt la révolution française éclata : ce volcan, dont la lave enflammée détruisit, engloutit pour toujours tant de fortunes, de bonheur et d'espérance, vint aussi exercer, dans nos provinces, sa funeste influence. L'Académie cessa d'exister. M. de Nieuport vit disparaître cette fortune, fruit de ses honorables travaux, sans pouvoir conserver même l'espérance. Il fit ce sacrifice, sans plainte, sans ostentation. Semblable au sage d'Horace : *Si fractus illabatur orbis, impavidum ferient ruinæ*; détournant sa pensée de tout souvenir douloureux, il se résigna aux privations; il chercha de nobles distractions, et cultiva les sciences avec plus d'ardeur qu'il n'avait jamais fait. Ce furent là ses consolations, et il sut rendre utile et moins amer un repos forcé.

Il publia bientôt ses Mélanges mathématiques en deux parties; puis, le supplément de ces Mélanges. Il fit encore dans ce temps son *Essai sur la théorie du raisonnement;* ouvrage du premier ordre. Le vicomte de Nieuport n'avait d'abord eu, en le commençant, que le dessein de faire quelques notes sur la logique de Condillac. Bientôt entraîné par l'importance de l'ouvrage, ce ne furent plus de simples

réflexions qu'il écrivit sur cet auteur. Son Essai devint un ouvrage didactique, et se trouve être encore, du moins à mon avis, le plus clair que nous ayons sur cette matière si abstraite et si controversée.

L'Institut de France fut créé. Il était formé des débris des anciennes Académies de Paris et des savans dont le nombre s'était considérablement augmenté pendant la révolution : phénomène bien remarquable! On divisa l'Institut par classes; on en réserva une pour les mathématiques. Il eût été étonnant que notre confrère n'y trouvât pas sa place. Il y fut appelé comme membre correspondant. Il paya son tribut par deux Mémoires; l'un contenant la solution d'un problème présenté par d'Alembert; l'autre *sur l'équation générale des polygones réguliers.*

Il fut aussi plus tard nommé membre de l'Institut des Pays-Bas, pour la classe des mathématiques. Il était aussi des Académies de Zélande et de Stockholm.

En 1806, il résolut de varier ses occupations et de se créer des études nouvelles. Remarquez, je vous prie, Messieurs, qu'il avait alors soixante ans. Fatigué, tourmenté de ne connaître les philosophes grecs, pour ainsi dire, que sur parole, il voulut se remettre à l'étude de la langue grecque, dont, dit-il lui-même dans un de ses ouvrages, il n'avait conservé que quelques légers souvenirs, restes de sa première éducation. Il le voulut, il le fit. La forte trempe de son âme et de son esprit lui aplanit bientôt tous les obstacles; ils disparurent devant sa volonté. Le grec lui devint aussi familier que sa langue maternelle, au point de l'écrire avec facilité sur tous les sujets qu'il voulait traiter. Dans la foule des philosophes qu'il lisait, un cependant attira plus particulièrement son attention. Ce fut le divin Platon. Rien d'étonnant en cela, Messieurs; leurs âmes se comprenaient, et ils étaient tous les deux, justes, bons et honnêtes. On en a la preuve en examinant l'exemplaire dont il faisait sa lecture

moins à craindre de passer pour un écrivain ridicule, qu'un géomètre qui lit trop, de n'être jamais que médiocre. Pardon, Messieurs, de cette digression; je reviens à mon sujet.

Le commandeur de Nieuport supportait par les plus utiles délassemens la perte de sa fortune et de son existence politique, sans plainte, sans jactance, et toujours aimé, considéré et tranquille. Enfin la restauration vint terminer cet état pénible. Notre heureuse patrie se vit érigée en royaume sous le sceptre de l'auguste maison d'Orange.

M. de Nieuport fut nommé, par le Roi, chambellan et membre des États-Généraux. Il reçut en outre la croix du Lion Belgique; mais l'ordre de Malte ne permettant pas à une croix étrangère de se placer à côté de la sienne, notre confrère ne put pas l'accepter. Il jura alors un respect profond, un attachement inviolable, un dévouement éclairé et sans bornes au meilleur des rois : il tint tous ses sermens. Il en fut bien noblement récompensé par les marques d'estime et de bienveillance que le Roi, la Reine et les Princes de son auguste maison ne cessèrent de donner à ce vieillard vénérable.

Dans le sein de l'assemblée des représentans de la nation, il eut plusieurs fois l'occasion de faire entendre sa voix. Deux fois surtout il le fit d'une manière remarquable, l'une au sujet de la loi, dite des 500 florins, qui fut proposée : *Pour mettre un frein à ces hommes haineux et immoraux, à qui rien n'est sacré, et par qui toute discussion devient querelle, et toute querelle, scandale.* Ce sont ses expressions.

L'autre discours fut le rapport sur l'émission d'une nouvelle monnaie nationale : travail dont il avait été chargé avec son honorable collègue, M. Van Swinden. Ce ne fut point, comme on l'a prétendu depuis, une œuvre de déception. Si l'on impute quelques erreurs à ce travail si difficile, ce ne fut point la faute de notre confrère : il ne doit pas en porter le blâme. Il s'en est disculpé par un

petit ouvrage plein de sagesse, de raison, et fondé sur des calculs positifs.

Les lettres et les sciences réclamaient du Roi un nouveau bienfait. Implorer un acte de justice de Guillaume Ier, c'est avoir d'avance la certitude de l'obtenir. L'ancienne Académie fut recréée; les anciens membres furent rappelés; et le soin de présenter les hommes dignes de leur être associés, leur fut confié. Le Roi les choisit dans les deux parties du royaume, et il nous donna notre nouveau règlement. L'Académie fut installée le 18 novembre 1816, par M. Repelaer, ministre de l'instruction publique, sous la présidence de M. de Feltz et la direction de M. de Nieuport.

Nos travaux recommencèrent. Combien ne devons-nous pas à notre auguste Souverain! Ne vous attendez point, Messieurs, à me voir tracer ici son éloge. Ma voix serait trop faible pour le faire dignement. Il est d'ailleurs inutile de le tenter. Qu'on prononce le nom cher et révéré de *Guillaume* Ier, et tous les cœurs et toutes les bouches le feront bien plus éloquemment.

Notre illustre confrère signala notre réinstallation par de nouveaux Mémoires. Le premier est intitulé : *In Platonis opera et ficinianam interpretationem animadversiones.* Il fit cette dissertation après une étude approfondie de Platon, qui était son auteur favori. Il voulait rassembler ses diverses observations sur ce philosophe et rétablir dans sa pureté le texte original, souvent corrompu par la négligence ou l'ignorance des copistes; car tel était ce Ficino.

Je ne ferai pas l'énumération de tous les nouveaux Mémoires du commandeur. Ils sont entre vos mains, Messieurs, vous les jugerez bien mieux que moi.

Le Roi résolut d'établir trois universités dans les provinces méridionales. M. de Nieuport fut nommé un des curateurs de l'université de Louvain. Il était bien naturel de confier les sciences aux soins de celui qui les connaissait si bien.

La mort du baron de Feltz laissait la présidence de l'Académie vacante. Tous les yeux se portèrent sur notre digne collègue. Il refusa, alléguant son âge et sa santé. Le Roi se vit forcé par-là de faire un autre choix. Mais quel intervalle immense entre celui qui fut nommé, et celui qui n'acceptait pas! L'un avait tous les titres, l'autre ne peut chercher qu'à mériter l'indulgence de ses honorables confrères.

Il n'était malheureusement que trop vrai que l'âge avancé du commandeur commençait à donner quelques inquiétudes. Sa santé jusques là si ferme, s'altérait. Sa tête était cependant toujours forte et active, malgré ses quatre-vingts ans. Il se sentait lui-même quelque faiblesse et ne voulait plus se charger de l'examen des Mémoires qu'on nous présentait. Mais combien il se réjouissait des palmes que remportaient nos confrères! Comme il applaudissait aux efforts que de nouveaux adeptes faisaient pour les mériter! Il semblait alors se voir renaître. Hélas! peut-être sentait-il que bientôt il ne pourrait plus jouir de ces succès.

Le 20 août arriva : jour à jamais déplorable; source éternelle de regrets! Permettez-moi, Messieurs, de tirer le rideau sur ce fatal moment. Qu'il suffise de dire que cette âme grande, généreuse et pure, s'élança vers l'immortalité!

Illustre confrère, toi qui m'honoras de ton amitié, reçois du haut de l'empyrée, où t'auront sûrement placé tes vertus, les témoignages de notre sensibilité; entends aussi nos vœux. Que ton exemple nous instruise, que tes principes nous guident, que ta mémoire redouble nos efforts; et si j'ai pu, quoique bien imparfaitement, exprimer nos regrets, que ce soit le gage des sentimens qui nous animent tous, et celui d'un souvenir qui ne périra jamais.

SUR

LES INTERSECTIONS

DE LA SPHÈRE

ET D'UN CÔNE DU SECOND DEGRÉ,

PAR

Mr P. G. DANDELIN.

SUR

LES INTERSECTIONS

DE LA SPHÈRE

ET D'UN CÔNE DU SECOND DEGRÉ.

Si, sur les tangentes d'une courbe du second degré, on abaisse d'un point donné des perpendiculaires, les pieds de ces perpendiculaires formeront des courbes dont la figure et les propriétés sont dignes d'attention. Selon que la courbe du second degré sera une parabole, une ellipse ou une hyperbole, on aura une focale, une conchoïde, ou une lemniscate. Ces deux dernières sont connues depuis longtemps : la première a été examinée pour la première fois, mais dans un cas particulier, par mon savant ami Mr Quetelet,

qui en a fait l'objet d'un travail intéressant, auquel j'ai ajouté quelques théorèmes nouveaux. Nous les considérerons ici en général, en leur donnant à toutes, le nom de lemniscate.

Fig. 1. Soit donc A le point d'où partent les perpendiculaires, $aa'bc$ la section conique; ad étant une de ses tangentes, d sera un point de la courbe.

Soit à présent une autre tangente $a'd'$ à la section conique, infiniment voisine de la première, d' sera un second point de la courbe infiniment proche du premier. Par le point o d'intersection des deux tangentes, menons la droite Ao, on pourra la prendre pour le diamètre d'un cercle qui passe par les quatre points A, o, d et d', et dont le centre sera en o' au milieu de Ao.

Le cercle Aodd' a donc un élément commun avec la courbe en d, et ainsi il lui est tangent dans ce point; de plus, il passe par le point o lequel peut être pris pour a, puisque l'arc aa' est infiniment petit; donc, si par un point quelconque de la section conique on mène une droite au point A, et qu'on construise un cercle sur cette droite prise comme diamètre, ce cercle sera quelque part tangent à la courbe.

Mais on voit que quelle que soit la position de a, ce cercle aura son centre sur une section conique semblable à la première, et formée par les milieux de toutes les cordes Aa. On peut donc en conclure que les courbes ci-dessus, sont en général les courbes enveloppes d'un cercle mobile, assujetti

à avoir son centre sur une section conique, et à passer par un point fixe.

Il est en outre très-facile de s'apercevoir que pour trouver le point où une des positions du cercle mobile touche la courbe enveloppe, il faut mener par son centre la tangente *at* à la section conique, puis abaisser du point fixe A la perpendiculaire A*d* sur cette tangente; le point *d* sera le point de contact cherché. Fig. 2.

Or, le rayon *ad* étant normal dans cet endroit au cercle tangent, doit l'être aussi à la courbe enveloppe, ainsi la normale au point *d* sera *de*.

Mais si l'on mène la droite A *a*, il est évident que les angles A*at* et *eas* seront égaux, en sorte que si le point A était lumineux et la courbe réfléchissante, le rayon A*a* étant un rayon incident, *de* serait le rayon réfléchi, d'où il suit que les rayons réfléchis sont normaux à la courbe dont nous nous occupons, et qu'ainsi les diverses variétés de lemniscates sont toutes renfermées dans une même classe de courbes : *les développées des caustiques par réflexion des sections coniques*.

Si maintenant l'on prend sur la section conique six points 1, 2, 3, 4, 5, 6, et qu'on mène par ces points six tangentes 1, 2, 3, 4, 5, 6, qui se coupent aux points 12, 23, 34, 45, 56, 61, à chacune de ces tangentes correspondra un point de la lemniscate, lequel sera placé symétriquement avec le point A par rapport à la tangente : désignons chacun de ces points par la lettre *p* accentuée avec l'indice

de la tangente : il est évident d'abord que le cercle qui passe par le point A et qui a son centre en 12, passe aussi par le point p^1 et le point p^2. De même le cercle dont le centre est en 23 et qui est assujetti à passer par le point A, passe aussi par les points p^2 et p^3, et ainsi de suite : si donc on conçoit six cercles ayant pour centres les six sommets de l'hexagone circonscrit, formé par les six tangentes 1, 2, 3, 4, 5, 6, et passant tous par le point A, ces six cercles formeront une espèce d'hexagone à côtés circulaires, inscrit dans la lemniscate, et ayant pour sommets les points p^1, p^2, p^3, p^4, p^5 et p^6. Nous désignerons, comme il est naturel, ces six cercles par les lettres des points qu'ils contiennent, ainsi ils seront Ap^1p^2, Ap^2p^3, Ap^3p^4, Ap^4p^5, Ap^5p^6, Ap^6p^1.

Maintenant les cercles Ap^1p^2 et Ap^4p^5 se coupent en deux points dont l'un est A et l'autre B sera au bout de la corde passant par A et perpendiculaire à la droite qui joint les centres 12 et 45 de ces cercles, droite qui est une des diagonales de l'hexagone circonscrit à la section conique : il est donc évident que tout cercle qui aura son centre sur cette diagonale, et qui passera par le point A, passera aussi par le point B.

Il est de même évident que tout cercle dont le centre sera situé sur la diagonale qui joint les points 23 et 56, et qui passera par le point A, passera aussi par le point C, intersection des cercles Ap^2p^3 et Ap^5p^6, et enfin que tout cercle ayant son centre sur la diagonale des points 34 et 61,

et passant par le point A, passera aussi par le point D intersection des cercles Ap^3p^4 et Ap^6p^1.

Or, ces trois diagonales se coupent en un point unique i : donc le cercle qui passera par le point A et qui aura son centre en i, passera par les points B, C et D. *Donc, si dans la lemniscate on inscrit un hexagone à côtés circulaires passant par le point lumineux, les côtés opposés de cet hexagone se couperont deux à deux en trois points, lesquels avec le point A seront toujours sur une même circonférence.*

Il est facile de voir que toute courbe qui jouit de cette propriété est une lemniscate, ce qu'on démontrera facilement en prenant le contre-pied de la démonstration que nous venons de donner.

Maintenant recevons tout ce système sur une sphère : de quelque manière que nous la retournions ensuite, nous aurons des projections stéréographiques qui jouiront exactement de la même propriété, ainsi toutes ces projections seront encore des lemniscates.

Cependant, si on prend la projection du point A sur la sphère pour point de vue, on obtient un résultat remarquable. Tous les cercles passant par A se projetteront suivant des droites ; d'où il suit que dans cette projection de la lemniscate sphérique, si l'on inscrit un hexagone rectiligne quelconque, les côtés de cet hexagone se couperont en trois points situés sur une même droite : ainsi dans ce cas, la projection de la lemniscate sphérique est une courbe du 2e degré. Il suit de

là, que *la lemniscate sphérique est une intersection de la sphère et d'un cône quelconque du second degré, ayant son sommet sur la sphère;*

Que les lemniscates planes étant des projections stéréographiques de cette espèce d'intersection, *on peut considérer les développées des caustiques par réflexion des courbes du 2e degré comme les projections stéréographiques de l'intersection d'un cône et d'une sphère dont la surface renferme le sommet du cône.* La réciproque de cette proposition est également vraie. Il résulte de là, pour les lemniscates, une série de théorèmes curieux ou utiles pour leur construction, mais dont je ne parlerai pas ici pour ne pas trop allonger cette note. Voici pourtant comment une lemniscate étant donnée, on peut se procurer une courbe du second degré, dont la projection sur la sphère étant retournée, puisse reproduire la lemniscate.

Fig. 3. Soit A le point lumineux : concevons A le centre d'une sphère d'un rayon arbitraire, et soit CEF l'intersection de cette sphère avec le plan de la lemniscate. Appelons d et d' les deux extrémités du diamètre perpendiculaire au plan CEF, d étant au-dessus et d' au-dessous de ce plan. Concevons que par le point d' on mène des droites à tous les points de la lemniscate, on formera un cône qui coupera la sphère suivant leur courbe, laquelle sera vue stéréographiquement du point d suivant une section conique. Construisons cette perspective, en prenant le point d pour l'œil.

D'abord le point d' se projettera en A, soit ensuite un

point quelconque D de la lemniscate, la ligne Dd' se projettera en AD; pour trouver la projection du point où elle coupe la sphère, concevons par cette droite un plan dont la trace soit la tangente CD, au cercle CEF, ce plan coupera la sphère suivant un cercle lequel passera par le point d' et sera tangent au cercle CEF. Ce cercle se projettera donc suivant le cercle ABC tangent à la droite CD au point C, et passant par le point A, et il est évident que B sera la projection du point où la droite Dd' coupe la sphère; tous les points B construits de cette manière seront des points de la section conique cherchée. Appelons R le rayon de la sphère, ρ le rayon vecteur AD, ρ' le rayon vecteur correspondant dans la section conique, nous aurons évidemment :

$$\rho\rho' = R^2.$$

Si donc, étant donnée une lemniscate quelconque, on mène par le point lumineux des droites à tous ses points, et si l'on prend sur ces droites des longueurs, telles que leurs produits par les rayons vecteurs correspondans dans la lemniscate soient constans, la courbe formée par cette série de points, sera une section conique.

La réciproque de cette proposition est vraie, et donne une nouvelle construction des lemniscates.

Lorsqu'on a ainsi construit une courbe du second degré génératrice de la lemniscate, il est commode de s'en servir pour déterminer toutes les circonstances du cours de cette

dernière; on peut par son aide en construire les cercles osculateurs, les tangentes, en déterminer les points singuliers; mais comme toutes ces choses sont faciles pour ceux qui auront lu avec quelque attention notre Mémoire *sur les projections stéréographiques*, nous n'en parlerons pas davantage.

Il y a aussi sur ces courbes des recherches analytiques très-curieuses, mais dont je traiterai ailleurs, car ici je ne me suis proposé que donner un nouvel exemple de l'emploi des projections stéréographiques.

FIN.

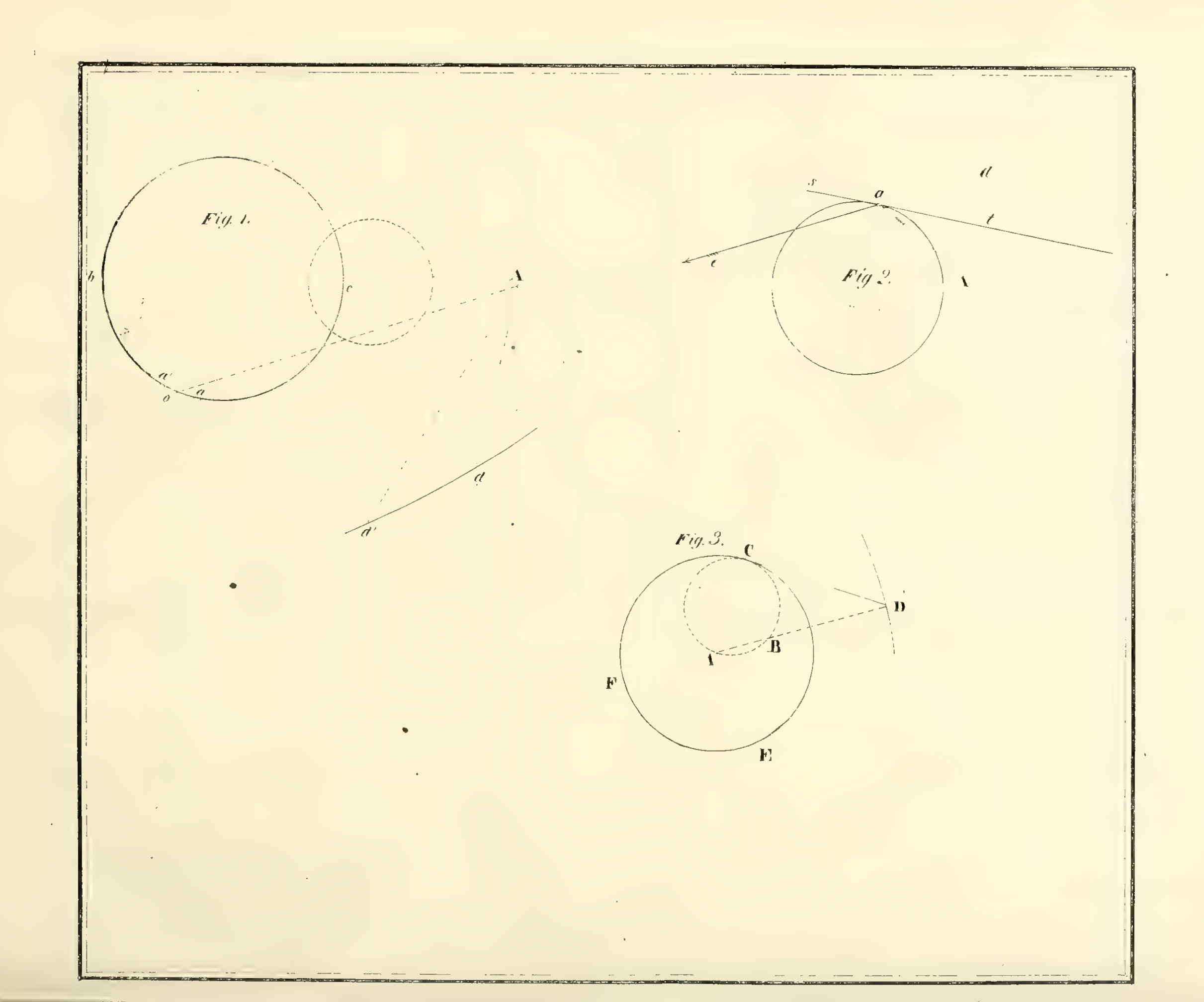


Fig. 1.
b
a'
o
a
c
A
d
d'
Fig. 2.
s
a
d
t
e
A
Fig. 3.
C
D
B
A
F
E

MÉMOIRE

SUR L'EMPLOI

DES PROJECTIONS STÉRÉOGRAPHIQUES

EN GÉOMÉTRIE,

PAR Mr P. G. DANDELIN.

MÉMOIRE

SUR L'EMPLOI

DES PROJECTIONS STÉRÉOGRAPHIQUES

EN GÉOMÉTRIE.

PRÉLIMINAIRES.

§ I.

Ce genre de projections est une espèce particulière de perspective dans laquelle l'œil est assujetti à se placer d'une certaine manière par rapport aux objets vus ; c'est ainsi que dans nos cartes géographiques, qui sont de véritables perspectives des différentes parties de la terre, l'œil est supposé

placé à la superficie du globe et le plan du tableau parallèle à l'horizon visuel.

Les projections stéréographiques étaient connues des anciens géomètres, et il est probable qu'elles leur auront servi à découvrir ou à démontrer beaucoup de propriétés curieuses du cercle et des lignes du second degré en général. J'ignore si quelqu'un s'en est occupé depuis; mais le nombre, la variété et l'élégance des résultats que j'ai obtenus en traitant plusieurs questions de géométrie par cette méthode, et l'utilité dont elle pourrait être dans la théorie de l'espace, m'ont décidé à faire connaître ce que je sais sur cette matière, espérant que mon travail pourrait servir à jeter quelque intérêt sur une partie encore peu explorée de la belle géométrie de Monge.

Si l'on conçoit que deux yeux, dans une position connue, regardent à la fois un système de points, et qu'on trace les perspectives de ce système sur deux plans différens, la connaissance de ces deux perspectives et de la position des yeux, déterminera complétement tous les points du système. Car chacun d'eux se trouvera à la fois sur deux droites connues, et sera par conséquent connu lui-même. On voit donc qu'il serait possible de remplacer, pour représenter les points de l'espace, la méthode des projections orthogonales par celle des perspectives; et celle-ci, comme nous le verrons, offre dans de certains cas de grands avantages sur l'autre. Sans m'arrêter à les faire prévoir, je vais entrer en matière, et je commence par rappeler des théorèmes connus.

1. On nomme lignes concourantes, les lignes qui, sur un plan ou dans l'espace, se dirigent toutes vers un même point; d'où il suit que les parallèles sont aussi des lignes concourantes, mais dont le point de concours est à l'infini.

Les perspectives des lignes concourantes sont également des lignes concourantes, et lorsque, quels que soient la position de l'œil et le plan du tableau, les perspectives de plusieurs lignes sont toujours concourantes, les lignes le sont aussi.

Lorsque plusieurs faisceaux de lignes concourantes ont leurs divers points de concours sur une même droite, les perspectives de ces lignes concourantes jouiront d'une propriété semblable, et si la droite des points de concours se trouve dans un plan passant par l'œil et parallèle au tableau, la perspective sera composée de lignes parallèles ou asymptotes les unes des autres, et prolongées à l'infini.

2. La perspective d'une courbe plane sur un tableau parallèle à son plan, est une courbe semblable à la première. On peut aussi construire des courbes semblables sur un même plan, en menant (fig. 1) à une courbe donnée par un point quelconque c, des droites ac, et en prenant sur ces lignes des distances bc constamment proportionnelles à ac.

Il est inutile de dire que deux courbes semblables ont en tout les mêmes propriétés.

3. De même qu'un point est déterminé complétement quand on connaît ses perspectives pour deux yeux et deux tableaux différens, de même la position d'une droite est

connue dans les mêmes circonstances et sous les mêmes conditions.

On pourra déterminer un plan par ses traces sur les deux tableaux ; mais les considérations suivantes fournissent un second moyen, dont nous ferons plus souvent usage.

4. Si par un point quelconque, pris hors d'une sphère, on mène un cône tangent à cette sphère, ce cône touchera la sphère suivant une courbe plane, laquelle sera par conséquent un cercle : si ensuite au lieu de considérer un point unique, on en imagine une infinité d'autres, situés sur un même plan, et que par tous ces points on mène des cônes tangens à la sphère, les plans des cercles de contact de ces cônes avec la sphère passeront tous par un même point, que nous appellerons le *pôle* du plan qui contient les sommets de tous ces cônes.

Le plan des sommets sera le *plan relatif* au point qui lui sert de pôle.

Il est évident que le pôle du plan d'un cercle tracé sur la sphère est le sommet du cône droit qui touche la sphère suivant ce cercle. Ainsi nous appellerons ce sommet pôle du plan du cercle, ou simplement le pôle du cercle.

5. L'intersection de deux plans est évidemment une ligne droite contenant les pôles d'un système de sections planes assujetties à passer par les pôles des deux plans, et conséquemment par la droite qui joint ces deux points. Cette droite sera donc appelée la ligne polaire relative à l'autre. Je crois qu'il n'est pas nécessaire de démontrer la récipro-

que de cette proposition, et qu'ainsi ces deux droites sont réciproquement polaires l'une de l'autre.

On voit par la même raison que l'intersection des trois plans est le pôle du plan passant par les pôles des trois autres.

Pour généraliser nos définitions, nous appellerons surface polaire relative à une autre surface, celle qui contient les pôles des plans tangens à cette dernière, et je crois inutile de démontrer ici que deux surfaces dans ce cas sont réciproquement polaires l'une de l'autre.

6. Par analogie avec ce qui se passe dans l'espace, nous appellerons sur le plan d'un cercle, pôle d'une droite, le point où se coupent toutes les cordes tellement placées que les tangentes menées au cercle par leurs extrémités, se coupent deux à deux sur la droite.

On conçoit aisément qu'en perspective, la perspective du pôle sera le pôle de la perspective de la droite.

7. Si par le pôle d'un plan on mène un plan de manière à ce qu'il coupe la sphère suivant un cercle et le plan suivant une droite, cette droite aura pour pôle dans ce plan et par rapport à ce cercle, le pôle du premier plan.

Si par une droite quelconque on mène un plan qui coupe la sphère suivant un cercle, et la droite polaire relative à cette droite suivant un point, ce point sera, sur le plan et par rapport à ce cercle, le pôle de la première droite.

Nous appellerons aussi courbe polaire relative à une autre courbe, celle qui contient tous les pôles des droites tangen-

tes à cette dernière. Il n'est pas non plus besoin de dire ici que celle-ci est aussi la polaire de l'autre.

8. Ces considérations dérivant des courbes et des surfaces polaires réciproques, donnent naissance à des théorèmes singulièrement curieux, et me paraissent destinées à devenir utiles au calcul intégral. Je développerai dans un autre travail quelques idées à ce sujet.

9. Nous terminerons tout ce qui est relatif aux plans polaires en observant que, dans tout le cours de ce Mémoire, nous désignerons le pôle par une lettre majuscule et le plan par la minuscule correspondante. Ainsi le pôle du plan a, ou du cercle a sera A.

10. On peut déjà pressentir les conséquences des théorèmes précédens dans le système de projections que nous voulons adopter. En effet, si l'on suppose une sphère invariablement fixée de grandeur et de position par rapport aux deux yeux et aux deux tableaux, on pourra déterminer les plans par leurs pôles, et réciproquement ; ce qui remplace avec avantage l'emploi des traces de ces plans. Nous en verrons bientôt des exemples.

11. Dans tout ce qui va suivre, nous ne considérerons qu'un œil, qu'un tableau, avec une sphère fixe passant par l'œil, et telle que son centre et l'œil se trouvent sur une même droite perpendiculaire au tableau. Nous devons prévenir aussi qu'un point ou un système de points désigné par une lettre, sera en perspective marqué de la même lettre avec un ou plusieurs accens suivant qu'il sera du premier,

du second, etc., système de perspective. Ainsi la perspective du point a sera a'; si l'on considère un second système de perspective, c'est-à-dire un nouvel œil et un nouveau tableau, sa perspective sera a'', et ainsi de suite. La perspective du cercle a sera également a', nous en userons du moins toujours ainsi tant que la netteté du discours ne le demandera pas autrement.

§ II.

Théorèmes fondamentaux; démonstration de quelques propriétés curieuses du cercle.

THÉORÈME.

12. *Deux tangentes à la sphère en un même point, sont vues ou se projettent stéréographiquement, suivant deux droites faisant entre elles le même angle que les deux tangentes.*

En effet : par l'œil et par les deux tangentes, menons deux plans : ils couperont la sphère suivant deux cercles et le plan du tableau suivant deux droites, qui seront les perspectives ou les projections de ces deux tangentes; mais ces deux droites seront évidemment parallèles aux deux tangentes, menées par l'œil aux deux cercles; ainsi leur angle sera égal à celui de ces deux tangentes; mais celles-ci font entre elles le même angle que les deux premières, donc : etc.

13. Un corollaire intéressant de cette propriété, c'est que deux courbes tracées sur la sphère, et qui se coupent sous un certain angle, se projettent suivant deux courbes planes, se coupant aussi sous le même angle : et en effet, cet angle est mesuré sur la sphère par l'angle des tangentes menés aux deux courbes, et sur le plan, par celui des projections de ces tangentes; angles qui sont égaux.

Il suit de là, que deux courbes tangentes sur la sphère, se projettent stéréographiquement suivant deux courbes, aussi tangentes.

14. Soit maintenant un cercle *c* tracé sur la sphère, et C son pôle : menons une des génératrices du cône tangent à la sphère suivant le cercle *c*. Cette génératrice passera par C et coupera perpendiculairement l'élément du cercle *c* par lequel elle passe. Projettons stéréographiquement tout ce système : il est clair que le cercle *c* se projettera suivant un courbe qui aura la propriété de couper à angles droits, toutes les droites menées sur le tableau, par la projection *c* du pôle C′. Cette courbe sera donc un cercle dont le centre sera C′. Ainsi :

THÉORÈME.

15. *Un cercle tracé sur la sphère est vu ou se projette stéréographiquement suivant un autre cercle, dont le centre est la projection du pôle du premier.*

16. Le théorème précédent est celui sur lequel repose

presque tout ce que nous avons à dire. Désormais, quand un plan coupera la sphère, nous le désignerons par les lettres du cercle d'intersection : ainsi le plan *c*, ou le cercle *c*, sera la même chose, puisque l'un détermine rigoureusement l'autre.

La plupart des figures jointes à ce Mémoire, représentent, d'après notre convention, les perspectives ou projections stéréographiques des opérations que nous ferons dans l'espace ; ce qui, comme on le verra, devient facile au moyen des théorèmes (12 et 15), par suite desquels presque toutes ces opérations sont vues suivant d'autres opérations absolument analogues. Nous ne détaillerons donc que ce qui a lieu dans l'espace, et le lecteur voudra bien en suivre les conséquences sur les figures correspondantes, ce qui d'ailleurs sera toujours extrêmement aisé.

Un des avantages importans de cette espèce de projection, c'est qu'en conservant la position relative des divers points d'un système, on peut néanmoins changer le système de projection, c'est-à-dire, la position de l'œil et le plan du tableau d'une infinité de manières, ce qui peut amener des simplifications importantes dans le raisonnement et les opérations. Ce renversement des projections offrira souvent des applications intéressantes ; nous allons le voir par quelques exemples pris dans des théorèmes relatifs aux droites concourantes, et dans d'autres sur les courbes du second degré. La plupart de ces théorèmes, en général assez difficiles à démontrer, ont, outre leur élégance, beaucoup d'uti-

lité dans les arts graphiques. Quelques géomètres célèbres, Pascal, entre autres, s'en sont fort occupés. De nos jours, l'illustre Carnot, M. Brianchon et d'autres auteurs d'un mérite distingué, se sont fait des méthodes diverses, pour démontrer quelques-uns de ces théorèmes, qui ont le double avantage de se graver dans la mémoire mieux que des formules et de les remplacer. Les projections stéréographiques semblent conçues exprès pour cet objet.

17. Soit un cercle avec les quadrilatères inscrit et circonscrit $a'b'c'd'$, $e'f'g'h'$; menons les quatre diagonales $a'd'$, $b'c'$, $e'g'$, $f'h'$; elles se croiseront dans le même point i'.

Fig. 2 et 3. Il est évident que tout ce système peut être considéré comme la projection d'un cercle *abcd*, auquel on aurait inscrit des quadrilatères *abcd*, *efgh*.

Par l'intersection *i* des diagonales du premier et par le pôle du cercle *abcd*, menons une droite : elle coupera la sphère en deux points. Plaçons l'œil à l'un des deux, nous verrons la figure 3, dans laquelle le point i'' se confond avec le centre du cercle; d'où il suit que le quadrilatère inscrit $a''\,b''\,c''\,d''$ est un rectangle et que, par conséquent, toute la figure est symétrique par rapport à la diagonale $f''\,h''$. De là dérivent les conséquences suivantes :

Les quatre diagonales $f''h''$, $e''g''$, $a''d''$, $b''c''$ sont concourantes; donc les droites *fh*, *eg*, *ad*, *bc*, le sont aussi, et par suite les droites $f'h'$, $e'g'$, $a'd'$, $b'c'$ qui en sont les perspectives (1). Donc :

THÉORÈME.

Dans un cercle, les quatre diagonales des quadrilatères, inscrit et circonscrit, se coupent en un même point.

De plus, les lignes $c''d''$, $f''h''$, $a''b''$ étant parallèles, et par suite concourantes, on voit que les trois droites $c'd'$, $f'h'$, $a'b'$ le sont aussi, ainsi que les droites $a'c'$, $b'd'$, $e'g'$.

Et enfin, puisque les huit droites $a''b''$ et $c''d''$, $a''c''$ et $b''d''$, $e''f''$ et $g''h''$, $e''h''$ et $f''g''$, sont parallèles deux à deux, il est clair (1) que les droites ab et cd, ac et bd, ef et gh, eh et fg, et par suite les droites $a'b'$ et $c'd'$, $a'c'$ et $b'd'$, $e'f'$ et $g'h'$, $e'h'$ et $f'g'$, *forment quatre faisceaux de lignes concourantes deux à deux, vers des points situés sur la même droite.*

18. Soit un cercle quelconque et un hexagone inscrit $a'b'c'd'e'f'$: prolongeons les côtés opposés jusqu'à ce qu'ils se rencontrent deux à deux en g', h', i'. (*fig.* 4, 5 et 6.)

Cela fait, on peut concevoir que tout ce système est la projection stéréographique d'un cercle $abcdef$, circonscrit à un hexagone dont les côtés opposés se rencontrent deux à deux, en g, h et i; par deux de ces trois points, savoir : g et h, menons un plan tangent à la sphère, et plaçons l'œil au point de contact. Dans ce nouveau système de projection, les points g et h étant sur un plan parallèle au tableau, et passant par l'œil, leur perspective sera placée à l'infini : ainsi les droites $a''b''$ et $d''e''$ seront parallèles

ainsi que les droites $a''f''$ et $c''d''$: l'angle $b''a''f''$ étant par suite égal à l'angle $c''d''e''$; les cordes $b''f''$ et $c''e''$ sont égales et par conséquent les cordes $f''e''$ et $b''c''$ sont parallèles.

Les six cordes de l'hexagone $a''b''c''d''e''f''$ sont donc deux à deux concourantes à l'infini, d'où résulte que les trois points de concours g, h, i, sont aussi à l'infini ou situés sur une même droite (1), et par conséquent la même chose a lieu pour les trois points g', h' et i' dans l'hexagone $a'b'c'd'e'f'$.

Donc dans l'hexagone inscrit au cercle, les trois points de concours des côtés opposés sont en ligne droite.

Ce théorème applicable comme ceux du quadrilatère à toutes les courbes du second degré, est dû à Pascal, qui paraît avoir eu l'intention de s'en servir pour traiter des propriétés des sections coniques. Il paraît qu'il avait obtenu des théorèmes analogues pour d'autres genres de courbes ; mais tout ce travail ne nous est pas parvenu ; on ne trouve même pas de trace du chemin qu'il aurait suivi en partant de ce théorème, quoiqu'il soit probable qu'il avait ramené l'expression de la plupart des propriétés de ces courbes, à des combinaisons de lignes. Il ne nous reste à ce sujet que le regret d'avoir probablement perdu un des écrits les plus remarquables du temps.

Si l'on prolonge les côtés du polygone $a'b'c'd'e'f'$, de manière à former l'hexagone étoilé, de la figure 6, il sera bien facile, en employant le même raisonnement que tout à l'heure, de démontrer le théorème suivant :

Dans l'étoile hexagonale dont les six rentrans sont sur une même circonférence, les trois diagonales qui joignent deux à deux les pointes opposées, se couperont au même point.

La même chose a lieu pour les trois diagonales qui joignent deux à deux les rentrans opposés d'une étoile hexagonale inscrite dans un cercle.

On démontrera de même que *dans l'hexagone circonscrit, les trois diagonales sont concourantes* : c'est le théorème de M. Brianchon.

19. Si l'on conçoit maintenant que toute la figure 4 ne soit que la perspective d'un système de lignes tracées sur la sphère, il sera aisé de voir que les six cordes $a'b'$, $b'c'$, $c'd'$, $d'e'$, $e'f'$, $f'a'$, seront les perspectives de six cercles passant par l'œil; si l'on renverse donc le système de projection, d'une manière arbitraire, on verra que la nouvelle projection sera un cercle dans lequel on aura inscrit un hexagone formé par des arcs de cercles assujettis à se couper dans la projection de l'œil du premier mode de projection. Or, les trois intersections de ces six cercles, se trouveront aussi sur un cercle passant par l'œil; ainsi l'on peut conclure de tout celà le théorème suivant :

Si, sur la circonférence d'un cercle, vous prenez six points, a, b, c, d, e, f, *et un septième* g, *quelque part sur son plan, vous pouvez mener les cercles* abg, bcg, cdg, deg, efg, fag, *et les intersections des cercles opposés, savoir :* abg *et* deg, beg *et* efg, cdg *et* fag,

se trouveront sur un septième cercle passant aussi par g.

On trouve de la même manière celui-ci :

Si sur une circonférence vous prenez six points, a, b, c, d, e, f, *et un septième quelque part sur son plan, vous pouvez mener par le point* g, *six cercles tangens à la première circonférence en* a, b, c, d, e *et* f. *Considérant ces six cercles comme un hexagone circonscrit et menant, par les sommets opposés, trois cercles assujettis à passer par* g, *ces cercles se couperont en un même point.*

Ces deux théorèmes conduisent directement à la démonstration générale des deux théorèmes sur l'hexagone inscrit et circonscrit à une section conique. Nous le verrons plus loin : nous remarquerons seulement en passant, que le cercle n'est pas la seule courbe qui jouisse de cette double propriété. Il y en a un grand nombre d'autres pour lesquelles la même chose a lieu, et dont nous parlerons plus en détail.

20. Si les cercles a, b, se coupent sur la sphère [1], la corde mn qui leur est commune sera l'intersection des plans de ces deux cercles, et $m'n'$ sera évidemment la projection de cette intersection ; mais si ces cercles ne se coupent pas

---

(1) Il ne faut point oublier ici ce que nous avons dit nos 9 et 11. Le cercle a est celui dont le pôle est A. Sa projection se désigne par le cercle a' dont le centre est A′ (fig. 7).

(*fig.* 8), on obtiendra cette projection d'une autre manière; concevons sur la sphère un cercle auxiliaire c, qui coupe les deux premiers suivant les lignes mn et op. Ces deux droites se trouvant l'une sur le plan a, l'autre sur le plan b, leur intersection v sera sur l'intersection de ces deux plans. Le point v' est donc un point de la projection de l'intersection; il est évident que tous les points v', ainsi obtenus, seront en ligne droite; donc :

Les couples de cordes appartenant en commun à deux cercles fixes et à un troisième variable, se coupent toutes, deux à deux, sur une même droite.

21. Trois cercles a, b, c (*fig.* 9), placés sur la sphère, appartiennent à trois plans formant un angle trièdre, et d'après ce que nous venons de dire (20), il sera facile de déterminer la projection du sommet de cet angle trièdre, lorsqu'on connaît les projections a', b', c', des trois cercles. En effet, si l'on construit, par la méthode précédente, les projections des intersections des plans a et b, b et c, a et c, on aura celles des trois arêtes de l'angle trièdre, et leur point de concours sera la projection du sommet.

Il résulte de là le théorème suivant :

Un cercle variable, qui coupe à la fois trois cercles fixes, a avec eux trois cordes communes, lesquelles forment un triangle dont les trois sommets sont situés constamment sur trois droites concourantes dont la position dépend des trois cercles fixes.

Si les trois cercles se coupent (*fig.* 10.), les trois cordes

$a'b'$, $e'f'$, $c'd'$, représentent les trois arêtes de l'angle trièdre, et par conséquent se coupent en un même point; d'où il suit aussi que les trois perpendiculaires abaissées sur les côtés d'un triangle par les sommets opposés, sont concourantes, comme on le verra de suite.

§ III.

Des cônes passant par deux cercles : divers problèmes et théorèmes.

22. *Par deux cercles* a *et* b *on peut toujours faire passer deux systèmes de droites formant deux cônes dont les sommets sont sur la droite qui passe par les pôles* A *et* B *de ces cercles.*

Menons par la droite AB un plan quelconque coupant la sphère suivant le cercle c. Ce cercle coupera les cercles a et b normalement; ainsi, dans la projection, les rayons $B'd'$, $A'g'$, $A'e'$ seront tangens au cercle c' : concevons dans le plan c les droites gd et de, elles rencontreront la droite AB, l'une en f, l'autre en h, et dans la projection les angles $A'g'h'$ et $B'd'h'$ étant supplément l'un de l'autre, on a

$$\frac{A'g'}{B'd'} = \frac{A'B'}{B'h'} + 1;$$

d'où il suit que quelle que soit la position du cercle c, pourvu

qu'il passe par la droite des pôles, $B'h'$ et par suite Bh seront constans; il en est de même de $B'f'$ et de Bf.

Les points f et h resteront donc fixes quel que soit le cercle c, et par conséquent toutes les droites dg et de, menées comme nous venons de le voir, forment deux systèmes de droites concourantes et par conséquent deux cônes dont l'un a son sommet en b, et l'autre en f.

Nous conserverons à la droite AB le nom d'axe par rapport à ces cônes, quoique généralement ils soient obliques.

23. Les cônes passant par deux cercles jouissent de propriétés intéressantes dont voici quelques-unes.

Si, par le sommet d'un de ces cônes, on mène un plan tangent au cône, ce plan coupera la sphère suivant un cercle tangent aux deux cercles générateurs du cône; et tous les cercles ainsi construits, ayant leurs plans assujettis à passer par un point fixe, qui est le sommet du cône, ont tous leurs pôles sur un même plan.

Mais avec un peu d'attention, on voit que si on conçoit le cône qui touche la sphère suivant le cercle a, et celui qui la touche suivant le cercle b, tout point de l'intersection de ces ceux cônes, sera le pôle d'un cercle tangent aux cercles a et b; car, d'abord ce pôle sera à égales distances des circonférences des deux cercles, puisque ces distances sont mesurées par les longueurs de deux tangentes à la sphère, menées d'un même point, et ensuite le cercle dont il est le pôle aura un rayon commun avec chacun des cercles a et b; d'où résulte :

24. 1° Que tous les pôles des cercles tangens à deux cercles fixes sur la sphère, se trouvent sur l'intersection des cônes qui touchent la sphère suivant ces deux cercles.

2° Que tous les points de cette intersection sont sur deux plans, qui ont pour pôles respectifs les sommets des deux cônes qu'on peut faire passer par les deux cercles.

3° Que la droite AB, et celle qui est l'intersection des plans des cercles a et b, sont réciproquement polaires l'une de l'autre.

4° Que deux cônes droits, tangens à la sphère, se coupent suivant deux courbes planes, passant toutes deux par la ligne d'intersection des plans des cercles suivant lesquels les cônes touchent la sphère.

5° Que les deux points dans lesquels le cercle arbitraire touche les deux autres, se trouvent toujours sur une même arête de l'un des deux cônes.

Ceci sert à reconnaître dans les projections quels sont les points appartenans à la fois aux deux cercles et à une arête: soit en effet (*fig.* 11) la droite $g'h'$ projection de l'arête gh; elle coupe les deux cercles en quatre points k', g', d', i', tandis que pourtant dans l'espace l'arête gh ne les coupe qu'en deux points. Cela vient de ce que la projection $g'\,h'$, appartient à la fois à deux arêtes dans l'espace, et par conséquent, doit renfermer quatre points d'intersection. Pour reconnaître ceux qui appartiennent à une même arête, nous ferons usage de la remarque précédente. Prenons le point g', par exemple, et menons par g' un cercle tan-

gent aux deux cercles a' et b', il touchera le cercle b' en d' ou i'; mais dans le cas actuel ce sera en d'. Ainsi g et d appartiennent à la même arête dans l'espace, et i' et k', aussi à une même arête.

6° Que si l'on mène deux cônes passant l'un par les cercles a et c, l'autre par les cercles b et c, la droite qui joint les sommets de ces deux cônes se trouve évidemment dans le plan qui a pour pôle le sommet de l'angle trièdre, formé par les plans a, b, c; et par conséquent, tous les plans qui ont leurs pôles sur cette droite, passeront par le sommet de cet angle trièdre.

7° Si, par l'axe du cône, on mène un plan quelconque, il coupera les cercles a et b sous des angles égaux.

En effet, par l'arête du cône qui correspond à ce plan, menons un plan tangent au cône oblique; ce plan tracera sur la sphère un cercle tangent aux deux autres, ou, en d'autres termes, qui les coupera sous un angle nul. Mais maintenant le cercle du plan sécant dont nous venons de parler, coupera ce dernier suivant des angles égaux, donc il coupera aussi les angles a et b, sous des angles égaux.

Ce théorème nous servira à résoudre d'une manière fort simple, le problème suivant :

25. *Déterminer, pour une latitude donnée, l'époque du plus court crépuscule.*

Si la terre n'était qu'un globe nu et sans atmosphère, aussitôt que le soleil aurait atteint l'horizon d'un lieu, la séparation entre le jour et la nuit ne serait que d'une durée in-

finiment courte, et l'un de ces deux états succéderait brusquement à l'état contraire : mais il n'en est pas ainsi; les couches de l'atmosphère, à cause de leur pouvoir refringent, renvoient encore vers nos yeux quelques-uns des rayons du soleil, long-temps après que cet astre a passé sous l'horizon; cette espèce de demi-jour, appelé crépuscule ou aurore, suivant qu'il suit ou précède le jour, a lieu aussi long-temps que l'abaissement du soleil mesuré sur un arc perpendiculaire à l'horizon, ne dépasse pas environ 18° et quelques minutes au dessous de ce cercle. On conçoit donc, au dessous de l'horizon d'un lieu et du côté de son nadir, un plan parallèle à l'horizon et distant de celui-ci d'une quantité proportionnelle au sinus de cet angle de 18° et quelques minutes. Tant que le soleil, représenté par un point placé sur la surface de la sphère terrestre, chemine entre les deux cercles suivant lesquels la terre coupe les deux plans dont nous venons de parler, il y a crépuscule; il est jour quand il est au dessus du supérieur et nuit quand il est au dessous de l'inférieur que nous appelons cercle crépusculaire.

Le soleil étant par son cours assujetti à se mouvoir plus ou moins obliquement entre ces deux cercles, on conçoit que la durée du crépuscule doit varier d'un lieu à un autre suivant les latitudes; mais en outre, à cause de son mouvement apparent d'aller et venir entre les deux tropiques, il doit en général varier pour chaque latitude, entre un solstice et l'autre. Le problème que nous nous sommes proposé a donc pour but de déterminer, pour un lieu quelconque,

la plus petite valeur angulaire du cours solaire entre l'horizon et le cercle crépusculaire, puisque cette valeur mesure évidemment la durée du crépuscule.

Pour cela, prenons un des pôles de la sphère terrestre pour l'œil, et projettons stéréographiquement tout le système : (*fig.* 12).

Tous les cercles décrits par le soleil seront représentés par d'autres cercles ayant un centre commun A'. Le cercle crépusculaire et l'horizon se projetteront suivant des cercles C' et H', et il est évident que, pour le jour où le soleil décrira le cercle $\alpha\gamma\varepsilon$, la durée du crépuscule sera proportionnelle à l'angle $\alpha' A' \gamma'$: cherchons les conditions pour que cet angle soit un minimum.

Soit pour cela un autre cercle infiniment voisin $\delta'\beta'\varphi'$, perspective du cercle $\delta\beta\varphi$, aussi décrit par le soleil : pour que l'angle $\alpha' A' \gamma'$ soit un minimum, il faut que sa différentielle, c'est-à-dire $\delta' A' \beta' - \alpha' A' \gamma'$, soit nulle. Ce qui exige que les angles $\delta' A' \gamma'$ et $\alpha' A' \beta'$ et par conséquent les triangles $\delta' A' \gamma'$ et $\alpha' A' \beta'$ soient égaux et placés de la même manière. Les angles $\alpha'\beta' A'$, $\gamma'\delta' A'$ sont donc égaux ; mais ces angles sont ceux formés par les rayons $A'\beta'$, $A\delta'$, avec les élémens des cercles H' et C' en β' et δ' ; ces angles sont donc égaux, et comme ils sont les complémens de ceux suivant lesquels les cercles H' et C' sont coupés par le cercle $\beta'\delta'\varphi'$, on voit que le cercle cherché, parmi ceux que décrit le soleil, est celui qui coupe l'horizon et le cercle crépusculaire sous des angles égaux.

Pour le trouver, on fera donc passer par l'horizon du lieu et son cercle crépusculaire un cône, dont le sommet sera entre les plans de ces deux cercles : puis par les ommet de ce cône, on mènera un plan parallèle à l'équateur, et le cercle décrit par ce plan sur la sphère, sera la route du soleil, le jour du plus court crépuscule. Car, d'après ce que nous savons (24, 7°), ce cercle coupera le cercle crépusculaire et l'horizon sous des angles égaux. Cette solution extrêmement simple se rapproche, pour le fond, de celle de Monge; mais les moyens qui nous y ont conduit étant tout nouveaux, nous avons pensé qu'on la verrait avec plaisir.

PROBLÈME.

26. *Trois cercles* a', b', c' *étant donnés, on propose d'en trouver un quatrième qui les touche tous les trois.*

Première solution. (*fig.* 13.) Concevons les trois cercles a, b, c, dont ceux-ci seraient les projections stéréographiques, et imaginons que l'on ait mené deux cônes, l'un par les cercles a et c, l'autre par les cercles b et c.

Si, par la droite qui joint les sommets e et f de ces deux cônes, on mène un plan tangent à l'un d'eux, ce plan sera aussi tangent à l'autre, et par conséquent, le cercle suivant lequel il coupera la sphère, sera tangent aux trois cercles a, b, c. Cherchons le point γ où il touche le cercle c.

Imaginons qu'on ait prolongé le plan c et la droite ef

jusqu'à ce qu'ils se coupent en ι, puis par le point d'intersection, menons $\iota\gamma$ tangente au cercle c, ce sera évidemment la trace du plan tangent aux deux cônes, et par conséquent, le point γ, où elle touchera le cercle c, sera le point de contact cherché. »

La corde qui renferme ce point γ, aura donc ι pour pôle dans le plan du cercle c; elle sera donc comprise dans le plan dont ι est le pôle, et ce dernier plan devra passer par le sommet S de l'angle trièdre formé par les trois plans a, b, c (24, 6°); il en résulte que la corde qui passe par le point γ et qui a ι pour pôle, doit aussi passer par le point S.

Ceci nous suffit pour résoudre notre problème :

En effet, puisque la corde passant par le point γ et le point S, a son pôle en ι, la perspective passera par S′ et aura son pôle en ι'; nous ne connaissons point ι', à la vérité, mais nous savons qu'il doit être sur la droite $e'f'$: ainsi la droite $S'\gamma'$ doit passer par le pôle F′ de la droite $e'f'$; or, ce pôle est connu, le point S′ l'est aussi : si donc on mène la droite S′F′, elle coupera le cercle c en deux points γ, qui seront chacun un des points dans lesquels le cercle c peut être touché, par un cercle tangent à la fois aux trois cercles a, b et c.

Cette solution m'a semblé remarquable par son élégance et sa simplicité; elle est en même temps assez générale pour s'appliquer à tous les cas possibles, et c'est peut-être un des exemples les plus intéressans de l'emploi des projections stéréographiques.

PROBLÈME.

Deuxième solution. Dans la solution précédente nous avons éludé la recherche du point ι'; dans celle-ci, nous chercherons ce point, pour mener ensuite la tangente $\iota\gamma$ qui donne le point de contact γ. (*fig.* 14.)

Imaginons que, par la ligne ef, on ait mené un plan de telle manière qu'il coupe les trois cercles, ce plan coupera naturellement le plan du cercle c suivant une droite qui contiendra le point ι. Cherchons cette droite et sa perspective.

Prenons sur le cercle c un point quelconque γ dont la projection soit γ'. Menons, par ce point et la droite ef, un plan. Ce plan coupera les deux cônes suivant deux arêtes $f\gamma$ et $e\gamma$. Cherchons sur les projections $f'\gamma'$ et $e'\gamma'$ de ces arêtes, d'après notre observation antérieure (24, 5°), les points α' et β' projections des points α et β où les droites $f\gamma$ et $e\gamma$ rencontrent, l'une le cercle a, l'autre le cercle b. Les points α, β, γ, seront à la fois sur la sphère et sur le plan passant par ef et par γ. Le cercle $\alpha\beta\gamma$, dont la projection est $\alpha'\beta'\gamma'$, sera donc le cercle suivant lequel ce plan coupe la sphère. Il coupe le cercle c en γ et δ, la corde $\gamma\delta$ est donc la ligne suivant laquelle le plan $\alpha\beta\gamma$ coupe le cercle c : ainsi la corde $\gamma\delta$ contient le point ι. Donc, si l'on prolonge $\gamma'\delta'$ jusqu'à sa rencontre avec $e'f'$, l'intersection sera le point ι' cherché, menant alors par ce point deux tangentes au cercle c', nous aurons deux des points de contact demandés.

De ces deux solutions on en déduit une troisième que tous ceux qui auront lu ce qui précède, concevront sans peine. La voici sans démonstration. (*fig.* 15).

Par un point arbitraire γ, pris sur le cercle c, menons deux cercles tangens, l'un à c et a, l'autre à c et b; par les trois points de contact α, β, γ, faisons passer le cercle $\alpha\beta\gamma$, lequel aura, avec les autres cercles, trois cordes communes formant le triangle opq. Menons les tangentes αT, γT et $\beta\theta$, ainsi que les deux droites oT et $p\theta$, qui se coupent en S. Enfin, construisons le point t d'intersection des tangentes $\gamma' t'$ et γt, la ligne St coupera le cercle en deux points γ', par chacun desquels on pourra faire passer un cercle tangent aux trois circonférences a, b, c.

Les quatre exemples que je viens de donner, suffiront, je pense, pour montrer jusqu'à quel point les projections stéréographiques peuvent simplifier les considérations relatives à de certains problèmes. Nous aurons encore beaucoup d'occasions de le montrer.

PROBLÈME.

27. *De la sphère tangente à quatre sphères.*

Quoique ce problème n'entre pas précisément dans le but de ce Mémoire, il se résout néanmoins d'une manière si simple et si élégante, par corollaire, de ce que nous venons de dire, que j'ai pensé qu'on en verrait la solution avec plaisir. Je la donnerai avec tout ce qui y est relatif, sans

démonstration, afin d'être plus court, et j'y joindrai plusieurs théorèmes qui dérivent immédiatement de ce qu'on vient de lire.

1° Tous les couples de plans de cercles, communs à la fois à une sphère mobile et variable et à deux sphères fixes, ont leurs intersections sur un plan unique, perpendiculaire au rayon commun aux deux sphères fixes. Ce plan, établissant entre les élémens des deux sphères des relations nécessaires, nous le désignerons sous le nom de plan co-relatif des deux sphères.

2° Trois sphères, prises deux à deux, donnent trois plans co-relatifs, lesquels se coupent suivant une seule et même droite, perpendiculaire au plan des trois centres, et qui sera la droite co-relative des trois sphères.

3° Quatre sphères ont six plans co-relatifs qui se coupent en un point unique, lequel est le point co-relatif de ces quatre sphères.

4° Si l'on conçoit une sphère mobile, mais assujettie à toucher toujours trois autres sphères, la série de ces points de contact avec une de celles-ci, sera un cercle dont le plan passe par la droite co-relative des trois sphères fixes.

5° Enfin, si une sphère en touche quatre autres, on trouvera les points de contact de la manière suivante :

Soient A, B, C, D, les quatre sphères. Menons trois cônes tangens, l'un aux sphères A et D, l'autre aux sphères B et D, et le troisième aux sphères C et D. Par les trois sommets de ces cônes, concevons un plan, et soit *d* le pôle

de ce plan, par rapport à la sphère D : si par le point d et le point co-relatif des quatre sphères on mène une droite, elle coupera la sphère D en deux points, par chacun desquels on pourra mener une sphère tangente aux quatre sphères données.

§ IV.

Des sections coniques.

28. Les sections d'un cône droit par un plan, forment une classe de courbes fort intéressantes, à cause de leurs nombreuses applications dans les arts et des propriétés singulières qui leur font jouer un si grand rôle dans la mécanique. La recherche de quelques-unes de ces propriétés est particulièrement dans les moyens des projections stéréographiques.

29. Soit une sphère, un cône droit tangent à cette sphère suivant un cercle s, et un plan tangent à la sphère en F (1); prenons ce plan pour le tableau.

Il est d'abord évident que tous les cercles dont les pôles seront sur l'intersection du cône et du plan, toucheront le cercle s et passeront par le point F. Dans la projection sté-

---

(1) D'après ce que nous avons établi (9) on voit que le sommet du cône sera marqué de la lettre S, puisqu'il est le pôle du cercle s, et que le plan tangent sera f, puisqu'il a évidemment F pour pôle.

réographique sur le plan de la courbe d'intersection, tous ces cercles seront représentés par des cercles dont les centres seront sur la courbe même. Cette courbe est donc le lieu de tous les centres de cercles assujettis à passer par le point F et à toucher le cercle s', projection du cercle s et dont le centre sera S', projection du point S. Les points S' et F sont nommés foyers de la section. De là, cette propriété curieuse, déjà démontrée dans un autre de mes Mémoires :

Si l'on mène une sphère tangente à un cône droit et à un plan qui coupe ce cône, la section conique aura pour foyers le point de contact de la sphère et du plan, et la projection stéréographique du sommet du cône sur ce plan.

De là, résulte aussi qu'en général une section conique a toujours deux foyers, excepté : 1° quand le sommet du cône et le centre de la sphère sont sur une droite perpendiculaire au plan de la section; c'est le cas du cercle, où les deux foyers se confondent; 2° quand le sommet du cône est sur un plan tangent à la sphère et parallèle au plan de la section, ce qui est le cas de la parabole, où l'un des foyers est à l'infini.

Ce théorème se généralise d'une manière curieuse : nous avons vu que deux cônes droits tangens à une même sphère suivant des cercles a et b, se coupent suivant deux courbes planes. Il est facile de voir de plus, et nous l'avons également fait remarquer, que tous les points de ces courbes sont les pôles de cercles tangens aux cercles a et b. Si l'on projette stéréographiquement tout ce système sur un plan quelcon-

que, les projections de ces courbes seront donc les lieux des centres de deux systèmes de cercles tangens aux deux cercles a' et b', d'où il suit que ces projections seront elles-mêmes des sections coniques dont les foyers seront A' et B', projections des sommets A et B des deux cônes.

Si l'un des cônes devenait un plan, il en serait de même; d'où l'on peut conclure ce nouveau théorème : *toute section conique dont le plan touche une sphère au foyer de la section, se projette stéréographiquement suivant une autre section conique dont le foyer est précisément la projection du foyer de la première.*

Ces belles propriétés des sections coniques sont au nombre de celles dont on peut tirer le plus d'avantages dans les applications de la géométrie à la perspective : elles sont d'ailleurs susceptibles d'une grande extension comme nous le verrons ensuite : en outre, toutes leurs réciproques sont vraies. Nous ajouterons encore à ceci la solution de quelques problèmes sur les sections coniques.

30. Étant donnés une section conique et un point de cette section, lui mener par ce point une tangente. (*fig*. 16.)

A étant le point donné, F l'un des foyers étant le point de contact du plan de la section et de la sphère, S' la projection stéréographique du sommet du cône, concevons une arête AS de ce cône; elle se projettera suivant AS' : par cette arête, menons un plan tangent au cône : ce plan coupera le plan du cercle a, suivant une tangente gh à ce cercle, laquelle se projettera en $g'h'$. Cette tangente ren-

contrera quelque part le plan du tableau (ou de la section), dans un point qui appartiendra à la trace du plan du cercle a, et aussi à la trace du plan tangent au cône, et par conséquent, à la tangente cherchée : or, si nous menons en F, la tangente Fh' au cercle a', il sera évidemment la trace du plan a sur le plan du tableau. La tangente gh rencontrera donc le plan en h', et par conséquent, si l'on mène la droite Ah', ce sera la tangente demandée.

Il suit évidemment de là que la tangente Ah' partage en deux l'angle des deux rayons vecteurs AS' et AF.

31. Toutes les choses étant comme précédemment, par un point A pris hors de la section conique, lui mener une tangente. (*fig.* 17.)

Soit $g'g'i'$ la circonférence du cercle s', circonférence dont on connaîtra facilement un des points en observant qu'elle doit toucher tous les cercles ayant leur centre sur la section et passant par le point F (29), et concevons que l'on ait mené par le point A un plan tangent au cône; sa trace sur le plan de la section sera la tangente cherchée. Pour connaître les élémens qui déterminent ce plan, soit le cercle dont A est le pôle : ce cercle qui se projettera suivant g' F g', contiendra le point de contact de ce plan tangent et de la sphère. Maintenant le cercle s, contiendra évidemment aussi ce point, puisqu'il est à la fois sur la sphère et sur le cône. La rencontre de ces deux cercles se projettera en g', et par conséquent, l'arête de contact du cône et du plan tangent cherché se projettera suivant $S'g'$; cette arête

devant couper le plan de la section quelque part dans la circonférence de cette section, le point K′ sera donc cette intersection ; K′ sera par conséquent un des points de la trace du plan tangent et AK′ la tangente demandée.

Il ne sera pas difficile de conclure de la seule inspection de la figure, que la tangente AK′ est perpendiculaire à la droite Fg′, ce qui rend la construction de la tangente indépendante de la détermination du point K′.

32. Construire géométriquement l'intersection de la section conique donnée et d'une droite AB. (*fig.* 18.)

Par le sommet S du cône qui contient la section, et par la droite AB, menons un plan ; il coupera la surface du cône suivant deux arêtes, dont les perspectives contiendront les points d'intersection cherchés. Pour connaître ces perspectives, concevons par deux points arbitraires A, B, deux cônes droits touchant la sphère suivant les cercles *a* et *b*. Le premier coupera le cercle *s*, en *m* et *n*, le second en *p* et *q*. Le point *r* sera donc l'intersection des plans *a*, *b* et *s*, c'est-à-dire le pôle du plan ABS. Si donc on mène, sur ce plan, la droite *tu* qui ait *r* pour pôle, par rapport au cercle *s*, elle sera l'intersection du plan ABS et du plan *s*, et les points *t* et *u* seront deux points appartenant chacun à une des arêtes suivant lesquelles le plan est coupé par le plan ABS ; S*t*′ et S*u*′ seront donc les perspectives de ces arêtes, d'où il suit que les points *x* et *y* sont les intersections cherchées.

33. Dans une note de l'hyperboloïde de révolution, j'ai

démontré *a priori* les théorèmes connus sur les hexagones inscrit et circonscrit aux sections coniques : on peut aussi les déduire très-simplement des théorèmes du n° 19, comme nous l'avons annoncé.

Soient (*fig.* 19.) un cercle 123456 et un point A pris arbitrairement : concevons les six cercles A12, A23, A34, A45, A56, A61 ; les cercles A12 et A45, A23 et A56, A34 et A61, se couperont deux à deux suivant trois points *m*, *n*, *p*, lesquels, avec le point A, seront sur une même circonférence. (19.)

Mais, soit quelque part C le centre du cercle A12, il sera placé sur les perpendiculaires qui coupent en deux parties égales les droites A1 et A2. Or, ces perpendiculaires sont évidemment tangentes à une section conique dont A serait le foyer, et dont le grand axe, égal au rayon du cercle *o*, serait placé sur la ligne A*o* de telle façon, que le centre de la courbe serait le milieu de cette droite.

Il en est de même des quatre autres cercles ; et en désignant les tangentes à la section conique ci-dessus, par les chiffres des points du cercle *o* auxquels elles correspondent ; on verra que les centres des cercles A12, A23, A34, A45, A56, A61 sont les intersections des tangentes 1 et 2, 2 et 3, 3 et 4, 4 et 5, 5 et 6, 6 et 1, lesquelles forment un hexagone circonscrit à la section conique.

Mais maintenant l'intersection *m* des cercles A12, A45, se trouvera, en abaissant du point A sur la droite qui joint les centres de ces cercles, une perpendiculaire qu'on prolongera de l'autre côté de cette droite, d'une longueur égale à

sa distance au point A. La droite qui joint les centres des cercles A12 et A45, coupera donc en deux parties égales la corde *Am* commune à ces deux cercles; elle passera donc aussi par le centre de tout cercle qui joindra les points A et *m*, et contiendra par conséquent le centre du cercle *Amnp*.

Il en sera évidemment de même des deux droites qui joignent les centres des cercles A23 et A56, A34 et A61.

Or, ces trois droites sont évidemment les diagonales de l'hexagone circonscrit à la section conique ci-dessus; elles contiennent donc chacune le centre du cercle *Amnp*, et par conséquent, sont concourantes.

On se servira de l'autre théorème du n° 19, pour démontrer la propriété de l'hexagone inscrit à une section conique.

34. A l'aide de ce dernier, quand on connaît cinq points d'une section conique, on peut résoudre les deux problèmes suivans :

1° Par un de ses points mener une tangente à la section;

2° Déterminer l'intersection avec cette section d'une droite arbitrairement menée par l'un de ces cinq points.

Et, en combinant ce théorème avec le suivant, on pourra résoudre facilement les problèmes les plus intéressans sur les sections coniques.

Soit $$y^2+px^2+qxy+rx+sy+t=0,$$

l'équation d'une section conique : si l'on suppose que l'axe des x soit une tangente à la section; et l'axe des y,

une ligne menée comme on voudra par ce point de contact, on devra avoir $r=0$, et $t=0$, d'où il suit que l'équation se réduit à

$$y^2+px^2+qxy+sy=0.$$

Ordonnant par rapport à y, on a

$$y^2+(qx+s)y+px^2=0.$$

D'où il résulte qu'à une abscisse quelconque x, correspondent deux ordonnées dont le produit est px^2, c'est-à-dire proportionnel au carré de l'abscisse. Il suit de là (*fig.* 20.), que si sur la corde ab on décrit une demi-circonférence et qu'on mène la tangente dt, la longueur de cette tangente sera, pour toutes les cordes parallèles à ab, en rapport constant avec ct. Ce qui sert à résoudre très-facilement les problèmes suivans, dans lesquels les données sont cinq points, 1, 2, 3, 4, 5, d'une section conique. (*fig.* 21.)

1° *Déterminer les deux extrémités d'un diamètre conjugué à un système de cordes parallèles à une droite donnée.*

Par les points 1 et 2, menez deux cordes parallèles à la droite donnée. Déterminez leurs points d'intersection avec la section conique; puis par les milieux de ces cordes menez le diamètre ef.

Construisez ensuite la tangente $1m$ et le demi-cercle $2gh$,

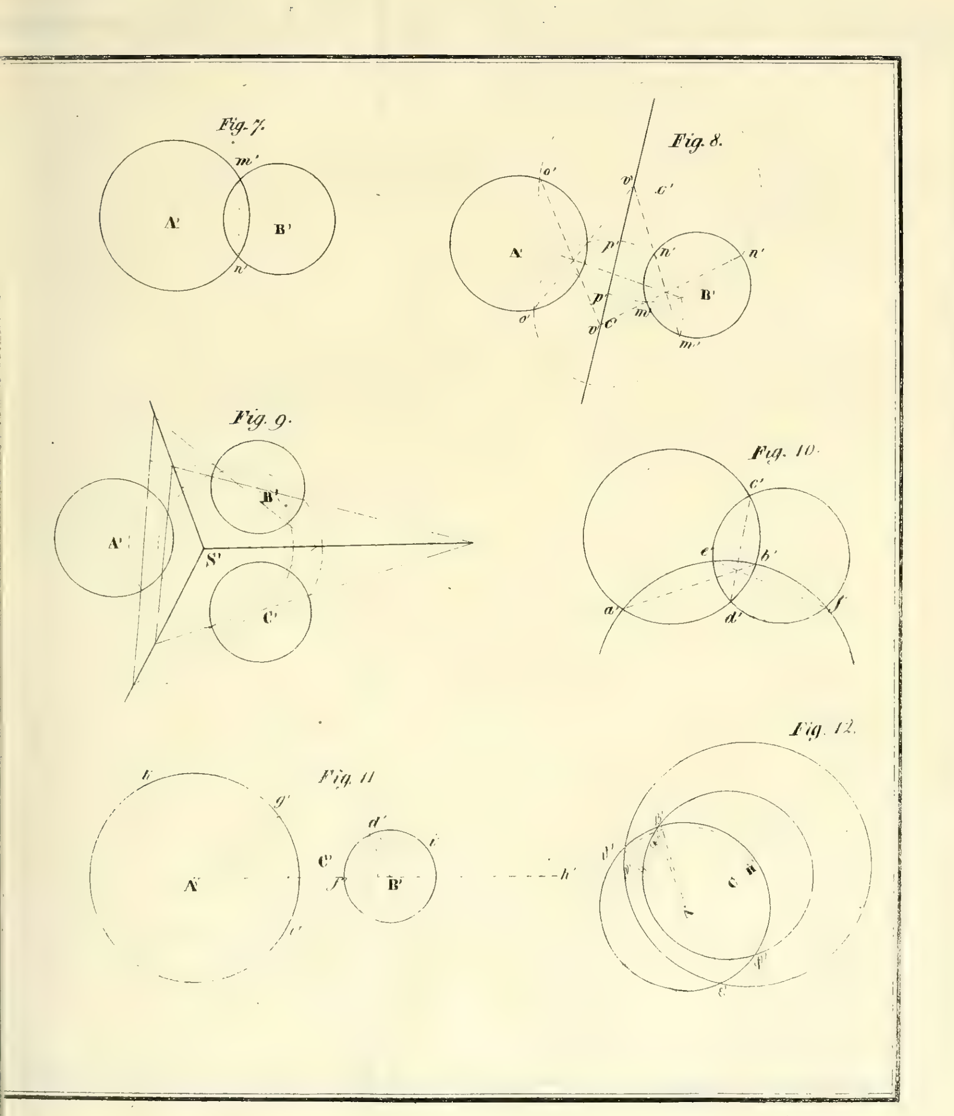
auquel vous mènerez la tangente *mg*; décrivez la circonférence K*gl*, et tracez les droites 1*kf*, *e*1*l*, les points *e* et *f* seront les extrémités du diamètre cherché.

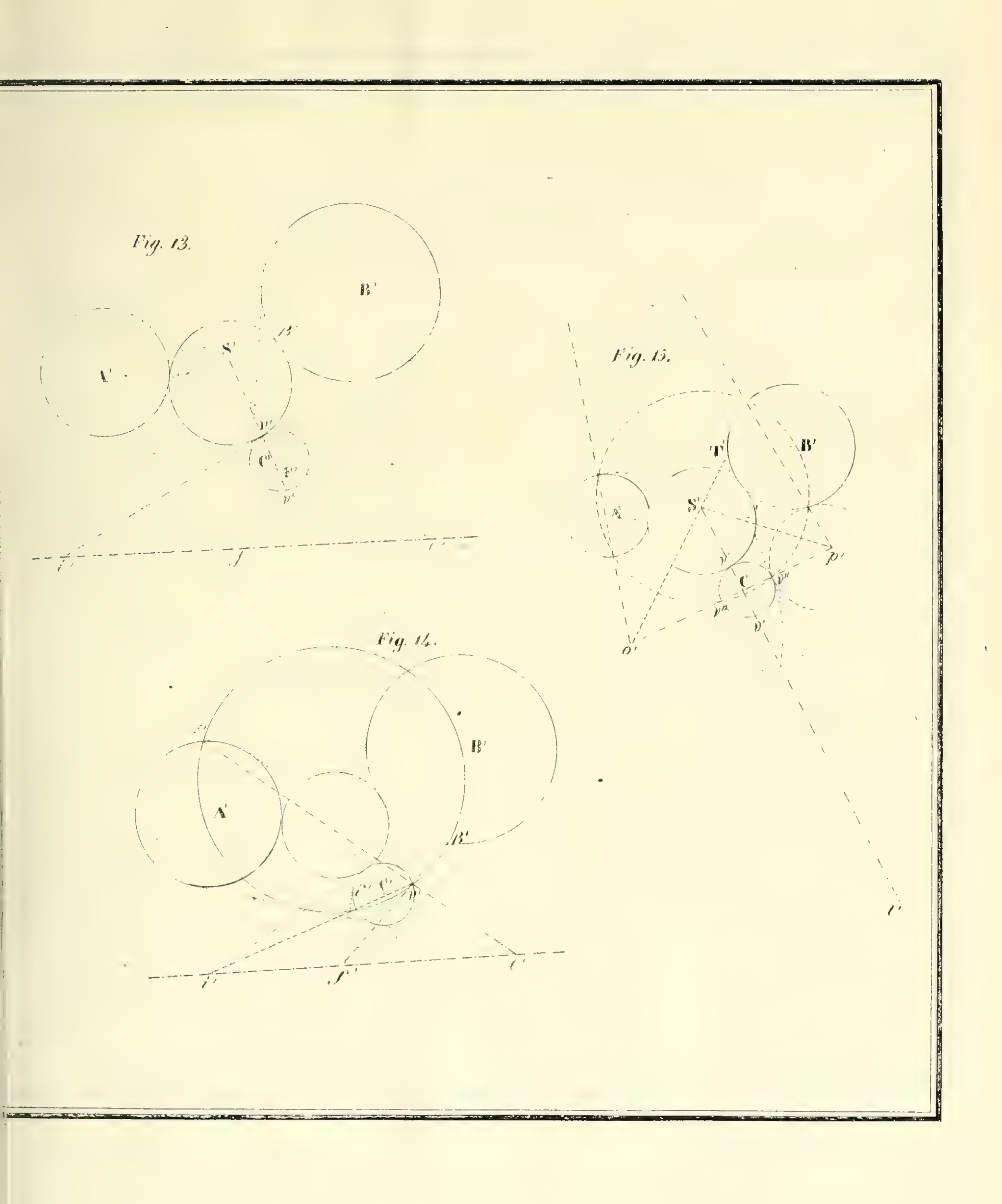
Cette solution fort simple conduit facilement à celle du problème où il serait question de mener à une section conique, une tangente parallèle à une droite donnée.

2° *Une droite* AC *étant donnée, construire ses intersections avec la section conique.*

Menez par les points 1 et 2, deux cordes parallèles à AC; déterminez le diamètre *ef*, qui coupe la droite AC en O, puis menez comme tout-à-l'heure les droites 1*f* et 1*e* dont la première coupera AC en P. Sur OA décrivez un demi-cercle, prenez la corde $Ax = AP$, et décrivez du point O, comme centre, le demi-cercle C*x*B, les points B et C seront les intersections cherchées.

FIN.


Fig. 7.
m'
A'
B'
n'
Fig. 8.
o'
v'
c'
A'
p'
n'
n'
B'
p'
m'
o'
v'
c'
m'
Fig. 9.
B'
A'
S'
C'
Fig. 10.
c'
e'
b'
a'
d'
f'
Fig. 11
g'
d'
C'
A'
f'
B'
h'
Fig. 12.


Fig. 13.
B'
S'
A'
C''
Fig. 14.
A'
B'
Fig. 15.
T'
B'
S'
A'
C
p'
o'

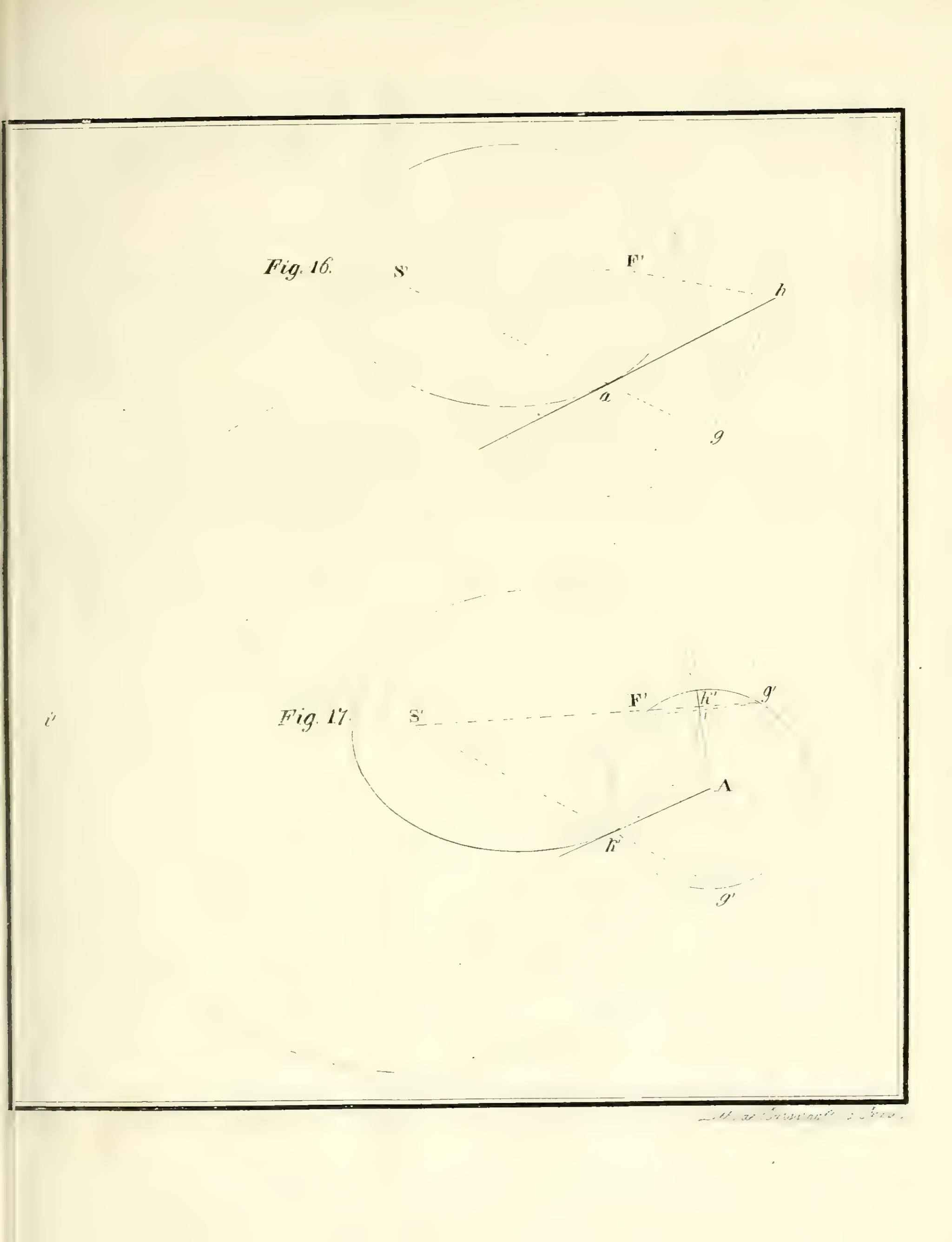
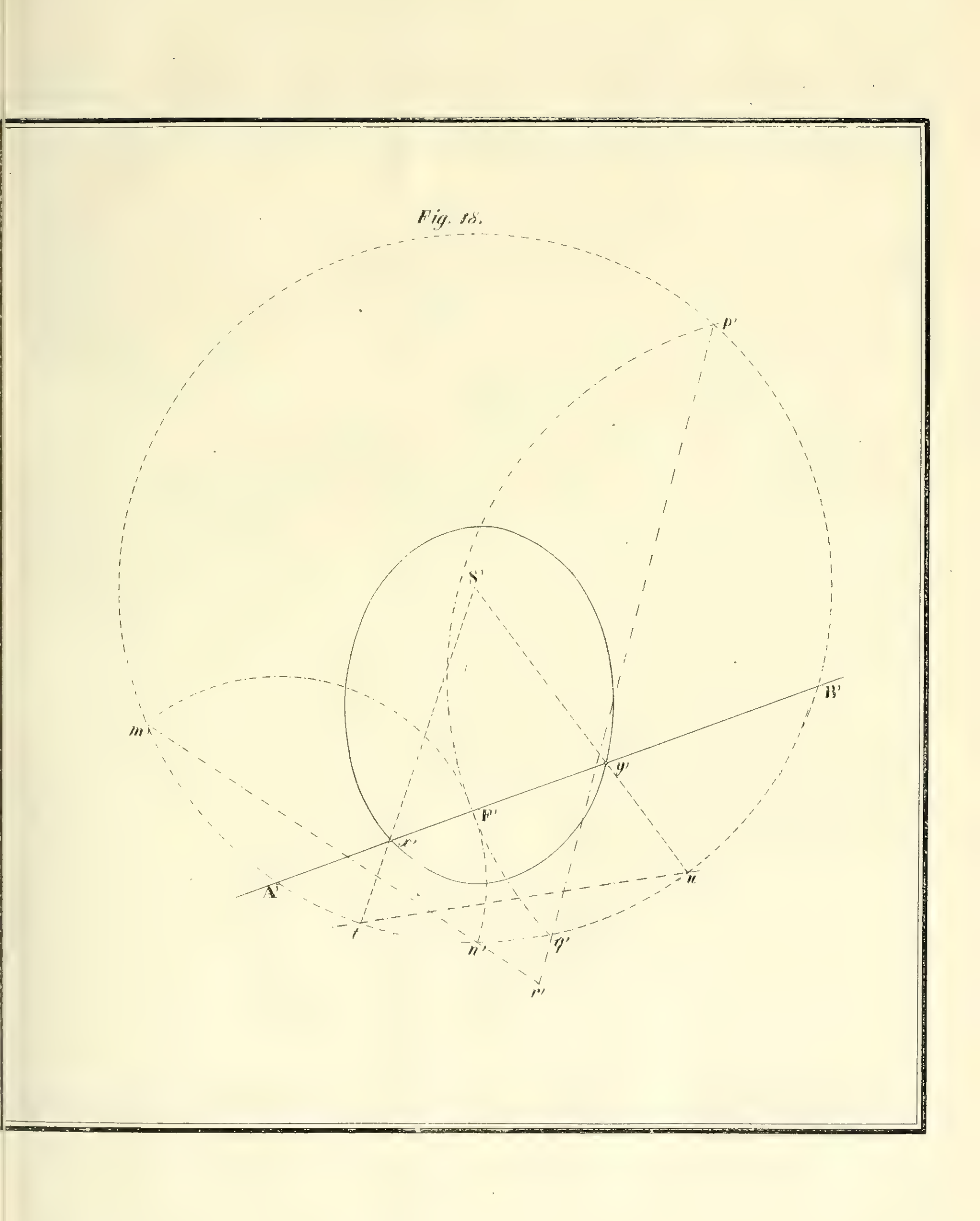
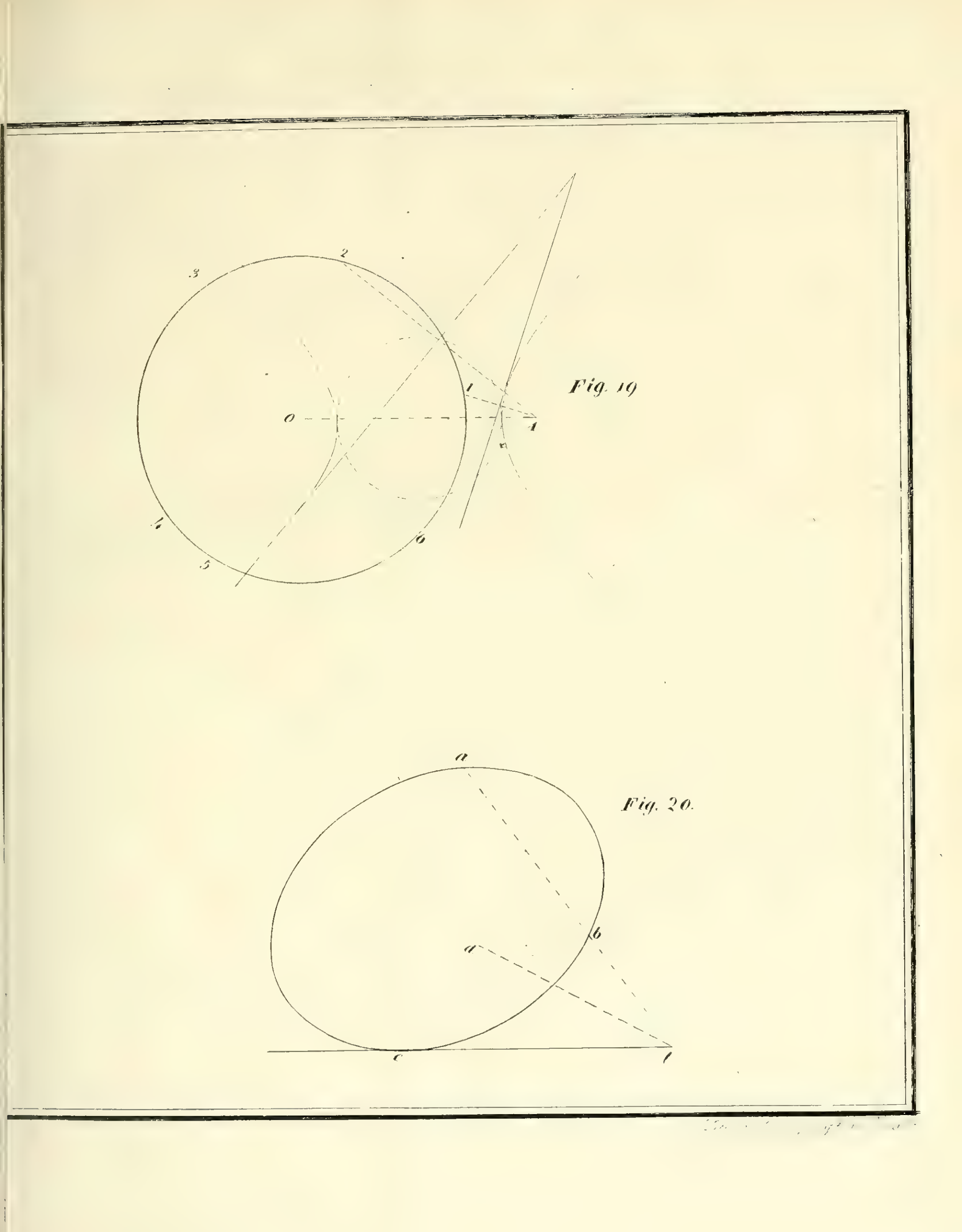
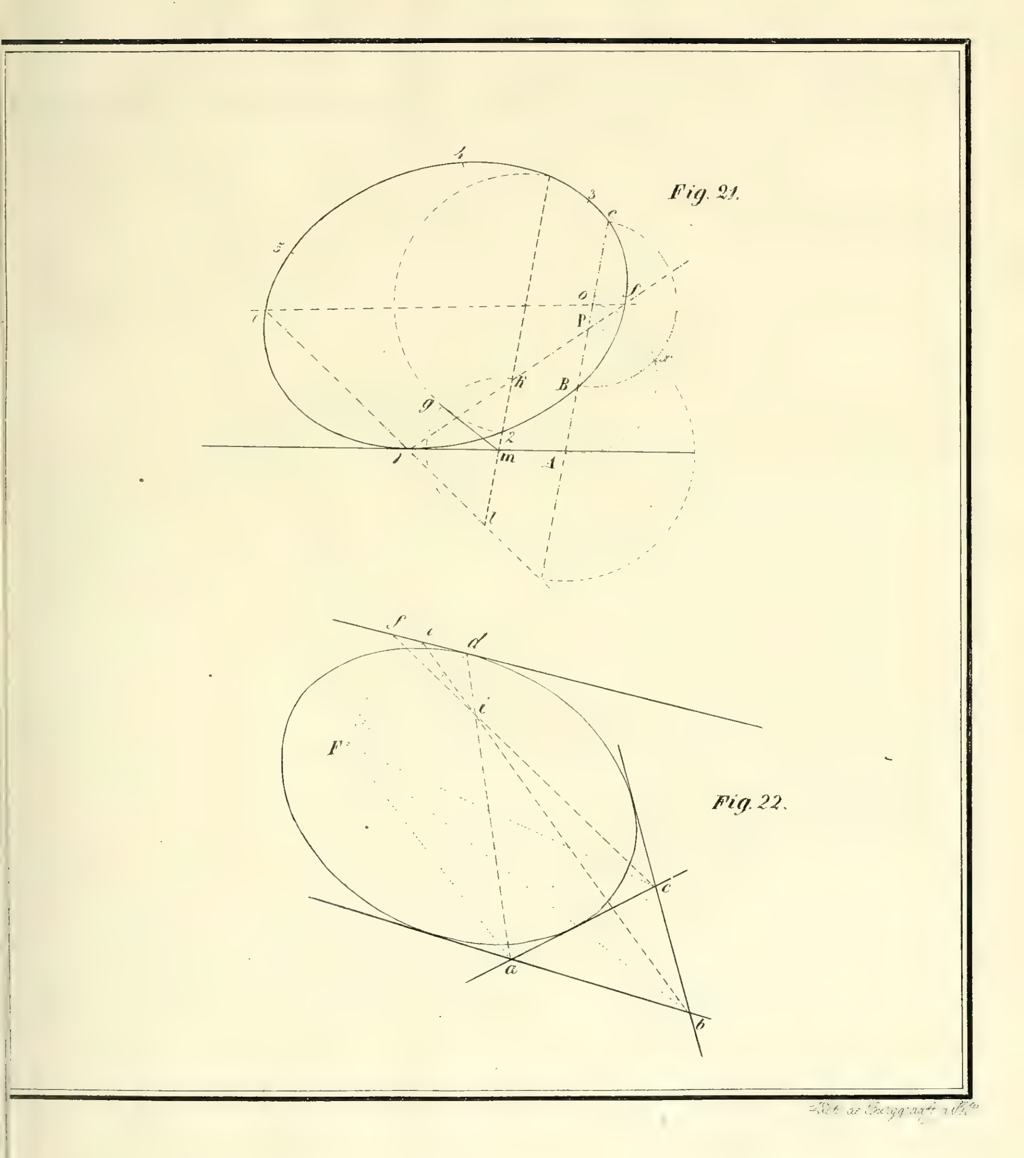


Fig. 16.
S'
F'
h
a
g
Fig. 17.
S'
F'
h'
g'
A
h'
g'




Fig. 18.
p'
S'
m
B'
y'
F'
x'
A'
u
t
n'
q'
r'


2
3
1
o
A
4
5
6
Fig. 19
a
Fig. 20.
b
d
c
f


Fig. 21.
4
3
c
5
o
f
7
P
x
h
B
g
2
1
m
A
l
Fig. 22.
f
i
d
i
F
c
a
b

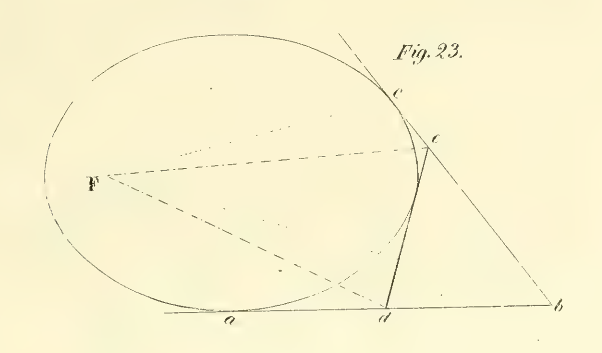


Fig. 23.

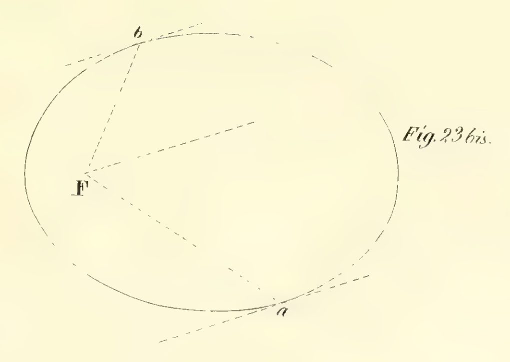
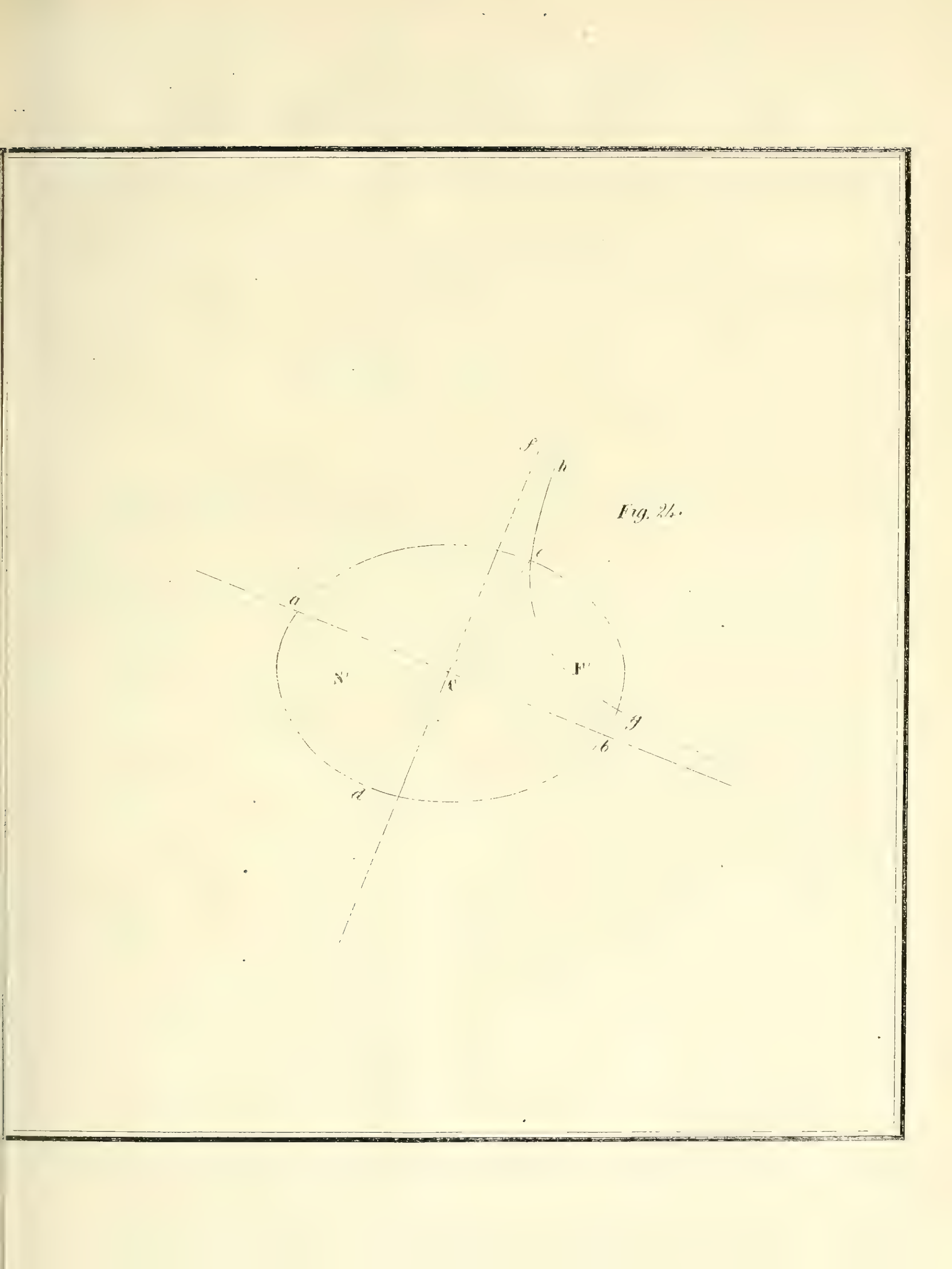


Fig. 23 bis.


Fig. 24.
f
h
e
a
S
C
F
g
b
d

MÉMOIRE

SUR

DIFFÉRENS SUJETS DE GÉOMÉTRIE

A TROIS DIMENSIONS,

LU A LA SÉANCE DU 28 OCTOBRE 1826,

PAR Mr A. QUETELET.

MÉMOIRE

SUR

DIFFÉRENS SUJETS DE GÉOMÉTRIE

A TROIS DIMENSIONS.

Monsieur *Bruno*, de Naples, a fait paraître, en 1825, dans un opuscule ayant pour titre : *Soluzione Géometrica di un difficil problema di sito*, une solution synthétique du problème suivant :

Étant donnés un point et deux droites, mener par le point, un plan qui coupe les deux droites en deux autres points, tels que les trois points soient les sommets d'un triangle semblable à un triangle donné.

M. *Hachette*, dans un Mémoire que j'ai eu l'honneur de présenter au nom de ce savant, et que l'Académie a résolu d'imprimer dans son recueil, est revenu sur le même problème et en a donné une solution analytique très-simple.

Ce Mémoire renferme encore une notice historique intéressante sur la même question, qui déjà avait mérité de fixer successivement l'attention d'*Estève* (1) de Montpellier, de *Lagrange*(2), de *Monge*(3) et de M. *Hachette* (4) lui-même. Mais la question avait été traitée sous cette restriction que les deux droites proposées se rencontraient, ce qui revient alors à couper un angle trièdre suivant un triangle de similitude donnée. *Estève* avait été conduit à la considérer sous ce point de vue, parce qu'elle trouve alors son application dans la topographie; *Monge* l'avait reprise dans sa géométrie descriptive, par les mêmes motifs. Nous ne nous arrêterons pas à ces considérations historiques que M. *Hachette* a soigneusement développées dans son Mémoire. Nous n'avons ici d'autre but que de donner une nouvelle solution du problème de M. *Bruno*, considéré dans toute sa généralité, et d'offrir les moyens de la déduire facilement de l'analyse ou d'une construction par la géométrie descriptive.

Première Solution, par la Géométrie descriptive.

Soient A le point donné et M et N les deux droites : il

---

(1) Deuxième volume des savans étrangers. Académie de Paris, année 1754.

(2) Mémoire de Berlin, 1773.

(3) Journal des Écoles Normales, 1795, tome III.

(4) Corres. sur l'École Polytechnique, tom. II, pag. 334, supplément à la Géométrie Descriptive de *Monge*, année 1811, pag. 110 et 118; et Géométrie Descriptive de *Hachette*, pages 153 et 263, année 1822.

faut, d'après l'énoncé, que le triangle demandé ait un sommet en A, et ses deux autres sommets sur les droites M et N.

Supposons qu'on joigne le point A au point m de la droite M, et que l'on construise sur mA un triangle semblable au proposé : il est évident que ce triangle pourra prendre un nombre infini de positions, en le faisant tourner autour de son côté mA comme charnière. Mais, pendant ce mouvement, ses deux sommets m et A ne changeront pas de place, et le troisième sommet x décrira une circonférence dont le centre se trouvera quelque part en o sur mA, ou sur le prolongement mA.

Si la droite, menée du point A, parcourt successivement tous les points m, m', m'', etc., de la droite M, et qu'en chacune de ces positions, on lui fasse faire une révolution autour de son côté, la suite des points o, o', etc., sera sur une droite parallèle à M, comme on peut le démontrer assez facilement [1]; et la suite des circonférences engen-

---

[1] Ce qui précède, se démontre en même temps qu'un théorème de géométrie de position, assez curieux, que voici : *quand, dans un plan, un triangle semblable à un autre, a un sommet en un point fixe et un second sommet qui parcourt une droite, le troisième sommet parcourt également une droite*. Par exemple (*fig.* 1.); soit A, le sommet fixe, m le sommet qui parcourt la droite donnée M, x le troisième sommet parcourra la droite A'x. En effet, abaissons la perpendiculaire xo sur Am ou sur son prolongement; le pied o de cette perpendiculaire parcourra la droite O parallèle à M, à cause du rapport constant qui existera toujours entre Am et Ao, en vertu de la similitude des triangles. Cela posé, si l'on compare les triangles semblables AOo et oxp, en prenant pour axes rectangu-

drées par les points x, x', etc., formera une surface X sur laquelle se trouvent les troisièmes sommets des triangles demandés. On aura donc ces sommets, en cherchant les points où la surface X est coupée par la droite N.

Pour effectuer facilement la construction que nous venons d'indiquer, on pourra choisir pour plan de projection verticale le plan qui contient le point A et la droite MM, et pour ligne de terre, la droite OO, parallèle à MM, qui contient les centres o, o', etc., des circonférences (*fig.* a.). Toutes ces circonférences ont des rayons et des directions qui se déterminent sans peine, d'après ce qui a été dit dans la note précédente.

---

laires YO et ZO, et en représentant les coordonnées xp et pO par y et z, on aura

$$y : z - \mathrm{O}o :: \mathrm{O}o : \mathrm{AO}.$$

D'où l'on déduit :

$$y^2 + (z - \mathrm{O}o)^2 : \overline{\mathrm{O}o}^2 + \overline{\mathrm{AO}}^2 :: y^2 : \overline{\mathrm{O}o}^2$$

mais, à cause des triangles rectangles, les termes du premier rapport valent $\overline{ox}^2$ et $\overline{\mathrm{A}o}^2$ qui sont toujours, d'après l'hypothèse, dans un rapport constant de r^2 à 1. On en déduit donc

$$r^2 : 1 :: y^2 : \overline{\mathrm{O}o}^2;$$

d'où

$$\mathrm{O}o = \frac{y}{r}.$$

Cela posé, par la droite N, qui a pour projection N'O et *nn*, on concevra un plan vertical N'O*n* dont la trace horizontale sera N'O. Ce plan coupera la surface X, selon une ligne qui, par son intersection avec N, donnera les solutions demandées. Or, la ligne d'intersection de la surface X avec le plan vertical qui contient N, est facile à construire, puisque c'est la suite des points d'intersection de ce plan avec toutes les circonférences génératrices de la surface X, et qui ont leurs centres sur la ligne de terre et leurs rayons déterminés de grandeur.

Soit, par exemple, *ho'c* le plan du cercle dont le centre est en *o'* et qui a pour rayon *o'c*. Ce plan coupe le plan

---

Cette valeur de O*o*, portée dans la première proportion, donne

$$y : z - \frac{y}{r} :: \frac{y}{r} : \mathrm{AO}.$$

Ce qui conduit à cette équation de la ligne qui est le lieu des points, tels que x, en faisant A*o* $= a$,

$$y = rz - r^2a.$$

C'est l'équation d'une ligne droite A'x dont la position dépend des valeurs attribuées à r et a. Nous avons déjà vu plus haut que le point *o* se trouve toujours sur une parallèle à la droite M.

Dans la solution que nous donnons du problème de M. *Bruno*, A*mx* est le triangle de similitude donnée, pour une position particulière; *o* est le centre de la circonférence que décrit le sommet x, en tournant autour de A*m* comme charnière; et le rayon *ox* de cette circonférence est la portion de la perpendiculaire à A*o*, limitée par la droite A'x.

$N'Oe$ selon une droite qui passe par les points h et e. Si l'on rabat le plan du centre autour de ho' comme charnière, la circonférence se projettera selon $cc'pq$ et la droite selon he'; p et q seront deux points de la courbe cherchée, et quand on remettra le plan en place, ces points auront pour projection p' et i, q' et r. En rabattant le plan $N'Oe$ autour de $N'O$ dans le plan horizontal, les deux points que nous venons de trouver, tombent en I et R, à des distances de l'axe égales à ii' et rr'. En continuant à construire les points tels que I et R, on obtient des branches de courbes II' et $q'R$ qui, par leur intersection avec la droite $n'n'$, donnent les solutions de la question.

Cette construction est à la fois facile et générale. Elle embrasse le cas particulier où les deux droites se coupent et celui où les deux droites sont parallèles; elle se simplifie même dans ces circonstances, surtout quand les droites sont parallèles, puisque le plan vertical qui contient N, devient parallèle au plan de projection verticale.

Nous examinerons plus loin le nombre de solutions que comporte la question, après avoir donné la partie analytique du problème.

Deuxième Solution, par l'Analyse.

Prenons encore, comme précédemment (*fig.* 1.), OY et OZ, pour axes des coordonnées rectangulaires; et cherchons l'équation de la surface qui est le lieu géométrique

de toutes les positions que peut prendre le sommet x du triangle de similitude donnée. Cette surface pourra être considérée comme produite par les intersections successives d'une sphère et d'un plan mobile. Le centre de la sphère doit parcourir l'axe OZ, et son rayon doit être proportionnel à la longueur de la droite Ao; quant au plan, il est assujetti à passer par le centre de la sphère et à être perpendiculaire à la droite Ao.

Si nous désignons par a la distance Ao, par α la distance Oo, et par r le rapport de ox à oA, l'équation de la sphère sera

$$y^2 + x^2 + (z - \alpha)^2 = r^2 . \overline{Ao}^2 = r^2 (a^2 + \alpha^2).$$

On aura d'une autre part, pour équation du plan,

$$y = \frac{\alpha}{a} (z - \alpha).$$

En éliminant α, qui particularise dans les deux équations précédentes la position du plan et celle de la sphère, nous aurons une équation qui conviendra à toutes les lignes d'intersection de ces deux surfaces mobiles; ce sera donc l'équation de la surface demandée. Mais, pour plus de simplicité, on peut écrire les équations précédentes de cette manière :

$$y^2 + x^2 + z^2 - r^2 a^2 = 2\alpha z - \alpha^2 + r^2 \alpha^2.$$
$$ay = \alpha z - \alpha^2.$$

La première équation se simplifie, en ayant égard à la seconde, et elle devient

$$y^2 + x^2 + z^2 - r^2a^2 = 2ay + \alpha^2 (1 + r^2).$$

En éliminant maintenant de cette équation la valeur de α, au moyen de la seconde des deux équations précédentes, on trouve

$$y^2 + x^2 + z^2 - r^2a^2 = 2ay + (1 + r^2) \left\{ \frac{z}{2} + \sqrt{\frac{z^2}{4} - ay} \right\}^2$$

Telle est l'équation de la surface sur laquelle doivent se trouver les quatre points cherchés. Mais ces points doivent se trouver encore sur la droite N qui a pour équations :

$$y = pz + q;\ x = p'z + q'.$$

En éliminant x et y entre ces trois équations, on aura définitivement une équation du quatrième degré qui donnera les valeurs de z, et qui sera de cette forme, après les réductions,

$$Az^2 + Bz + C = \frac{1 + r^2}{2} \left\{ z + \sqrt{z^2 + A'z + B'} \right\}^2$$

Cette équation est du quatrième degré, elle comporte conséquemment quatre valeurs pour z, en y comprenant les valeurs imaginaires. Mais le sommet du triangle de similitude donnée, restant toujours au point A, on pouvait faire parcourir la droite M par l'autre extrémité de la base du

triangle, et l'on aurait eu alors quatre nouvelles solutions qui, jointes aux précédentes, donnent les huit solutions que comporte en tout la question.

Il est remarquable que dans l'équation précédente n'entrent que deux constantes relatives au triangle, savoir : a la distance du point fixe A à l'axe, et r le rapport entre la perpendiculaire abaissée du sommet du triangle et la distance du pied de cette perpendiculaire à l'angle opposé du triangle.

Dans l'équation que nous avons obtenue précédemment, les quantités A' et B' pourront dans certains cas avoir des valeurs telles, que les quantités qui sont sous le radical forment un carré parfait, alors l'équation d'où dépendent les solutions, devient du second degré.

Quand les équations de la droite N prennent la forme

$$y = q, \; x = q';$$

c'est-à-dire quand les deux droites données M et N sont parallèles, notre équation finale peut toujours être résolue à la manière des équations du second degré. Pour prendre un exemple, supposons

$$q = 3, \; q' = 2;$$
$$a = 1, \; r = 2.$$

L'équation finale deviendra

$$z^2 + 3 = \frac{5}{2}\left\{z + \sqrt{z^2 - 12}\right\}^2$$

Z n'entrerait dans cette équation développée qu'à des puissances paires ; on trouvera donc facilement ses valeurs.

M. *Hachette* trouve le même résultat par ses calculs ; il fait aussi dépendre la solution de ce problème particulier de M. *Bruno*, d'une équation du 4ᵉ degré qui se résout à la manière des équations du 2ᵉ degré : quant au problème général, ce géomètre parvient à le résoudre par l'intersection de deux sections coniques. M. *Bruno*, par des considérations géométriques, a été conduit au même résultat ; nous pouvons y parvenir également, au moyen de notre équation finale. En regardant en effet chacun des membres de cette équation comme la valeur du carré d'une même ordonnée Y, qui aurait été éliminée des équations de deux courbes différentes ; nous aurons

$$Az^2 + Bz + C = Y^2;$$

$$\left(\frac{1+r}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ z + \sqrt{z^2 + A'z + B'} \right\} = Y.$$

Ce sont les équations de deux sections coniques. Il sera généralement beaucoup plus simple de recourir à la construction que nous avons employée précédemment, que de construire ces deux courbes du second degré, d'après leurs équations.

Il est un cas très-particulier où la surface X devient une surface conique du second degré ; c'est celui où le point A

serait donné sur la droite M. C'est ce qu'on peut voir d'ailleurs par l'équation de cette surface en posant $a=o$. Quand le triangle donné est rectangle et isoscèle, r devient égal à 1, et l'équation se simplifie encore; dans ce dernier cas, les droites M et O se confondent.

Problèmes et Théorèmes divers, concernant la Théorie des Projections.

M. *Hachette*, à la fin du Mémoire dont nous avons parlé précédemment, cite encore un problème de géométrie à trois dimensions qui peut, au premier abord, paraître de pure curiosité et qui, cependant, offrirait des applications assez intéressantes. « *Baduel*, dit ce géomètre, qu'une fin prématurée atteignit peu de mois après son arrivée dans les colonies occidentales, où il s'était rendu en qualité d'ingénieur en chef des ponts et chaussées, avait recherché dans ses momens de loisir, quelle devait être la position du plan d'un triangle donné, à l'égard d'un autre plan, pour que la projection orthogonale de ce triangle sur le second plan, fût un triangle équilatéral (1). » On peut, en effet, par la méthode des projections, transporter, pour ainsi dire par intuition, un grand nombre de propriétés des figures régulières à d'autres qui le sont moins. Cette méthode a été

---

(1) Voyez sur ce problème, le tom. II, de la *Correspondance* sur l'École Polyth. (Cahier de janvier 1809.)

employée avec succès par notre savant collègue M. *Dandelin*, dans ses Mémoires *sur l'emploi des projections stéréographiques et des lemniscates* qui sont insérés dans ce 4ᵉ volume de l'Académie ; j'ai eu lieu aussi de m'en servir avec avantage dans deux Mémoires que j'ai présentés successivement *sur les caustiques en général.*

On a déjà fait un emploi fréquent, pour la résolution d'une certaine classe de problèmes, de la faculté qu'on a, en perspective, de convertir deux faisceaux de droites concourantes en deux systèmes de parallèles ; il est quelquefois avantageux aussi de savoir *disposer le plan d'un tableau de manière à rendre perpendiculaires, l'une à l'autre, les perspectives de deux droites données.* Voici les principes d'après lesquels on peut se guider. Soient M et N les deux droites données ; on en mènera une troisième P qui formera un triangle avec les deux premières ; d'un de ses points d'intersection n, on abaissera un plan perpendiculaire sur le côté donné opposé, sur M, par exemple ; puis prenant le point de vue dans ce plan, et menant par M le tableau parallèlement à la droite qui joint l'œil au sommet du triangle, on aura la solution demandée.

En effet, les deux perspectives des droites P et N qui se coupent en n, deviendront, par la construction, parallèles au plan qui est perpendiculaire à la base M du triangle ; elles seront donc aussi perpendiculaires à cette même base.

Nous ne déduirons qu'une seule application de ce qui précède, ce sera le théorème suivant : *Si des sommets d'un*

triangle on mène trois droites qui se coupent en un même point, elles couperont les côtés opposés en trois points qui seront les sommets d'un autre triangle. Les côtés de ce triangle et ceux qui leur sont opposés dans le triangle donné, se coupent deux à deux en trois points qui sont sur une même ligne droite.

Soit ABC le triangle (*fig.* 2.). Disposons le tableau de manière que les perspectives $A'C'$ et $B'C'$ des deux côtés AC et BC, soient vues perpendiculaires à la base AB. Les droites $B'b'$, $A'a'$, $C'c'$ menées des sommets, se couperont encore en un même point i'; alors $a'b'$ et $A'B'$; $a'c'$ et $A'C'$; $b'c'$ et $B'C'$ se coupent, deux à deux, en trois points m, $b'_{,}$, et $a'_{,}$, qui sont en ligne droite comme le sont les points m, b' et a' situés symétriquement de l'autre côté de $A'B'$. On peut s'assurer de cette symétrie par la théorie des obliques et des perpendiculaires, en ayant égard à l'égalité des triangles $a'c'B'$ et $a'_{,}c'_{,}B'$; $b'c'A'$ et $b'_{,}c'A'$. Cette propriété a lieu pour tous les beaux théorèmes qui concernent le concours des droites menées des sommets d'un triangle.

L'emploi des projections stéréographiques est d'une grande utilité dans la résolution des problèmes de géométrie : la méthode de ce genre de projection repose sur ces deux théorèmes fondamentaux, déjà connus des anciens :

1° Deux tangentes à la sphère, en un même point, sont vues ou se projettent stéréographiquement selon deux droites, faisant entre elles le même angle que les deux tangentes.

2° Un cercle tracé sur la sphère, est vu ou se projette stéréographiquement suivant un autre cercle.

C'est à M. *Dandelin* (1) qu'est due, je crois, l'idée de généraliser ce dernier théorème, en l'énonçant de la manière suivante: *Un cercle tracé sur une sphère, se projette stéréographiquement selon un autre cercle dont le centre est la projection du pôle du premier.* Par pôle, il faut entendre le sommet du cône tangent à la sphère selon le premier cercle. Je ne reviendrai pas sur les applications qui ont déjà été faites de ces principes; mais j'en ajouterai quelques autres que j'ai eu occasion de remarquer, en m'occupant de ce même genre de recherches.

Si l'on a un triangle inscrit et un autre circonscrit au cercle, les côtés opposés se coupent, deux à deux, en trois points qui sont en ligne droite, et en joignant les sommets opposés des triangles, les trois côtés se coupent en un point.

En effet, imaginons une sphère qui passe par le cercle donné: puis supposons les côtés opposés des deux triangles, inscrit et circonscrit, prolongés jusqu'en leurs points de rencontre en m, n et p. Par deux de ces points m et n, faisons passer un plan que nous rendrons tangent à la sphère. Si nous prenons alors le point de contact pour point de

---

(1) Voyez le Mémoire de M. *Dandelin* sur l'emploi des projections stéréographiques, inséré dans ce vol. J'avais déjà émis dans l'analyse que j'en ai donnée dans la *Correspondance Mathématique*, plusieurs des théorèmes que j'énonce plus bas.

vue, et si nous projetons stéréographiquement le système, la circonférence sera vue selon une autre circonférence, et les couples de droites qui concouraient en m et n, seront vues (*fig.* 3.), selon les parallèles $B'C'$ et $b'c'$, $A'C'$ et $a'c'$. La figure $a'c'b'C'$ est donc un parallélogramme; et comme de plus $a'C' = b'C'$, comme tangentes menées d'un même point, $a'b'$ est perpendiculaire à $c'C'$, de même que la tangente $B'A'$. Donc, $B'A'$ et $a'b'$ sont parallèles comme les autres droites. On a donc trois systèmes de droites parallèles deux à deux; or, on sait que, quand on met de pareilles droites en perspective, les trois nouveaux systèmes de droites qui en résultent ont leurs trois points de concours en ligne droite; ainsi le troisième point p, doit être sur la droite qui contient m et n.

Il est évident de plus que les droites qui joignent les sommets du triangle circonscrit aux points de tangence des côtés opposés de ce triangle, sont des diamètres qui se coupent conséquemment en un même point. Ce point commun d'intersection doit aussi exister dans le triangle proposé.

Si, dans un quadrilatère inscrit, on prolonge les côtés opposés, et si des deux points de rencontre, on mène quatre tangentes, puis quatre droites qui joignent les points de tangence : 1° les douze droites formeront trois quadrilatères dont toutes les diagonales se couperont en un même point; 2° le dernier point avec les deux points de rencontre primitifs et les quatre points de tangence, seront sur deux droites; 3° les côtés des trois quadrilatères concour-

ront en même temps que les diagonales des deux derniers quadrilatères en quatre points qui sont sur une ligne droite.

Pour le démontrer, il suffira de concevoir une sphère passant par la circonférence à laquelle le quadrilatère donné est inscrit. On joindra alors le pôle de cette circonférence au point où les deux diagonales se coupent, et l'on placera l'œil, pour projeter stéréographiquement le système, à l'un des deux points où cette droite perce la sphère. Le système projeté prendra alors une forme régulière comme dans la figure 4; c'est-à-dire que la circonférence sera vue selon une autre circonférence au centre de laquelle se trouvera la projection du point d'intersection des deux diagonales du quadrilatère inscrit. Il en résultera que ce quadrilatère sera régulier ainsi que les projections des deux autres. On en déduira alors facilement les propriétés énoncées plus haut, lesquelles conviennent aussi à la figure primitive.

En employant la méthode précédente qui a pour but d'étudier les propriétés d'une figure d'après les propriétés de la perspective de cette figure régularisée, on trouverait encore facilement les démonstrations des deux théorèmes suivans sur les polygones inscrits et circonscrits.

Soit un polygone inscrit d'un nombre de côtés pair, dont les n *diagonales qui joignent le* 2n *sommets opposés, se coupent en un même point :* 1° *Les* n *diagonales du polygone circonscrit, se couperont en un même point;* 2° *les* 2n *côtés opposés du polygone inscrit, se couperont deux à deux, et les points d'intersection seront en ligne*

droite ; 3° il en sera de même des 2n *côtés du polygone circonscrit ; 4° enfin, les diagonales semblablement opposées deux à deux, dans les deux polygones, se couperont encore sur une même droite.*

Soit un polygone circonscrit d'un nombre de côtés impair, si les droites qui joignent les sommets au point de contact des côtés opposés, se coupent en un même point; tous les côtés prolongés du polygone circonscrit et du polygone inscrit correspondant, se couperont avec toutes les diagonales et formeront n *groupes, renfermant chacun* n — 1 *droites, et les points de concours seront en ligne droite.*

M. *Dandelin*, dans son Mémoire *sur l'emploi des projections stéréographiques*, a fait un usage fort heureux du théorème suivant : *par deux cercles* a *et* b, *pris sur une sphère, on peut toujours faire passer deux systèmes de droites formant deux cônes dont les sommets sont sur la droite qui passe par les pôles* A *et* B *des cercles.* A cause de l'importance de ce théorème, M. *Gergonne*, dans ses *Annales de Mathématiques* [1], a observé avec raison qu'il est à regretter que l'auteur, pour le démontrer, s'appuie sur une formule de la théorie des transversales ; attendu que la prééminence des méthodes du genre des sinus devrait tenir essentiellement à l'absence de tout calcul. Mais, ajoute-

---

(1) N° X, cahier d'avril 1826.

t-il, ce qu'il a fait jusqu'ici nous garantit suffisamment qu'il ne lui sera pas difficile de remplacer l'emploi de cette formule par quelques-unes de ces considérations purement géométriques, qui lui sont si familières. Personne plus que moi, n'est convaincu de la facilité avec laquelle M. *Dandelin* ferait un pareil remplacement; et, si je cherche à remplir ici cette lacune dans la théorie des projections stéréographiques, c'est que je suis persuadé que son attention le porte maintenant sur des recherches d'une autre nature (1). En démontrant le théorème précédent, nous prouverons en même temps que *deux cônes droits tangens à la sphère, se coupent selon une ligne plane.*

Si l'on conçoit les deux cônes droits A et B, tangens à la sphère, constamment coupés par un plan passant par la droite qui joint leurs sommets, les lignes d'intersection seront des génératrices tangentes à la sphère et auront pour pôles leurs points de contact *e*, *e*, *f*, *f*. Ces points de contact, pour chaque position du plan sécant, seront les sommets d'un quadrilatère inscrit *eeff*, et les génératrices formeront un quadrilatère circonscrit AEBF, dont deux sommets opposés seront les deux sommets A et B des deux cônes tangens à la sphère. Les côtés *ee*, *ff*, du quadrilatère inscrit, auront pour polaires réciproques, les deux

---

(1) M. *Dandelin* est revenu depuis sur le même théorème, dans le n° 1 du vol. III, de la *Correspondance Mathématique.*

droites EE, FF, perpendiculaires au plan sécant et passant par les deux sommets E et F du quadrilatère circonscrit. Ainsi la suite des droites *ee*, *ff*, etc., qui répondent aux différentes positions du plan sécant, forment une surface qui a pour surface polaire réciproque, la surface formée par les tangentes EE, FF, etc., à la ligne d'intersection des deux cônes. Mais toutes ces tangentes consécutives EE, FF, etc., se coupent deux à deux sur la ligne d'intersection des deux cônes A et B, il faut donc que leurs polaires réciproques *ee*, *ff*, etc., se coupent aussi d'une manière consécutive. Celles-ci ne peuvent d'ailleurs se couper que sur la droite fixe AB, en partant de ce principe (1) que deux côtés d'un quadrilatère inscrit se coupent toujours en un même point avec une diagonale du quadrilatère circonscrit correspondant. Puisque ces droites *ee*, *ff*, etc., se coupent d'une manière consécutive, et que, d'une autre part, elles sont assujetties à se couper sur la même droite; elles ne peuvent se couper qu'en un point unique. Ainsi : 1° elles forment un cône; 2° la surface formée par les tangentes successives à la ligne d'intersection des deux cônes A et B est plane, puisque les polaires réciproques de ces tangentes sont sur une surface conique; et le pôle du plan est le sommet de ce cône.

La solution est évidemment double et l'on peut con-

---

(1) Voyez le Mémoire *sur l'emploi des projections stéréographiques*, par M. *Dandelin*.

struire deux cônes qui passent par les circonférences données : le sommet du second cône est aussi sur la droite AB, au point où viennent se couper toutes les diagonales des polygones inscrits et circonscrits, tels que *eeff* et EEFF. Ces deux cônes se coupent de plus, selon deux lignes dont les plans passent par leurs sommets et par la droite d'intersection des deux cercles donnés par l'énoncé. Il serait facile de démontrer que les propriétés qui viennent d'être énoncées, conviennent en général à toutes les surfaces du second degré. On pourrait prendre le théorème précédent pour servir de base à une théorie synthétique des sections coniques. Nous nous contenterons ici de donner quelques exemples qui feront voir comment on pourrait parvenir à démontrer les propriétés principales de ces courbes. (Voyez aussi la *note* à la fin de ce Mémoire.)

Imaginons deux circonférences m et n sur une sphère, et deux cônes droits A et B, qui touchent la sphère selon ces circonférences, en même temps que deux autres cônes a et b passant par les deux circonférences à la fois, comme nous l'avons vu précédemment. Les plans tangens à ces derniers cônes couperont la sphère selon des circonférences p, q, etc., tangentes à m et à n, dont les pôles seront des points E, F, etc., de la ligne d'intersection des deux cônes droits A et B.

Si l'on prend alors, pour point de vue, un point de la sphère, on verra les cercles m et n en m' et n', extérieur ou intérieur l'un à l'autre, et les cercles p', q', etc., les tou-

cheront encore (*fig.* 5.). Or, le lieu de leurs centres E', F', etc., sera évidemment la ligne d'intersection du tableau avec le cône qui a son sommet à l'œil, et pour base la ligne plane E, F, etc., d'où il suit que *les centres des cercles* p', q', *etc., tangens à deux autres cercles fixes, a pour lieu une section conique.*

Examinons maintenant quelles sont les propriétés de cette section conique.

1° Il existe deux point m' et n' qu'on nomme *foyers* et qui sont tels que la somme des rayons vecteurs menés à un point E' quelconque de la courbe, vaut toujours une quantité constante qui est la somme des rayons de deux cercles m' et n'. En effet, dans le cercle tangent E' aux deux cercles m' et n', on a $s'E' = t'E'$, d'où $m's' + n't' = m'E' + n'E'$.

2° La tangente $z'v'$ forme des angles égaux avec les rayons vecteurs; $z'v'$ est la projection de la polaire de la droite qui joint sur la sphère les points t' et s'; elle est donc perpendiculaire à $t's'$ [1], et conséquemment partage l'angle $t'E's'$ en deux parties égales : d'où $n'E'z' = m'E'v'$.

3° Les tangentes $t'z'$ et $s'z'$ se couperont toujours sur une

---

[1] *Deux droites réciproquement polaires se projettent selon deux droites perpendiculaires l'une à l'autre.* L'une des polaires coupe toujours la sphère et peut être considérée comme la corde de deux cercles, qui ont leurs pôles respectifs sur l'autre droite. Si l'on projette alors le système, les circonférences seront vues selon de nouvelles circonférences qui auront une corde commune; ce sera la projection de la première de nos droites : l'autre projection lui sera perpendiculaire, puisqu'elle joint les centres des deux cercles.

même droite qui est la *directrice*. Pour s'en convaincre, il suffit d'observer que les tangentes sont les perspectives des lignes d'intersection des plans tangens mobiles p, q, etc., avec les plans fixes des deux cercles m et n; et que la directrice est la perspective de la ligne d'intersection de ces mêmes cercles m et n.

4° Quand une sphère touche deux cônes droits, la section des deux cônes se projette selon une autre section conique qui a pour foyers les projections des sommets des deux cônes. Ceci n'est que l'énoncé de ce que nous avons vu précédemment.

5° Si l'on suppose une sphère tangente à un cône droit et à un plan qui coupe le cône, la section conique aura pour foyer le point de contact de la sphère et du plan, et pour second foyer, la projection stéréographique du sommet du cône sur ce plan. Ce théorème n'est autre que le précédent, en supposant qu'une des surfaces coniques devient une surface plane; le cercle de contact se réduit alors à un point, et se confond avec le sommet du cône.

6° Toute section conique dont le plan touche une sphère au foyer de la section, se projette stéréographiquement suivant une autre section conique dont le foyer est la projection du foyer de la première. Ce théorème qui rentre encore dans les deux précédens, est dû à M. *Dandelin*, qui en a déduit (1)

(1) *Correspondance Mathématique*, tom. I.

dans son Mémoire, un grand nombre de conséquences curieuses.

Voici un théorème concernant le cercle et l'ellipse, qui peut avoir des applications nombreuses, surtout pour ce qui concerne la solution des problèmes relatifs aux tangentes.

Une ellipse étant coupée en quatre points par un cercle, si l'on construit :

1° *Le quadrilatère qui a pour sommet les points communs des deux courbes ;*

2° *Les deux quadrilatères formés par des tangentes menées au cercle et à l'ellipse, par les deux points d'intersection des côtés opposés du parallélogramme précédent ;*

3° *Les deux quadrilatères circonscrits qui touchent les deux courbes en leurs points d'intersection ;*

4° *Le quadrilatère formé par les tangentes communes aux deux courbes ;*

5° *Les deux quadrilatères inscrits à l'ellipse et au cercle, et qui ont pour sommets les points de contact des tangentes qui forment le quadrilatère précédent ;*

On aura les propriétés suivantes :

1° *Les diagonales des huit parallélogrammes se coupent en un seul et même point ;*

2° *Les trente-deux côtés des huit parallélogrammes forment huit faisceaux de droites concourantes, et les huit points de concours sont sur une seule et même ligne droite.*

3° *Les sommets des quadrilatères circonscrits qui touchent le cercle et l'ellipse en leurs points communs, et ceux du quadrilatère formé par les tangentes communes aux deux courbes, sont distribués, six par six, sur deux droites qui sont les diagonales communes.*

Pour démontrer toutes ces propriétés, on suppose une sphère dont le cercle donné soit une section : puis on place l'œil, pour projeter le système, sur la droite qui joint le pôle du cercle au point d'intersection des diagonales du quadrilatère inscrit; on voit de cette manière le centre du cercle confondu avec le centre de l'ellipse. La figure étant alors régularisée par la projection, on se rendra facilement compte des différentes parties de l'énoncé précédent, comme nous l'avons déjà fait pour le quadrilatère inscrit au cercle.

La plupart des propriétés précédentes se reproduisent d'une manière assez curieuse, quand le cercle est entièrement extérieur à l'ellipse. Pour étudier, dans ce cas, les propriétés de la figure, il faut encore la régulariser. On mènera à cet effet les quatre tangentes communes aux deux courbes, et l'on projettera stéréographiquement le système de manière que les quatre tangentes au cercle, forment ensuite un lozange. L'ellipse se projettera stéréographiquement selon une hyperbole dont les deux branches seront touchées symétriquement par les quatre tangentes; les centres des deux courbes seront d'ailleurs confondus.

Quoique les propriétés précédentes soient énoncées pour l'ellipse et le cercle, elles conviennent cependant aussi pour

deux sections coniques quelconques. Il serait facile aussi de voir comment elles se modifient, quand l'une des courbes ne coupe l'autre qu'en deux points, ou lorsqu'elle la touche. Ce qui a été exposé précédemment, suffira pour régulariser la projection de la figure dans tous les cas possibles.



NOTE.

J'ai essayé, dans le 2e vol. des *Mémoires de l'Académie*, 1820, de présenter la théorie des sections coniques, d'une manière beaucoup plus générale qu'on ne le fait communément. Pour cela, je considérais un cône de révolution coupé par un plan; et le sommet du cône devenait un point analogue à celui qu'on nomme *foyer* dans les sections coniques. Les rayons vecteurs étaient menés du sommet du cône, et l'on rentrait dans la théorie ordinaire, quand le sommet venait se placer dans le plan de la section. Voici les principaux théorèmes auxquels j'étais parvenu par une géométrie très-élémentaire; je me contenterai de les énoncer pour un cône à base elliptique; on les modifiera sans peine pour les autres cas.

1. *La différence des deux rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités du grand axe de l'ellipse, vaut la distance des deux foyers de cette même ellipse.*

2. *Si l'on joint un même point quelconque d'une ellipse au foyer de cette ellipse et au sommet du cône, la différence des rayons vecteurs est une quantité constante* (1).

3. *La somme de deux rayons vecteurs menés du sommet du cône aux extrémités d'un même diamètre de l'ellipse est constante.*

4. *La surface aplanie* (2) *d'un cône à base elliptique est une ellipse, qui a même excentricité que l'ellipse qui sert de base.*

---

(1) M. *Dandelin* a déduit de cette propriété, le beau théorème suivant : Un cône droit étant coupé par un plan, deux sphères dont chacune est inscrite au cône, touchent le plan en deux points, qui sont les foyers de la section.

(2) Il faut concevoir que tous les élémens de la surface du cône se désunissent pour venir s'appliquer dans un plan et se disposer, en forme d'étoile, autour du sommet du cône. Les bases des petits élémens triangulaires sont alors sur une ellipse.

5. *L'aire d'un cône qui a pour base une ellipse, est à l'aire de cette ellipse, comme la somme des rayons vecteurs, menés du sommet aux extrémités du grand axe de l'ellipse, est à ce même grand axe.*

6. *Tous les cônes qui ont pour base une même section conique, ont leurs sommets sur une autre section conique située dans un plan perpendiculaire à celui de la première, les foyers de l'une de ces courbes servant de sommets à l'autre, et réciproquement.*

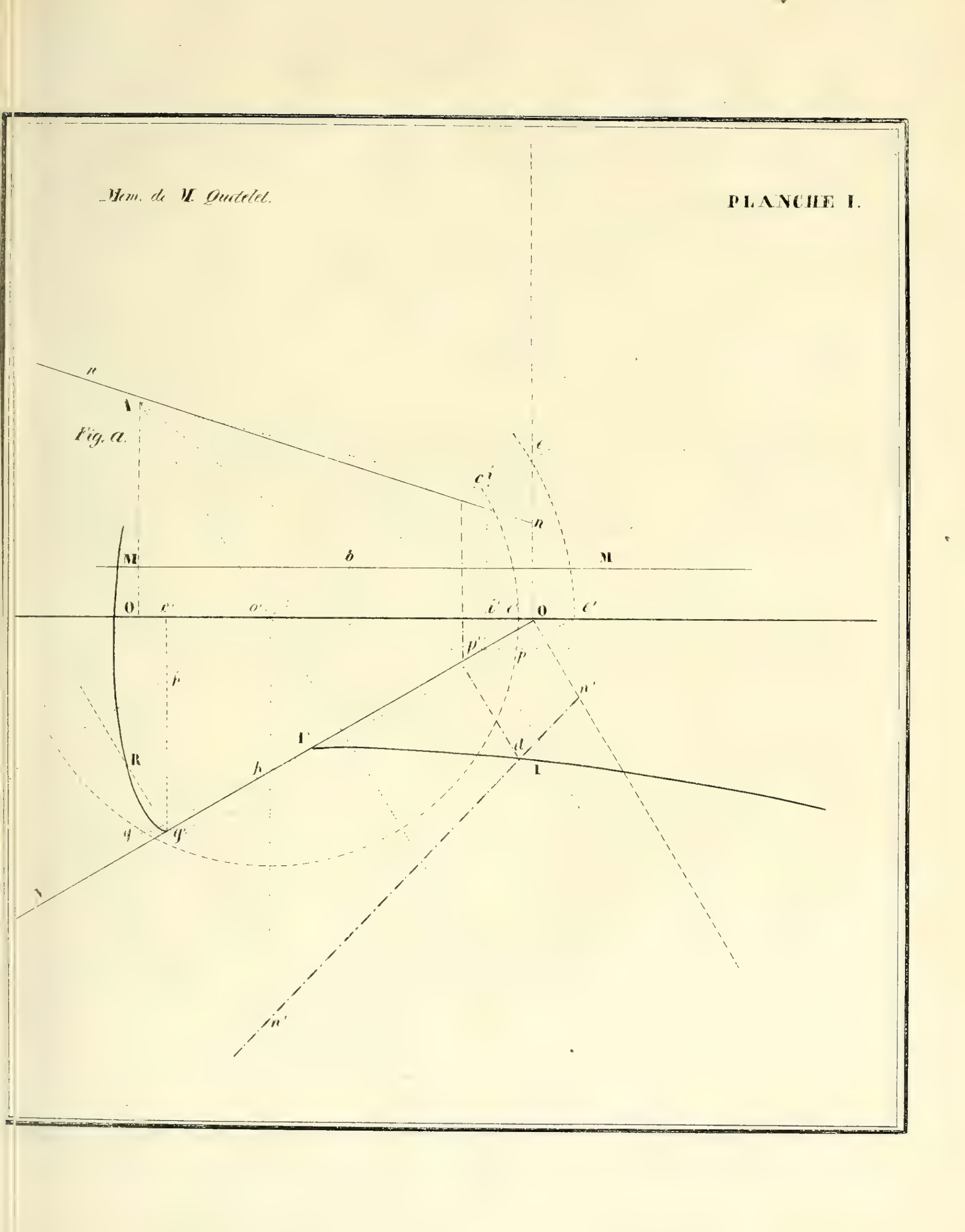
En donnant, dans le bulletin de la *Société philomatique* de Paris, un extrait d'un Mémoire de ma composition, M. *Hachette* cite un travail de M. *De Monferrand* sur cette question : une courbe du second degré étant donnée, trouver le lieu des sommets des cônes droits qui contiennent cette courbe. La solution de ce problème se trouve donnée par le 6e théorème cité précédemment. Le rapport fait sur le travail de M. *De Monferrand* est du 15 mai 1825; le Mémoire d'où j'extrais l'énoncé de mon théorème a été reçu à l'Académie de Bruxelles en 1820; je crois donc pouvoir réclamer l'antériorité. M. *Dupin* donne également le même théorème comme étant de lui (1) dans un beau Mémoire *sur les routes suivies par la lumière et par les corps élastiques*. Je ferai encore la même observation sur l'antériorité, plutôt pour écarter de moi le soupçon d'avoir tiré parti du travail de ces savans, que pour m'attribuer la découverte de théorèmes qui pouvaient se présenter à d'autres comme à moi, en méditant sur les mêmes sujets.

Je citerai encore ici une génération assez simple des sections coniques : *ces courbes sont les enveloppes de tous les cercles assujettis à avoir leurs centres sur une droite, et leurs rayons proportionnels aux distances de ces centres à un point fixe.* Le mode de génération est tellement simple qu'il suffit, dans le plus grand nombre de cas, d'avoir décrit quelques circonférences, pour avoir entièrement la forme de la section conique qui doit leur servir d'enveloppe. Cette génération ressort de la *nouvelle théorie des caustiques* que j'ai proposée dans le 3me volume des *Nouveaux Mémoires de l'Académie*, et dans laquelle je considère les caustiques ordinaires comme les développées d'autres courbes que l'on construit très-facilement.

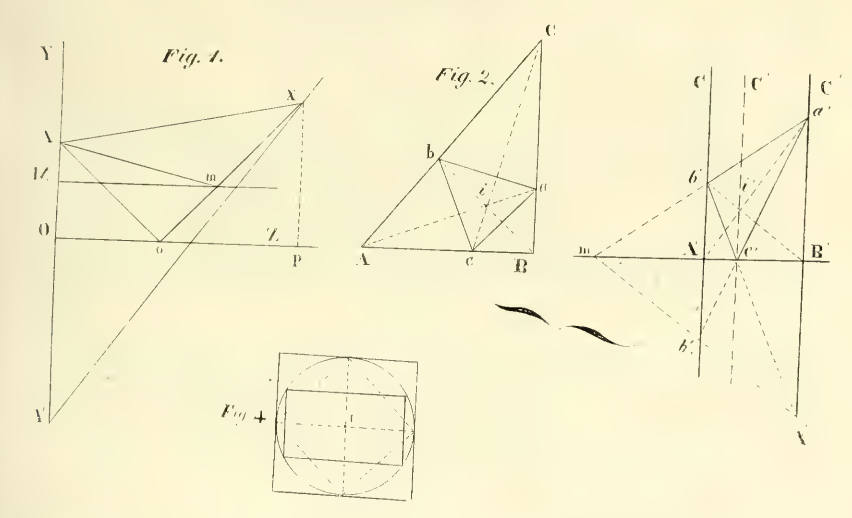
---

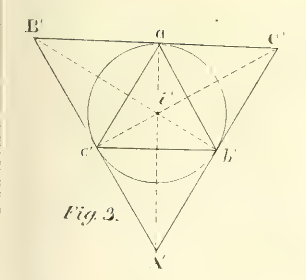
(1) *Applications de géométrie et de mécanique*, vol. in-4°, chez Courcier, 1822.

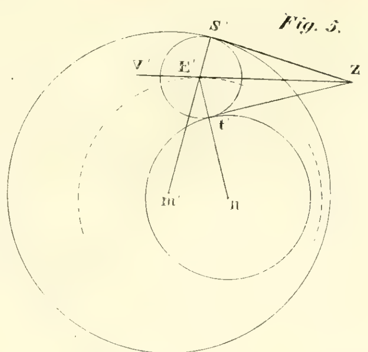
FIN.



Mem. de M. Quetelet.
PLANCHE I.
Fig. a.
n
A
c'
t
n
M
b
M
O
e'
o'
i' c
O
C'
p'
p
f
n'
P
d
R
h
I
q
q'
n'


Y
Fig. 1.
X
A
M
m
O
o
Z
P
Y'
C
Fig. 2.
b
i
a
A
c
B
C
C'
C'
a'
b'
i'
m
A'
c'
B'
b'
X
Fig. 4


B'
a
C'
i
c'
b'
Fig. 3.
A'


S'
Fig. 5.
V'
E'
Z
t'
m'
n

RÉSUMÉ

D'UNE

NOUVELLE THÉORIE DES CAUSTIQUES,

SUIVI DE DIFFÉRENTES APPLICATIONS

A LA THÉORIE DES PROJECTIONS STÉRÉOGRAPHIQUES,

PRÉSENTÉ

A L'ACADÉMIE ROYALE, DANS LA SÉANCE DU 5 NOVEMBRE 1825;

PAR Mr A. QUETELET.

RÉSUMÉ

D'UNE

NOUVELLE THÉORIE DES CAUSTIQUES,

SUIVI DE DIFFÉRENTES APPLICATIONS

A LA THÉORIE DES PROJECTIONS STÉRÉOGRAPHIQUES.

---

1. Après avoir long-temps songé aux moyens de simplifier une des parties les plus importantes de l'optique, celle qui a pour but la détermination des caustiques, soit par réflexion, soit par réfraction, j'avais été conduit à un principe d'un usage assez commode. L'idée première de ce principe consistait à considérer les caustiques en général, comme des développées d'autres courbes beaucoup plus faciles à déterminer, soit par l'analyse, soit par des constructions graphiques.

En partant de cette idée, je ne tardai point à remarquer

que les courbes que je voulais substituer aux caustiques, pouvaient être produites d'après un mode de génération uniforme. Je réunis alors mes premières recherches, et je les développai dans un écrit que l'Académie royale de Bruxelles fit paraître, environ deux ans après, dans la collection de ses Mémoires ([1]). Mon but principal était d'établir le théorème suivant, dont j'offrais de nombreuses applications. *La caustique par réflexion ou par réfraction pour une courbe quelconque, éclairée par un point rayonnant, est la développée d'une autre courbe, laquelle a la propriété d'être l'enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la courbe réfléchissante ou dirimante, et dont les rayons sont égaux aux distances des centres, au point rayonnant dans le premier cas, et proportionnels à ces mêmes distances dans le second cas; le rapport constant étant celui du sinus d'incidence au sinus de réfraction.*

2. Au moyen de ce principe, la théorie des caustiques rentrait entièrement dans la théorie des courbes enveloppes et des courbes développées. Je faisais observer de plus que le point rayonnant, la courbe réfléchissante, la caustique et sa développante, avaient de telles relations ensemble, qu'il suffisait de connaître deux de ces quatre choses, pour en déduire les deux autres; pourvu que les deux données ne fussent point la caustique et sa développante. Je rattachais

---

([1]) Tom. III des Nouveaux Mémoires, 1825.

de cette manière, l'une à l'autre, plusieurs théories considérées jusque-là isolément; et sous ce rapport, le rapprochement fut peut-être utile à la géométrie, comme le théorème de *Guldin* le fut également en mécanique.

Pour éclaircir ceci par quelques exemples faciles à saisir, supposons, dans un même plan, un cercle et un point rayonnant. La circonférence du cercle peut être considérée tour à tour comme courbe réfléchissante ou dirimante, comme caustique secondaire ou comme véritable caustique. Si nous considérons la circonférence comme courbe réfléchissante, elle aura, pour caustique, la développée de l'enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la circonférence donnée et qui passent par le point rayonnant. Or, cette enveloppe, toujours facile à construire par le compas, est ici une épicycloïde engendrée par une circonférence de même diamètre que la circonférence donnée sur laquelle elle roule, et le point générateur est sur le rayon de la circonférence mobile. Mais, indépendamment des renseignemens que nous obtenons sur la nature de la caustique, il nous sera plus facile ici, comme dans le plus grand nombre de cas, d'avoir à construire une normale à la développante, qu'une tangente à la développée, parce que la développante se détermine facilement, et qu'elle est en général plus simple que sa développée. Sous le rapport géométrique, la construction de l'épicycloïde, considérée comme enveloppe d'une suite de cercles soumis à une même loi, donne le moyen de reconnaître un grand nombre de propriétés de

cette ligne, comme on peut le voir dans mon premier travail sur les caustiques.

Si, dans la seconde hypothèse, nous considérons la circonférence donnée comme une caustique secondaire, la courbe à laquelle elle se rapporte se construira de la manière suivante. Du point rayonnant, on mènera des rayons vecteurs aux différens points de la circonférence donnée, et l'on partagera tous ces rayons en deux parties égales : les points de division seront alors sur une courbe semblable à la proposée, et conséquemment sur une circonférence dans l'exemple qui nous occupe. Si l'on assujettit alors le sommet d'une équerre à parcourir cette dernière ligne, tandis qu'une des branches passe constamment par le point rayonnant, l'autre branche sera, dans chacune de ses positions, tangente à la courbe qui correspond à la caustique secondaire proposée. Mais cette courbe, dans notre exemple, sera une section conique, puisqu'elle réfléchit les rayons partis d'un point vers un autre point, qui est la développée ou le centre de la circonférence que nous avons considérée comme caustique secondaire. La section conique sera une ellipse, une hyperbole, un point ou une parabole, selon que le point rayonnant est dans le cercle, au dehors, ou bien sur la circonférence. Ainsi, sachant que le centre d'un cercle sert de développée à la circonférence, nous avons pu conclure par notre principe, que *l'équerre dont le sommet parcourt une circonférence, et dont un côté passe par un point fixe, a pour ligne enveloppe de son autre côté, dans ses différentes positions,*

une section conique qui a même centre que la circonférence, et dont le point fixe est un des foyers. On déduit encore de là que *la ligne enveloppe de toutes les circonférences qui passent par le foyer d'une section conique, et qui ont leurs centres sur cette même courbe, est une circonférence de cercle qui a pour centre, l'autre foyer de la section.* Ces propriétés, purement géométriques, se déduisent du rapprochement que nous avons établi entre différens élémens que l'on avait l'habitude de considérer isolément. Aux exemples qui précèdent, nous pourrions en ajouter une foule d'autres, nous nous contenterons d'en prendre encore un seul, à cause de sa simplicité; il rentre d'ailleurs dans un des théorèmes précédens. *Quand le sommet d'une équerre parcourt une droite et qu'un de ses côtés passe par un point, comme dans la description de la conchoïde de Nicomède, l'autre côté est, dans toutes ses positions, tangent à une parabole qui a pour foyer le point fixe.* Ce théorème, déjà connu, se déduit *à priori* de la théorie des caustiques.

Dans la troisième hypothèse, quand on donne le point rayonnant et une circonférence, et que l'on demande de construire la courbe dont cette circonférence est la caustique, on détermine d'abord la développante de la circonférence; et le problème se résout du reste, comme nous venons de l'exposer.

Quant au cas de la réfraction, supposons un point rayonnant, et, pour ligne dirimante, une droite; on savait déjà que

la caustique secondaire est alors une section conique dont le point rayonnant est un foyer (1). En construisant cette caustique secondaire d'après la théorie que j'ai indiquée, on parvient à ce théorème de géométrie : *si l'on trace une série de cercles dont les centres sont en ligne droite*, *et dont les rayons sont dans un rapport constant avec la distance des centres à un point fixe, la ligne enveloppe de tous ces cercles sera une section conique qui aura, pour foyer*, *le point fixe*, *et, pour diamètre*, *la droite des centres des cercles enveloppés.* Cette génération des sections coniques est en même temps simple et expéditive. Je pense que ces exemples suffiront pour faire entrevoir l'utilité dont la théorie des caustiques secondaires peut être en géométrie, indépendamment des grands avantages qu'elle offre pour la résolution des problèmes d'optique.

En appliquant les principes précédens au cas où des rayons sont réfléchis par une surface cylindrique, telle qu'une tasse, j'avais déterminé la nature des surfaces réglées, produites par les rayons réfléchis sur chacune des circonférences génératrices de cette surface cylindrique.

Quand on coupe alors l'une de ces surfaces réglées, par une autre surface et selon la caustique, la ligne d'intersection offre le *maximum* de lumière : mais si la section se fait partout ailleurs, on obtient encore une courbe lumineuse,

---

(1) Voyez les Annales Mathématiques de Nismes, pour 1825.

mais moins brillante que la caustique, dont il faut la distinguer soigneusement. Cette observation est importante pour expliquer plusieurs phénomènes, et, entre autres, l'existence des lignes brillantes nouées qui se dessinent au fond d'une tasse, sans qu'elles soient pour cela des caustiques proprement dites. C'est ce motif qui m'a déterminé à nommer caustiques *secondaires* les développantes de la caustique *principale*, parce qu'elles se trouvent comme cette dernière sur la surface réglée, et qu'elles ont une existence réelle en optique, quoiqu'on ne les ait pas considérées jusqu'à présent dans les traités ordinaires. D'ailleurs, cette dénomination abrège le discours.

Il est facile de voir aussi que la théorie que nous avons proposée, n'embrasse pas seulement l'explication des phénomènes de l'optique, mais qu'elle peut encore répandre du jour sur les différentes parties de la physique, qui traitent des mouvemens ondulatoires, telles que l'acoustique, l'hydrodynamique, etc.

3. Pendant l'impression du Mémoire où j'établissais le principe fondamental de la nouvelle théorie que je proposais, parut un écrit de M. *C. H. Sturm* de Genève, qui renfermait quelques théorèmes curieux sur les caustiques. Je me hâtai de communiquer alors les premières épreuves de mon Mémoire à M. *Gergonne* [1], pour éloigner de moi

[1] *Annales Mathématiques de Gergonne*, cahier de janvier 1825.

l'idée que j'aurais pu tirer tacitement parti des travaux d'un autre géomètre. Ce savant, qui lui-même avait fait des recherches fort importantes sur l'optique, voulut bien me tranquilliser à cet égard, et m'envoya bientôt après deux théorèmes qui tendaient à généraliser ma théorie (1). Je n'avais considéré en effet, le problème, que dans l'hypothèse d'un point rayonnant, et je ne m'étais occupé des réflexions et réfractions multiples que dans le cas des surfaces de révolution. Mais pour offrir un résumé complet de ce qui a été fait sur cette partie, je transcrirai ici quelques passages du Mémoire de M. *Gergonne*, où, après avoir tracé un historique rapide des efforts tentés par les savans pour perfectionner la théorie des caustiques, il parle de ses propres travaux et des secours qu'il avait vainement espéré trouver chez les autres géomètres qui s'étaient occupés du même sujet. « Je me proposais, dit-il, de profiter du pre-
» mier moment de loisir que je rencontrerais, pour cher-
» cher de nouveau, à l'aide des résultats obtenus par
» M. *Sturm*, la caustique par réflexion, relative au cercle,
» espérant l'obtenir ainsi par un calcul plus simple et sous

(1) Qu'il me soit permis de rapporter l'opinion de cet habile géomètre ; elle a été pour moi une flatteuse récompense de mes recherches. « Il y a long-temps
» que je répète à mes élèves, m'écrivait-il, qu'on n'a pas encore le dernier mot de
» la science sur une théorie, tout aussi long-temps qu'on ne l'a pas amenée au
» point de la raconter à un passant, dans la rue ; voilà bien positivement, mon-
» sieur, à quoi votre Mémoire réduit évidemment la catoptrique et la dioptri-
» que. »

» une forme plus concise, lorsque j'ai reçu, avec une lettre » de M. *Quetelet*, les cinq premières feuilles imprimées » du IIIe vol. des Mémoires de l'Académie royale de » Bruxelles, concernant le commencement d'un Mémoire de » ce géomètre, sur une nouvelle manière d'envisager la gé- » nération des caustiques planes, soit par réflexion, soit » par réfraction... M. *Quetelet* est parvenu, en effet, pour » la caustique relative au cercle, à des conclusions pareil- » les à celles de M. *Sturm*; mais ce qu'il a dit de cette courbe » n'est qu'une application particulière de deux principes » très-élégans, sur les caustiques planes en général. » M. *Gergonne* expose ensuite les essais qu'il a faits avec M. *Sarrus* pour donner à ces deux principes, des énoncés plus généraux [1], et il s'arrête enfin à ceux-ci, dont j'ai parlé plus haut.

1° *La caustique par réflexion, pour une courbe plane quelconque, et pour des rayons incidens normaux à une autre courbe plane, aussi quelconque, située dans un même plan avec celle-là, est la développée de l'enveloppe de tous les cercles qui, ayant leurs centres sur la courbe réfléchissante, sont tangens à la courbe, à laquelle tous les rayons incidens sont normaux.*

---

[1] M. *Sarrus* proposait deux théorèmes pour le cas où le point rayonnant est à une distance infinie, parce qu'alors le théorème que j'avais proposé (1) devenait illusoire; cette objection ne m'avait point échappée, et j'avais modifié mon théorème, comme l'a fait M. *Sarrus*, dans la dernière partie de mon Mémoire, que je n'avais pu faire passer encore à M. *Gergonne*.

2° *La caustique par réfraction, pour une courbe plane quelconque, séparatrice de deux milieux, et pour des rayons incidens normaux à une autre courbe, aussi quelconque, située dans un même plan avec celle-là, est la développée de l'enveloppe de tous les cercles qui ont leurs centres sur la courbe séparatrice, et dont les rayons sont aux distances de ces mêmes centres à la courbe à laquelle tous les rayons incidens sont normaux, dans le rapport constant du sinus de réfraction au sinus d'incidence.*

« On voit, poursuit M. *Gergonne*, que des rayons » émanés d'un point, après avoir subi une première ré» flexion ou une première réfraction, deviendront normaux à » une première enveloppe; qu'après avoir été de nouveau » réfléchis ou réfractés, ils deviendront normaux à une se» conde enveloppe, et ainsi du reste. Et la développée de » la dernière enveloppe sera la caustique à laquelle ces » rayons, successivement réfléchis ou réfractés, donneront » naissance.

» Ainsi se trouve pleinement confirmée, pour les causti» ques planes, la conjecture que j'avais hasardée, il y a » déjà dix ans; on voit en effet, que de quelque manière » que ces courbes soient engendrées, elles sont toujours » des développées d'enveloppes d'une suite de cercles, c'est» à-dire des développées de courbes qui sont d'ordinaire » d'une nature assez simple. »

4. Il restait encore à considérer comment les principes

déjà énoncés devaient être modifiés dans le cas où la réflexion ou la réfraction se fait à la rencontre des surfaces : l'analogie devait naturellement y conduire, et je parvins avec facilité à ces deux théorèmes, pour lesquels je me rencontrai avec M. *Gergonne*, comme je l'annonçai alors dans la *Correspondance Mathématique* (3e cahier, vol. I, p. 147.).

1° *La surface caustique secondaire par réflexion*, *pour une surface réfléchissante quelconque et pour des rayons incidens normaux à une autre surface, aussi quelconque, est l'enveloppe de toutes les sphères qui, ayant leurs centres sur la surface réfléchissante, sont tangentes à la surface à laquelle les rayons incidens sont normaux.*

2° *La surface caustique secondaire par réfraction, pour une surface dirimante quelconque et pour des rayons incidens normaux à une autre surface, aussi quelconque, est l'enveloppe de toutes les sphères qui, ayant leurs centres sur la surface dirimante, ont leurs rayons proportionnels aux distances de ces centres à la surface à laquelle les rayons incidens sont normaux.*

5. En même temps que ces deux théorèmes, j'en publiai deux autres plus importans que les précédens, puisqu'ils les renfermaient comme cas particuliers. J'indiquai la marche que suit un rayon incident en un point d'une courbe à double courbure, quand il se réfracte ou se réfléchit dans le plan qui passe par ce rayon et par la tangente de la courbe au point d'incidence. Je fus encore conduit à mon résultat par les considérations qui m'avaient guidé précé-

demment, et je publiai mes nouvelles recherches dans la *Correspondance Mathématique* des Pays-Bas (1). Je ne sache pas que M. *Gergonne*, à qui je les communiquai en même temps que les théorèmes pour les surfaces, en ait fait encore mention dans ses travaux ultérieurs. M. *Hachette*, à qui je les communiquai également, les présenta à la *Société philomatique* de Paris, et les inséra dans le *Nouveau Bulletin* de ce corps savant (2). Voici l'énoncé, pour le cas de la réfraction :

La caustique par réfraction pour une courbe à double courbure quelconque, séparatrice de deux milieux, et pour des rayons incidens normaux à une autre courbe quelconque, est la développée de la ligne d'intersection de deux surfaces, dont la première est l'enveloppe des sphères qui ont leurs centres sur la courbe séparatrice, et dont les rayons sont aux distances de ces mêmes centres à la courbe normale aux rayons incidens, dans le rapport constant du sinus de réfraction au sinus d'incidence. La seconde surface est formée en menant, dans les plans de réfraction, une série de parallèles aux normales de la courbe séparatrice, par des points pris sur les rayons incidens, de telle manière que les distances de ces points aux points d'incidence, soient aux rayons des sphères respectives, aussi dans le rapport de réfraction.

---

(1) Tom. I, à Bruxelles, chez De Mat père, 1825, in-8°.

(2) Octobre 1825.

Pour la caustique par réflexion, il suffit de faire le rapport du sinus d'incidence au sinus de réfraction égal à l'unité. Quand la courbe réfléchissante ou séparatrice des milieux devient plane, ainsi que la ligne à laquelle les rayons incidens sont normaux, la seconde surface devient un plan.

6. Tous ces principes peuvent se déduire de considérations géométriques très-simples, en s'aidant de la théorie des ondulations, comme l'ont fort bien observé les géomètres qui s'en s'ont occupés : c'est aussi par ce motif que je me suis contenté chaque fois d'en donner le simple énoncé [1]. Je m'étais abstenu aussi de traduire ces principes en analyse, parce que les équations qui déterminent la nature des courbes enveloppes d'une série de cercles assujettis à satisfaire à certaines conditions, se trouvent exposées avec soin, dans l'application de l'analyse à la géométrie de l'illustre *Monge*. M. *Gergonne* a encore entrepris ce travail, et l'a exposé avec toute l'élégance qui caractérise ses recherches. Il est parvenu à en déduire plusieurs conséquences nouvelles, et à démontrer, par des moyens plus simples, de beaux théorèmes déjà démontrés par MM. *Dupin*, *Sturm*, *De La Rive*, etc. Ainsi toute la théorie analytique des caustiques, en la déduisant des considérations nouvelles que j'ai proposées, se trouve

---

[1] M. *Gergonne* a donné une démonstration synthétique très-simple de mon théorème pour le cas de la réflexion, comme on peut le voir dans la *Corr. Math.* tom. I, pag. 268. M. *Timmermans* en a donné une autre plus générale dans le IIe vol. du même recueil, que M. *Gergonne* a reprise dans son excellent journal, pour la généraliser encore.

renfermée maintenant dans quelques pages que l'auteur termine par ces mots. « Le peu qui précède peut donc remplacer, à la rigueur, et le grand travail de *Malus*, et l'extension remarquable qu'il a reçu entre les mains de M. *Dupin*, et le long article que nous venons de rappeler, et enfin, celui que nous avons récemment publié sur les caustiques planes... A mesure qu'une science s'étend et s'enrichit de nouveaux faits, a dit un grand géomètre, elle en devient aussi plus compliquée; et on ne saurait la simplifier qu'en généralisant et réduisant à la fois les méthodes qui peuvent être susceptibles de ces avantages. »

7. Après avoir parlé des caustiques secondaires, je reviendrai sur une des applications nombreuses que j'en ai faites dans mon premier Mémoire, relativement aux courbes d'*égale teinte*, et j'y ajouterai quelques observations qui tendent à simplifier singulièrement la solution du problème que je me proposais. Je recherchais, quand une surface est éclairée par un point rayonnant, quels sont les points où les rayons lumineux forment un même angle d'incidence donné avec la surface, et je proposais les moyens de solution suivans. On peut concevoir d'abord, par le point lumineux, une suite de plans qui coupent la surface éclairée selon des courbes, et déterminer pour chacune de ces courbes les points demandés.

Or (*fig.* 1.), imaginons que *abc* soit une pareille courbe, et L le point lumineux. Supposons aussi qu'on ait à construire tous les points de la courbe où l'angle d'incidence des rayons

lumineux, est égal à $\frac{1}{2}$ mAn. On construira d'abord la caustique secondaire lLd, comme nous l'avons dit au commencement de ce Mémoire. Les rayons réfléchis aux points cherchés, seront alors perpendiculaires à cette caustique secondaire : de plus, les distances bl seront respectivement égales aux distances bL, comme rayons de mêmes cercles. Mais dans les triangles isoscèles tels que Lbl, l'angle compris entre les côtés égaux, doit valoir l'angle donné mAn; ainsi, tous les triangles qui seront dans les mêmes circonstances, auront leur sommet b en un des points demandés. Il résulte de là que si, en même temps qu'on décrit du point b la circonférence Ll, pour construire la caustique secondaire lLd, on décrit du point L un autre arc avec un rayon $Ll = mn$; en faisant $mA = Lb$, la suite des points d'intersection l formera une courbe *auxiliaire* ll', qui aura différens points communs avec la caustique secondaire. Or, ces points répondront aux points cherchés de la courbe réfléchissante.

8. Le problème est donc ramené à chercher les points communs à deux courbes qui se construisent facilement toutes deux en même temps : l'une est la caustique secondaire et l'autre la courbe auxiliaire. Mais, avec un peu d'attention, nous allons reconnaître sans peine que cette dernière courbe est toujours semblable à la courbe réfléchissante donnée; ce qui offre un nouvel avantage pour la construction.

En effet, menons du point lumineux L, plusieurs sécan-

tes Lb', Lc à la courbe donnée : les points correspondans de la courbe auxiliaire seront sur des droites Ll', Lo, menées de telle manière que les angles b'Ll', cLO seront tous égaux à Amn; de sorte que les angles cLb', OLl', seront aussi égaux entre eux; de plus, pour ces angles égaux, les rayons vecteurs Lc, Lb, Lb', etc., et LO, Ll, Ll', etc., seront évidemment proportionnels, ce qui est le caractère des courbes semblables.

On pourra donc construire la courbe auxiliaire par points, comme nous l'avons indiqué plus haut; ou bien encore, en partant de ce principe très-simple, qu'elle est semblable à la courbe proposée. Il est bon de remarquer que les points correspondans sont toujours sur deux rayons vecteurs qui renferment entre eux un angle constant.

9. Quand le point lumineux est à une distance infinie, on construit la caustique secondaire comme je l'ai indiqué à la page 140 de mon premier Mémoire, et la courbe auxiliaire se détermine par points exactement de la même manière que je l'ai indiqué précédemment. Cette courbe auxiliaire, comme on le verrait facilement, est encore une perspective de la courbe réfléchissante donnée; mais elle ne lui est plus semblable.

10. La construction des points brillans pour une courbe quelconque, devient aussi très-facile par les considérations suivantes. Imaginons un point rayonnant L, une courbe quelconque mn, et un œil placé en A : il est évident que les rayons QA, PA, etc., réfléchis par la courbe vers le

point A, seront tous perpendiculaires à la caustique secondaire de la courbe proposée, en p, q, etc.; de plus, les distances QL et Qq, PL et Pp, etc., sont nécessairement égales.

Cela posé, on pourra faire dépendre encore ici la construction des points brillans, de celle de deux courbes dont l'une sera, comme précédemment, la caustique secondaire de la courbe mn. En effet, menons du point A une série de droites AP, AQ qui coupent la courbe donnée; puis des points P, P′, Q, Q′, comme centres, décrivons les circonférences qui auront, pour ligne enveloppe, la caustique secondaire; ces circonférences couperont en même temps la série des droites, menées du point A, selon des points p, p', $p_{,}$, $p'_{,}$, q, etc., qui seront sur des courbes auxiliaires pp' qm, $p_{,}$ $p'_{,}$ n. Or, ces courbes auxiliaires, par leur contact avec la caustique secondaire, détermineront les points $p_{,}$ q, par lesquels passeront les rayons réfléchis demandés. Ici encore, l'on aura donc l'avantage de construire à la fois, par des procédés très-simples, les deux courbes dont dépendent les solutions du problème.

Quand le point rayonnant est à une distance infinie, le problème n'offre pas plus de difficultés, et se résout toujours d'après les mêmes principes.

On a pu voir, par les deux applications précédentes et par les exemples que j'ai donnés au commencement de ce Mémoire, que la considération des caustiques secondaires peut présenter de grands avantages pour la résolution de

problèmes de différens genres. Les principes sur lesquels repose la théorie sont également précieux sous le point de vue analytique et sous le point de vue graphique, comme l'observation en a été faite (1). Sous le premier de ces deux points de vue, en effet, ils semblent offrir le procédé le plus simple et le plus naturel qu'on puisse employer pour parvenir à l'équation de la caustique. Sous le second, ils présentent toutes les facilités qu'on peut désirer pour en tracer le cours. En traçant, en effet, un assez grand nombre de cercles dont on cherche l'enveloppe, pour que ces cercles se trouvent fort rapprochés les uns des autres, l'enveloppe s'offrira pour ainsi dire d'elle-même, dans leurs intersections consécutives. En outre, à cause de l'indétermination du rayon du cercle qui a son centre au point rayonnant, on pourra se procurer plusieurs enveloppes ; et dès lors, il deviendra facile de leur mener à vue, des normales communes, dont les intersections consécutives dessineront la caustique cherchée.

11. Nous allons maintenant nous occuper des rapports qui existent entre les caustiques secondaires des courbes et leurs lignes polaires ; surtout dans la vue de déterminer, par de nouveaux rapprochemens, les propriétés géométriques de ces lignes. Comme la théorie des polaires est encore généralement peu connue, nous avons cru devoir donner quelques notions préliminaires, indispensables pour l'intelligence de ce qui doit suivre.

---

(1) *Annales Mathématiques*, tom. XV, N° 11, mai 1825.

On sait que, quand on a dans un plan une droite et un cercle, et que de tous les points de la droite on mène deux tangentes à ce cercle, les cordes qui unissent les points de contact, passent toutes par un même point : c'est ce point qu'on nomme le *pôle* de la droite, par rapport au cercle donné (1).

Imaginons maintenant qu'une courbe plane quelconque soit donnée et qu'on mène toutes ses tangentes : chacune de ces droites aura, par rapport à un cercle donné, un point particulier pour pôle, et la suite de tous ces points constituera la *polaire* de la courbe donnée. Par courbe polaire d'une courbe, il faut donc entendre celle qui contient tous les pôles des droites tangentes à cette dernière. Celle-ci est à son tour polaire de l'autre.

12. De même si l'on a, dans l'espace, une série de cônes tous tangens à une sphère et ayant leurs sommets dans un même plan P, les cercles selon lesquels la sphère est touchée, passent tous par un même point p, qui est le *pôle* du plan. On conçoit qu'un second plan P' a aussi son pôle p'. Par suite, tout cône tangent à la sphère et ayant son sommet sur la ligne d'intersection des deux plans P et P', aura son cercle de contact, qui passerait par la droite qui joint les pôles p et p', et réciproquement. L'une de ces droites est donc polaire par rapport à l'autre.

---

(1) Voyez la *Géométrie Descriptive de Monge*, pag. 39.

Si l'un des plans P, par exemple, touchait la sphère, le point de contact serait son pôle. De là résulterait que les cônes qui auraient leurs sommets sur la ligne d'intersection des deux plans, auraient tous leurs cercles de contact avec la sphère, qui passeraient par ce point *p*.

Une surface quelconque a également sa surface polaire, laquelle à son tour a, pour polaire, l'autre surface.

13. Cela posé, cherchons d'abord les rapports qui existent entre la polaire et la caustique secondaire d'une courbe. Imaginons une sphère qui ait même centre et même rayon que le cercle *oc* (*fig.* 3.), par rapport auquel on prend la polaire de la courbe donnée *eae'*. Puis, l'œil étant placé à l'extrémité du diamètre perpendiculaire au plan de la courbe *eae'*, projetons stéréographiquement sur cette sphère la polaire dont il s'agit. La projection sera la ligne d'intersection de la sphère avec le cône qui a pour base la polaire, et pour sommet le point de vue. En même temps, toutes les tangentes de cette polaire se projetteront sur la sphère, selon des circonférences qui passent aussi par le point de vue, et qui ont conséquemment leurs pôles dans un même plan tangent à la sphère en ce point commun. De plus, les pôles doivent se trouver encore sur le cylindre droit, qui a pour base la courbe *eae'* proposée, et qui est la surface enveloppe des plans verticaux passant par les tangentes à cette courbe (1). Les pôles de nos circonférences sont donc à la fois

(1) Si l'on pouvait en douter, il suffirait de remarquer que, par rapport à la

sur ce cylindre et sur le plan qui touche la sphère au point de vue; ils se trouveront ainsi sur une courbe parfaitement égale à la proposée eae', qui sert de base au cylindre, puisque le plan sécant est parallèle au plan de cette dernière ligne. D'où résulte que si l'on place l'œil sur la sphère, dans une seconde position diamétralement opposée à la première, et que si l'on prend pour tableau le plan tangent qui passait par le premier point de vue, toutes nos circonférences se projetteront selon d'autres circonférences qui auront leurs centres sur une courbe égale à eae', et passeront de plus par un point situé, par rapport à cette dernière courbe, comme le point rayonnant l'était par rapport à eae'. La ligne enveloppe de tous ces cercles, qui n'est autre que la seconde projection stéréographique de la polaire de notre courbe eae', sera donc égale à la caustique secondaire de eae', qui satisfait dans un autre plan aux mêmes conditions.

Nous déduirons de ce qui précède ce théorème remarquable : *si l'on construit à la fois la polaire et la caustique secondaire d'une même courbe, et si on les projette stéréographiquement sur la sphère qui a même centre et même rayon que le cercle par rapport auquel on a construit la polaire, les deux projections stéréographiques sur la sphère seront égales et symétriquement placées; de manière qu'en projetant une seconde fois ces lignes de la*

---

sphère, le point b' est le pôle du plan vertical passant par ab, et que réciproquement tout cercle, passant par b', a son pôle dans le plan vertical ab.

sphère sur un plan, l'œil étant dans une position diamétralement opposée à celle qu'il avait d'abord, la polaire deviendra caustique secondaire, et réciproquement la caustique secondaire deviendra la polaire de la courbe proposée.

14. Cette propriété singulière qui lie ensemble la théorie des courbes polaires et celle des caustiques secondaires, peut donner lieu à des corollaires très-utiles; car, si l'on se rappelle que, par les projections stéréographiques, les circonférences et les grandeurs des angles ne se dénaturent pas, on concevra qu'il sera toujours possible, en modifiant légèrement les énoncés, de transporter un grand nombre de propriétés géométriques d'une espèce de ces courbes à l'autre.

Pour offrir un exemple de l'emploi que l'on peut faire en géométrie du théorème démontré précédemment, rappelons-nous que la caustique secondaire du cercle est une épicycloïde [1]. Lorsqu'on projette stéréographiquement cette épicycloïde sur la sphère, pour la projeter de là une seconde fois, sur un plan, en plaçant successivement l'œil aux deux extrémités du diamètre qui passe par le sommet de l'épicycloïde, et perpendiculairement au plan de cette courbe, on obtient, pour la dernière projection, une sec-

---

[1] Voyez plus haut (§ 2), et mon premier Mémoire sur les caustiques, dans le 3e vol. des Mémoires de l'Académie.

tion conique, comme je l'ai démontré ailleurs (1). On en conclura, par ce qui précède, que *la polaire du cercle est une section conique*. Il résulte de la transformation précédente des épicycloïdes en sections coniques, que plusieurs propriétés de ces dernières courbes conviennent aux premières et réciproquement. Par exemple, on démontre, pour les sections coniques, que les côtés opposés d'un hexagone inscrit, se coupent en trois points situés sur une même droite. Cette propriété s'énonce de la manière suivante, pour les épicycloïdes : Dans l'hexagone inscrit, composé d'arcs de cercles qui passent par le sommet, les côtés opposés se coupent en trois points qui, avec le sommet, sont sur une même circonférence (2). Il est un grand nombre d'autres propriétés semblables que l'on peut transporter ainsi des sections coniques aux épicycloïdes.

Nous venons de voir que la polaire du cercle est une section conique; nous pouvons donner plus d'extension à ce théorème. En effet, supposons un cylindre droit qui ait pour base ce cercle, et concevons de plus une sphère qui ait même centre et même rayon que la circonférence, par rapport à laquelle on prend la polaire. Si nous coupons alors le cylindre par un plan, nous aurons une section co-

(1) Voyez le même Mémoire.

(2) Voyez le IIe vol. des Mémoires de l'Académie, sur les propriétés de la focale parabolique, par M. *Dandelin*.

nique dont tous les points seront les pôles des plans tangens à un cône qui a pour base la section conique qui sert de polaire au cercle, et pour sommet, le pôle du plan sécant; d'où résulte que ce dernier plan coupe à la fois le cylindre droit et le cône, selon deux courbes du second degré qui sont polaires réciproques. Ainsi *la polaire d'une section conique est une autre section conique* (1).

15. Aux remarques précédentes nous allons en ajouter encore quelques autres, qui se présentent d'une manière élégante au moyen de la théorie des projections stéréographiques.

Supposons d'abord que l'on demande la polaire de la courbe eae' (*fig.* 3.) : on pourra la construire par points, de la manière suivante. Construisons chacune des tangentes ab de la courbe proposée ; puis du centre du cercle donné, abaissons une perpendiculaire sur chacune d'elles. Si l'on mène alors, du pied de la perpendiculaire, deux tangentes bc, bc' et la corde cc', qui joint les points de contact, le pôle sera le point d'intersection de cette corde avec la perpendiculaire. On construira de la même manière les autres points b' de la polaire.

Si les points b' de la polaire étaient donnés, on construirait facilement les tangentes ba, et conséquemment la courbe eae' qui est leur enveloppe.

---

(1) M. *Dandelin* était de son côté parvenu au même résultat, voyez son Mémoire inséré dans ce volume.

On remarquera que, dans le triangle rectangle *ocb*, l'on a, en représentant par r le rayon *oc*,

$$\overline{ob}.\overline{ob'} = r^2.$$

En considérant les points *b* et *b'* comme parcourant deux lignes, pendant que la tangente parcourt les divers points de la courbe *eae'*, on pourra regarder les droites *ob* et *ob'*, comme des rayons vecteurs de ces lignes; et leur produit sera constant et égal à r^2, pour un même angle *boe*. Les rayons vecteurs sont donc en rapport inverse; et l'on voit qu'au moyen de la polaire de la courbe *eae'*, on peut construire facilement son *inverse ebo*, et réciproquement.

L'inverse *ebo*, comme nous l'avons déjà vu plus haut (§ 2), peut être décrite d'un mouvement continu, en assujettissant une équerre à avoir toujours un de ses côtés tangent à la courbe donnée *eae'*, tandis que le second côté passe toujours par le point rayonnant : le sommet de l'angle droit décrit alors la courbe *ebo*.

Nous avons vu aussi qu'en prolongeant chaque fois le rayon vecteur *ob* d'une longeur *b*B = *ob*, la suite des points B se trouve sur une courbe exactement semblable à l'inverse *ebo*, et que cette courbe n'est autre que la caustique secondaire de la courbe proposée *eae'*. Ainsi *la polaire d'une courbe donnée a, pour inverse, une courbe semblable à la caustique secondaire de la proposée.* Il est inutile d'ajouter que la polaire, toujours semblable à elle-

même, varie de dimensions en même temps que le rayon r.

16. Si l'on rapproche ce principe de celui qui a été démontré plus haut (14), on pourra conclure encore que *la polaire d'une courbe plane quelconque, après avoir subi deux projections stéréographiques successives, devient semblable à son inverse, et réciproquement.* Pour prendre une application de ce principe, supposons une parabole : son inverse, quand le cercle par rapport auquel on la construit, a son centre au sommet de cette parabole, est la cissoïde de *Dioclès*. L'une de ces courbes peut donc se transformer dans l'autre, après deux projections stéréographiques : ainsi la parabole se transforme en cissoïde et réciproquement. D'une autre part, l'une de ces deux courbes peut être considérée comme la caustique secondaire d'une troisième ligne, qui aurait pour polaire l'autre courbe, mais avec un paramètre double. Ainsi la cissoïde est la caustique secondaire d'une courbe dont la polaire est une parabole. Mais une section conique a toujours pour polaire une autre section conique : ainsi la cissoïde est la caustique secondaire d'une section conique (une parabole), le point rayonnant se trouvant au sommet commun des deux courbes.

Quand on connaît ou la polaire ou la caustique secondaire d'une courbe, la détermination analytique d'une de ces lignes par l'autre devient très-facile, puisque le produit des rayons vecteurs est une quantité constante; ainsi

$$\rho = \frac{r^2}{2r \cos.\alpha \pm m}$$

est l'équation polaire d'une section conique ramenée à son foyer. L'inverse a pour équation

$$z = 2r \cos.\alpha \pm m.$$

Une ligne qui aurait la première courbe pour polaire, et dans notre exemple ce serait une section conique (15), aurait, pour caustique secondaire, une courbe dont l'équation serait

$$z = 4r \cos.\alpha \pm m,$$

c'est-à-dire, une épicycloïde.

17. En terminant ce Mémoire, nous dirons quelques mots sur les caustiques secondaires et leurs développées.

Supposons qu'une courbe soit rapportée à des coordonnées polaires, et qu'on mène à l'un des points de cette courbe son rayon vecteur, sa tangente et sa sous-tangente. Ces trois droites, comme on sait, forment ensemble un triangle rectangle, dont le sommet de l'angle droit est au point fixe qu'on a choisi pour pôle; tandis que le second sommet parcourt la courbe proposée, le troisième parcourt aussi une ligne dont tous les rayons vecteurs sont les sous-tangentes de l'autre. Or, le calcul différentiel donne une méthode très-simple pour déterminer la courbe des sous-tangentes d'une courbe quelconque ramenée à des coordonnées polaires.

Voici maintenant de quelle propriété jouissent deux pa-

reilles courbes, comme on le reconnaîtra facilement : si l'on construit deux séries de cercles assujettis à passer tous par le pôle des deux courbes, et à avoir leurs centres sur ces deux courbes, ces cercles se couperont tous mutuellement à angle droit.

Nous observerons de plus, que ces deux séries de cercles auront pour lignes enveloppes les deux caustiques secondaires de la courbe proposée et de la ligne de ses soustangentes, le point rayonnant étant au pôle commun des deux courbes. D'une autre part, *les cercles d'une série couperont orthogonalement la ligne enveloppe des cercles de la seconde série, qui ont leurs centres sur la courbe proposée.*

18. Ce qui précède étant admis, concevons par le point rayonnant une sphère tangente au plan des courbes : puis, projetons stéréographiquement sur cette sphère les deux caustiques secondaires, avec les deux séries de cercles qu'elles enveloppent. Ces deux séries de cercles auront évidemment leurs pôles, encore dans le même plan tangent à la sphère, et sur les deux courbes qui étaient les lieux des centres. Si alors on projette une seconde fois stéréographiquement toutes les lignes déjà projetées, en plaçant l'œil au point rayonnant primitif par où passent actuellement tous les cercles enveloppés, il arrivera ce qui suit : les deux caustiques secondaires, projetées pour la seconde fois, seront deux courbes qui auront pour tangentes les deux séries de circonférences qui se sont transformées en droites ; et comme

d'ailleurs ces tangentes continuent à se couper à angle droit sur une des courbes, celle-ci est la développante de l'autre. En partant de ce qui vient d'être dit, on conclura encore qu'*une courbe et sa développée, après deux projections stéréographiques, peuvent devenir les caustiques secondaires de deux courbes dont l'une est la courbe des soustangentes, par rapport à l'autre, et réciproquement.*

Le peu qui précède suffira peut-être pour montrer comment on peut combiner ensemble la théorie des projections stéréographiques et celle des caustiques secondaires. Des mains plus habiles que les nôtres parviendraient sans doute à en déduire encore des résultats nouveaux et à établir des rapports entre des courbes connues, qui semblaient n'en avoir aucuns. Le vaste domaine de la science acquiert chaque jour une nouvelle étendue; on ne saurait établir trop de points de contact entre les théories isolées : d'ailleurs, il est toujours intéressant pour la science, de pouvoir porter les propriétés d'une courbe connue à une autre qui est plus compliquée, en suivant pour ainsi dire de l'œil les lignes sous toutes les formes différentes qu'elles peuvent affecter.

NOTE.

L'ÉQUATION en coordonnées rectangulaires d'une courbe quelconque, étant

$$f(x', y') = 0 : \qquad (1)$$

on a pour équation de la tangente, en un point dont les coordonnés sont x', y',

$$y - y' = \frac{dy'}{dx'}(x - x'). \qquad (2)$$

Si de l'origine on abaisse une perpendiculaire à cette droite, son équation sera

$$y = -\frac{dx'}{dy'}x. \qquad (3)$$

Si maintenant on élimine des équations précédentes les coordonnées x' et y', il restera une équation entre x et y qui sera l'équation de l'inverse de la polaire de la courbe proposée. Cette équation étant généralement de cette forme

$$\varphi(x, y) = 0, \qquad (4)$$

si l'on double les coordonnées, en faisant $X = 2x$, $Y = 2y$, on aura pour l'équation de la caustique secondaire de la proposée

$$\varphi(X, Y) = 0. \qquad (5)$$

Enfin, on pourra encore par un moyen très-simple déduire de l'équation (4), celle de la polaire de la courbe proposée. En effet, nommons les coordonnées pour cette polaire x'' et y'', et le rayons vecteurs correspondans pour les deux courbes ρ et ρ'', nous aurons

$$x : x'' :: y : y'' :: \rho : \rho''.$$

On a d'ailleurs (parag. 15)

$$\rho\rho'' = r^2 \text{ ou bien } \rho = \frac{r^2}{\rho''}.$$

Ce qui donne

$$X = \frac{x'' r^2}{x''^2 + y''^2}, \quad y = \frac{y'' r^2}{x''^2 + y''^2}.$$

On aura finalement, par la substitution de ces valeurs dans l'équation (4), l'équation de la polaire de la proposée

$$F(x'', y'') = 0. \qquad (6)$$

Appliquons ce qui précède à l'équation de la parabole. Les équations (1), (2) et (3) auront cette forme

$$y'^2 = 2px'$$
$$yy' = p(x + x')$$
$$py = -y'x.$$

Éliminons, entre ces trois équations, les quantités x' et y', nous aurons

$$y^2 = -\frac{2x^3}{p + 2x}:$$

Ce qui montre que l'inverse de la polaire d'une parabole est une *cissoïde*.

Pour passer à l'équation de la caustique secondaire de la parabole, le point rayonnant étant à son sommet, on n'a qu'à doubler les ordonnées et les abscisses

dans l'équation précédente, pour satisfaire à la condition $\varphi(X, Y) = o$; et l'on aura encore une cissoïde

$$Y^2 = -\frac{4\ x^3}{p + X.}.$$

Enfin, pour avoir la polaire proposée, il faut satisfaire à l'équation (6). Par des substitutions convenables, on parvient à cette équation en coordonnées polaires

$$\rho = \frac{2r^2 . \cos. \alpha.}{\sin.^2 \alpha.}$$

Ce qui montre que la polaire d'une parabole est encore une autre parabole. Les calculs ordinaires, pour déterminer les enveloppes d'une série de cercles assujettis à passer par un point et à avoir leurs centres sur une courbe, seraient généralement beaucoup plus longs et moins simples que ceux que nous venons d'indiquer, d'après les propriétés projectives que nous avons reconnues plus haut.

FIN.

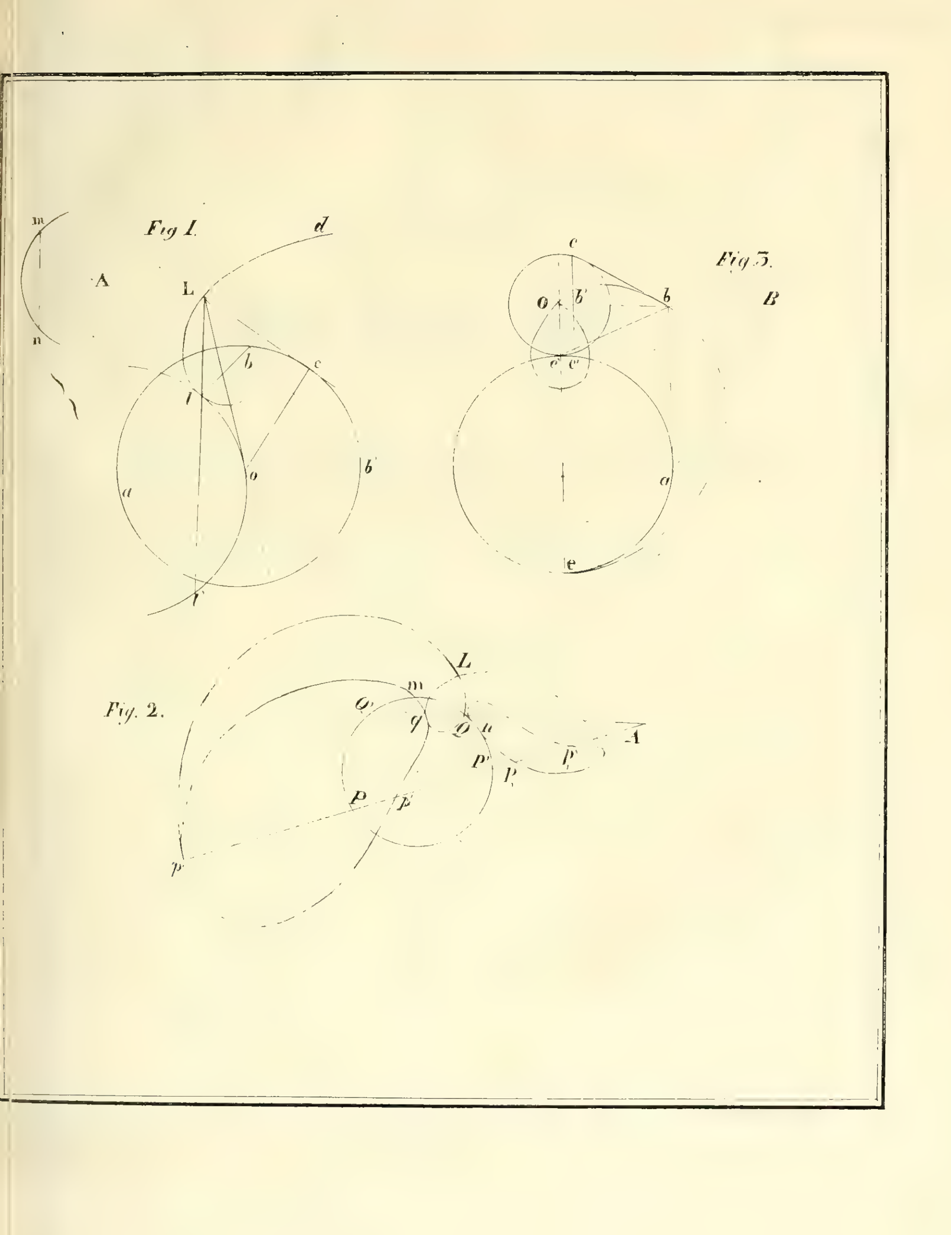


Fig I.
Fig 3.
Fig. 2.
A
B
L
d
m
n
o
a
b
c
e

RECHERCHES

SUR

LA POPULATION, LES NAISSANCES, LES DÉCÈS, LES PRISONS, LES DÉPOTS DE MENDICITÉ, ETC.,

DANS LE ROYAUME DES PAYS-BAS;

PAR M[r] A. QUETELET.

RECHERCHES

SUR

LA POPULATION, LES NAISSANCES, LES DÉCÈS, LES PRISONS, LES DÉPOTS DE MENDICITÉ, ETC.,

DANS LE ROYAUME DES PAYS-BAS.

QUELQUES recherches *sur les lois des naissances et de la mortalité* à Bruxelles, que j'ai insérées dans le volume précédent des Mémoires de l'Académie, ont porté plusieurs amis des sciences à en faire de semblables, pour d'autres villes. En même temps M. *le Baron De Keverberg*, en me confiant obligeamment plusieurs Mémoires manuscrits, du plus haut intérêt, m'a fourni de nouveaux matériaux que j'ai rapprochés de ceux qui existaient déjà, pour en former un ensemble qui ne sera peut-être pas indigne de l'attention des savans.

Je m'occuperai d'abord de l'état de la population dans notre royaume; je passerai ensuite à ce qui concerne les

naissances et les décès, et j'exposerai les variations singulières qu'ils semblent subir pendant le cours de l'année et même aux différens instans du jour. Cette recherche me donnera l'occasion de citer quelques faits curieux résultant d'observations nouvellement faites. La table de mortalité que je donnerai, repose sur un plus grand nombre d'observations que celle que j'avais donnée dans le voulume précédent; elle pourrait même servir de table provisoire pour nos provinces méridionales. Enfin, j'ai puisé dans les Mémoires qui m'ont été communiqués par M. *De Keverberg*, des détails intéressans sur les détenus dans les dépôts de mendicité et dans les prisons du Royaume. Je m'estimerai fort heureux, si ces nouvelles recherches peuvent engager des amis des sciences à en faire d'autres de leur côté, et à les multiplier de manière à donner aux aperçus que je présente sur la population du Royaume, cette précision qui, seule, peut leur assurer un caractère d'utilité générale [1].

Population du Royaume.

D'après des renseignemens officiels, on estimait qu'au 1er janvier 1825, la population du royaume des Pays-Bas

---

[1] Le gouvernement, en créant une commission de statistique, a fait espérer la publication des documens précieux qu'il possède. Ces élémens soumis à la discussion des savans, présenteront des résultats qui ne pourront manquer de tourner au profit de la science et de la société.

et du grand-duché de Luxembourg, s'élevait à 5,992,666 âmes. Cette estimation était basée sur deux recensemens partiels, faits antérieurement, l'un sous le gouvernement impérial, et l'autre vers le commencement du gouvernement actuel. On s'est borné depuis, pour avoir la population au commencement de chacune des années suivantes, à ajouter à la population de l'année qui précédait, l'excès des naissances sur les décès; mais, outre les inexactitudes que peuvent présenter les anciens relevés de la population par le dénombrement, opération pénible et difficile à faire avec exactitude [1], on ne doit pas perdre de vue que beaucoup d'étrangers, appelés par les avantages politiques qu'offre ce pays, sont venus s'y fixer et y ont apporté leurs richesses et leur industrie, deux sources puissantes de fécondité. Il serait donc à désirer que le gouvernement fît faire un nouveau dénombrement, d'après la méthode proposée par M. *De La Place*; les données que nous avons jusqu'à présent, ne peuvent être considérées que comme provisoires et ont besoin d'être rectifiées.

En faisant usage du rapport $31\frac{2}{3}$ trouvé dernièrement en France [2], entre la population et les naissances, et en l'appliquant à notre pays, où le nombre des naissances s'élevait

---

[1] *Essai phil. sur le calcul des probabilités*, par M. *De La Place*.

[2] *Revue encyclopédique*, 94e et 95e cahier, tom. XXXII, octobre et novembre 1826.

en 1824, à 218,666, on trouve pour valeur de la population 6,924,424. En faisant usage du rapport 39 $\frac{2}{3}$ entre la population et les décès dans le même pays, on trouve pour le nôtre, où les décès en 1824 se sont élevés à 134,915, le nombre 5,351,628. La première de ces deux valeurs surpasse de beaucoup l'estimation que nous avons donnée plus haut; la seconde au contraire lui est inférieure; la moyenne 6,138,026 excède encore notre population de 145,360 âmes. Nous verrons bientôt qu'en considérant l'estimation de notre population comme exacte, les rapports précèdens pour notre pays, sont 27 et 42,4. L'inégalité de ces nombres prouverait un accroissement de population plus considérable dans notre pays qu'en France; ce qui paraît du reste hors de doute. Le moyen accroissement de la population en France est de 6,36 sur 1000 par an, et chez nous de 62 en cinq ans, ou de 12,4 par an, c'est-à-dire à peu près double de ce qu'il est en France; le tableau suivant offre les populations des différentes provinces, en même temps que le rapport de l'accroissement [1] pour cinq années.

---

[1] Ces données ont été tirées de l'annuaire (*Jaarboekje over* 1826), par M. *Lobatto*.

PROVINCES.	POPULATION		RAPPORT de L'ACCROISSEMENT.
	En 1820.	En 1825.	
Nord-Hollande . . .	376,188	391,187	0,040
Flandre-Orientale. .	651,892	685,303	0,051
Limbourg	305,151	321,247	0,053
Anvers.	307,941	325,147	0,056
Zélande	122,859	129,715	0,056
Nord-Brabant	306,053	324,071	0,059
Namur.	178,126	189,189	0,062
Liége.	313,023	333,318	0,065
Utrecht	110,239	117,743	0,068
Sud-Brabant.	453,240	483,858	0,068
Gueldre	264,088	282,272	0,069
Sud-Hollande	406,599	435,167	0,070
Overyssel	150,330	160,991	0,071
Flandre-Occidentale.	536,289	562,414	0,073
Hainaut	509,192	546,245	0,073
Groningue.	144,754	156,093	0,078
Luxembourg.	270,407	292,155	0,080
Frise.	186,637	202,687	0,086
Drenthe	49,544	53,868	0,087
	5,642,552	5,992,666	moy. 0,067

De ces résultats, nous pouvons conclure que la population est croissante dans toute l'étendue de la Belgique, et que la valeur moyenne de cet accroissement a été de $\frac{67}{1000}$ de la population dans l'espace de 5 ans, ou de $\frac{1}{75}$ environ par an.

Décès, Naissances, Mariages, Fécondité.

A ce premier aperçu, nous allons faire succéder les rapports de la population aux décès, aux naissances et aux mariages, ainsi que les rapports des naissances masculines aux naissances féminines, et les rapports des naissances aux mariages, rapports que l'on considère ordinairement comme les mesures de la fécondité. Nous avons cru inutile de donner le nombre des naissances, des décès et des mariages, que l'on peut toujours retrouver au besoin, au moyen des rapports précédens et de la population.

Pour rendre tous ces rapports plus sensibles, nous avons joint aux tableaux numériques, une planche dans laquelle différentes lignes courbes représentent, par leurs sinuosités, les variations de ces quantités, dans les différentes provinces du royaume. Cette méthode est à peu près celle qu'adoptent les physiciens pour exprimer les variations thermométriques et barométriques, par les variations des ordonnées d'une courbe. Nous avons suivi aussi le même procédé pour représenter l'intensité de la mortalité et celle des naissances aux différens mois de l'année, pour les comparer aux oscillations thermométriques avec lesquelles elles ont de singuliers rapports.

Les moyennes n'ont pas été prises, en divisant la somme des élémens relatifs à chaque province, par le nombre des provinces, ce qui exigerait que la population de chaque province fût la même, mais en opérant sur la population entière du royaume et sur les totaux, pour les naissances, les décès et les mariages.

PROVINCES.	RAPPORTS					
	De LA POPULATION.	De la pop. aux décès.	De la pop. aux naiss.	De la pop. aux mariages.	Des naissances féminin. aux naiss. masc.	Des naiss. aux mariages.
Zélande	128,045	31,4	20,7	113,7	0,960	5,49
Nord-Hollande. . . .	385,696	34,5	23,2	104,4	0,956	4,50
Sud-Hollande	429,019	35,0	23,9	113,3	0,959	4,74
Utrecht	115,980	36,3	24,3	118,2	0,939	4,86
Brabant-Méridional .	478,005	38,2	26,1	142,2	0,970	5,45
Flandre-Occidentale.	556,459	40,7	27,5	137,7	0,930	[illegible],01
Overyssel	158,453	43,5	26,5	121,9	0,937	4,60
Flandre-Orientale. .	679,525	44,8	28,4	165,3	0,946	5,82
Frise.	199,492	46,1	27,1	128,7	0,944	5,75
Liége	329,119	46,2	28,9	154,1	0,942	5,33
Limbourg	317,388	47,5	29,2	90,3	0,956	3,09
Anvers.	320,362	48,8	30,7	142,9	0,960	4,65
Groningue.	153,908	49,3	28,9	149,3	0,898	5,17
Hainaut	538,105	51,1	27,4	136,5	0,921	4,98
Brabant-Septentrion.	319,371	51,4	29,2	150,0	0,974	5,14
Gueldre	277,135	53,7	27,6	131,1	0,952	4,75
Luxembourg.	287,351	53,8	27,9	149,9	0,967	5,37
Drenthe	52,926	55,0	27,8	130,3	0,895	4,69
Namur.	187,207	57,9	29,8	150,9	0,907	5,06
Pour 1824	5,913,526	43,8	27,0	132,4	0,947	4,90
Pour 1825.	6,059,506	41,0	27,1	127,2	0,943	4,70

La fécondité est en Belgique à peu près la même qu'en France, où l'on compte, pour 100 mariages, 408 naissances d'enfans légitimes, et 68 d'enfans naturels, en tout 476 naissances; ici, nous comptons 480 naissances pour 100 mariages. Il est remarquable que la fécondité dans les provinces méridionales est plus grande que dans la partie septentrionale du royaume; on compte d'une part 5,21 enfans par mariage, et de l'autre 4,87 (1). Les rapports des naissances masculines aux naissances féminines diffèrent aussi très-peu; ils sont pour la France de 1000 à 938, et pour notre pays de 1000 à 945. Quant au rapport moyen de la population aux

---

(1) Depuis la composition de ce Mémoire, il a paru dans les *Annales des Sciences naturelles*, une notice fort intéressante sur l'intensité de la fécondité en Europe, au commencement du 19e siècle, par M. *Benoiston de Chateauneuf*. L'auteur cherchant à s'expliquer l'inégalité de fécondité dans les deux parties du royaume, croit reconnaître que « le climat particulier à la Hollande triomphe ici des précautions prises par les habitans pour se préserver de sa dangereuse influence; que malgré tous leurs efforts, ils ne peuvent empêcher que l'atmosphère brumeuse, humide, dans laquelle ils sont constamment plongés, ne développe chez eux une prédominance très-marquée du système lymphatique sur tous les autres; n'entretienne un état de langueur et d'obésité qui enlève aux organes une partie de leur énergie, affaiblit le corps, en énerve la vigueur. Ces conditions remarquables de température et de localité n'existent point au même degré dans les deux Flandres, orientale et occidentale, où un air moins humide, un terrain plus sec, une agriculture plus riche, donnent aux individus une constitution plus forte. » J'avais déjà remarqué dans ma *lettre à M. Villermé*, qu'il existait aussi une distinction à faire entre nos provinces catholiques et protestantes, pour les rapports des mariages à la population, et que dans les premières, ce rapport était d'environ 1 à 148, et dans les secondes, de 1 à 123.

mariages, il est pour la France de 138 à 1 ; et pour ici, de 130 à 1. Nous avons déjà fait l'observation que proportionnellement les naissances sont ici plus nombreuses et les décès moins nombreux qu'en France, ce qui annonce un état de prospérité plus grand pour notre pays. Il est à remarquer que dans les seize villes les plus considérables du royaume, la différence entre les naissances et les décès est moins forte que dans le reste du royaume : le rapport entre ces deux élémens a été en 1824, pour les villes, de 1 à 0,7469, et pour le royaume entier, de 43,8 à 27 ou de 1 à 0,6164 environ. Dans une planche qui se trouve à la fin de ce Mémoire, nous avons tâché de rendre sensibles à l'œil, par des lignes, les résultats des tableaux précédens.

Causes de Mortalité.

M. *Villermé*, en comparant entre eux les résultats consignés dans les *Recherches statistiques* sur Paris [1], a fort bien fait ressortir combien l'aisance et la propreté avaient d'influence pour diminuer la mortalité. C'est en effet par une nourriture saine et abondante, au milieu des produits qu'amasse une industrie libre et active, et dans un pays où les besoins du peuple sont au-dessous de ses revenus, qu'une population croît et se développe avec rapidité. Cependant

---

[1] Ces recherches réunies par M. *Villot*, se publient à Paris, in-4°, sous les auspices du *Comte de Chabrol*, préfet de la Seine.

des causes locales peuvent, sinon arrêter, du moins ralentir ces développemens. Comme nous l'avons déjà fait observer ailleurs [1], on peut ranger parmi les provinces les plus riches de notre royaume, les deux Hollandes, les deux Flandres, le Brabant méridional; et parmi celles qui le sont le moins, le Luxembourg et le Namurois. Cependant, il est remarquable que ce soit justement dans ces dernières provinces que la mortalité s'est trouvée être la moins grande : il est vrai que, dans le Luxembourg surtout, le peuple sans être généralement riche, est pourtant loin de se trouver dans un état d'indigence, et que c'est là plutôt ce qui constitue l'état d'aisance.

Parmi les causes locales de mortalité qui paraissent avoir une influence marquée dans notre pays, je crois pouvoir assigner l'inégalité de population selon les lieux et surtout l'humidité plus ou moins grande, dépendante de l'abaissement du terrain, ainsi que les variations continuelles de température qu'on éprouve dans le voisinage de la mer. Il suffit en effet de jeter les yeux sur le tableau précédent, pour reconnaître que les provinces les plus populeuses et les plus voisines de la mer sont les plus exposées à la mortalité. Le Luxembourg et la province de Namur, au contraire, qui ont une population peu nombreuse et qui présentent les points les plus élevés du royaume, ont une mortalité

---

[1] *Lettre à M. Villermé*, brochure in-8°, imprimée à Gand, chez *Van de Kerckhoven*.

moindre. Il est remarquable que le principe de *Malthus* retrouve ici son application; car on peut voir que les provinces les plus exposées à la mortalité sont aussi celles où les naissances sont les plus nombreuses : de cette manière, les vides de la population se comblent presqu'en se formant. Mais ces successions rapides se font au détriment de la société, qui, proportion gardée, doit compter moins d'hommes faits et en état de produire, et de contribuer à son bien-être.

Lois des Décès et des Naissances pendant l'année.

J'ai déjà fait remarquer dans mon Mémoire précédent *sur les lois des naissances et de la mortalité* à Bruxelles, que le principe de *Malthus* paraît se vérifier même pendant les différentes saisons de l'année. J'avais trouvé, d'après 18 années d'observations, que le nombre des décès croissait et décroissait successivement, et que ce nombre atteignait son *maximum* vers le mois de janvier et son *minimum* six mois après, en juillet. J'avais fait remarquer de plus que le nombre des naissances croissait également et décroissait d'une manière continue, pendant le cours d'une année, et atteignait son *maximum* et son *minimum* vers les mêmes époques que le nombre des naissances; le *maximum* pour les naissances tombe cependant plus particulièrement en février, et se rapproche ainsi de l'époque du *minimum* qui a lieu en juillet. Ces observations ont été répétées

depuis, par M. *Lobatto*, d'après des données officielles, et pour cinq des principales villes du royaume; M. *Lemaire*, s'est aussi occupé de cette recherche, d'après 20 ans d'observations faites à Tournai.

Voici les différens résultats pour les décès :

MOIS.	BRUXELL.	AMSTERD.	GAND.	ROTTERD.	ANVERS.	LA HAYE.	TOURNAI.	LE ROY.(1)
Janvier.	1,172	1,285	1,178	1,256	1,137	1,210	1,272	1,04
Février.	1,110	1,097	1,072	1,165	1,113	1,101	1,155	1,20
Mars	1,100	1,005	1,039	1,052	1,131	1,016	1,235	1,25
Avril	1,068	0,972	0,991	1,034	1,049	1,013	1,055	1,08
Mai.	0,995	0,942	0,913	1,921	1,025	0,905	0,942	0,95
Juin	0,916	0,863	0,906	0,928	0,918	0,880	0,878	0,88
Juillet	0,806	0,773	0,849	0,874	0,879	0,878	0,780	0,85
Août	0,844	0,803	0,957	0,825	0,880	0,921	0,800	0,88
Septembre . . .	0,884	0,921	1,000	0,865	0,921	0,948	0,860	0,94
Octobre	0,954	1,037	1,000	0,929	0,977	0,934	0,867	0,99
Novembre . . .	0,975	1,099	0,989	1,007	0,951	1,048	0,989	0,96
Décembre . . .	1,172	1,200	1,104	1,141	1,017	1,143	1,167	0,92

On remarquera sans doute qu'au milieu des petites anomalies que présentent ces résultats, le *minimum* arrive presqu'invariablement en juillet.

---

(1) Les résultats de cette colonne et ceux pour les naissances, ainsi que les nombres consignés dans le tableau précédent, sont tirés du *Jaarboekje*, publié par M. *Lobatto* depuis la lecture de ce Mémoire à l'Académie.

Voici les résultats correspondans pour les naissances :

MOIS.	BRUXELL.	AMSTERD.	GAND.	ROTTERD.	ANVERS.	LA HAYE.	TOURNAI.	LE ROYAU.
Janvier.	1,040	1,055	1,046	1,093	1,077	1,026	1,041	1,08
Février.	1,157	1,109	1,059	1,120	1,107	1,169	1,119	1,18
Mars	1,099	1,104	1,082	1,097	1,095	1,119	1,081	1,17
Avril.	1,079	1,503	1,061	1,081	1,026	1,015	1,130	1,08
Mai.	0,989	1,013	0,978	0,971	0,987	0,975	1,114	1,96
Juin	0,956	0,984	0,946	0,926	0,856	0,916	0,965	0,86
Juillet	0,901	0,932	0,934	0,928	0,863	0,897	0,927	0,82
Août	0,903	0,893	0,921	0,941	0,948	0,942	0,926	0,89
Septembre . . .	0,940	0,918	0,952	0,957	1,001	0,961	0,859	0,97
Octobre	0,949	0,941	0,966	0,927	1,033	0,994	0,929	0,98
Novembre . . .	0,968	0,976	1,012	0,955	1,021	1,006	0,931	0:99
Décembre . . .	1,017	1,016	1,040	1,005	0,985	0,976	0,970	0,97

On voit que tous ces résultats que nous avons représentés par des lignes à la fin de ce Mémoire, s'accordent assez bien pour montrer que les nombres des naissances et des décès croissent et décroissent d'une manière continue pendant le cours d'une année, et que les *maxima* et les *minima* se trouvent à peu près à six mois de distance. M. *Villermé*, secrétaire de l'Académie royale de médecine de Paris, a eu la bonté de me communiquer depuis, les résultats des recherches faites à Livourne par MM. *Gordini* et *Orsini*. Ces résultats s'accordent fort bien avec les précédens, et

semblent confirmer ce que j'avais avancé dans mon premier Mémoire (1) que ces nombres suivent, par un nouveau rapprochement assez singulier, à peu près les variations du thermomètre, mais prises dans un sens opposé : c'est-à-dire qu'à l'époque où le nombre des degrés de l'échelle thermométrique est le plus fort, le nombre des naissances et des décès est le plus faible. C'est aussi la remarque faite par M. *Villermé* pour la ville de Livourne où le *minimum* des naissances a lieu en juin et non en juillet (2). « Rappelez-» vous, ajoute ce savant, les résultats que je vous ai fait » voir sur mes tableaux manuscrits, qui prouvent que l'épo-» que de ce *minimum* avance dans les pays méridionaux, re-» tarde dans les pays septentrionaux, et rappelez-vous aussi » que la ville de Livourne se trouve sous le 44e degré de » latitude. Ainsi, la même loi se montre toujours; et si à » Livourne le *minimum* des naissances ne s'observe pas en » juillet comme à Bruxelles, à La Haye, à Gand, à Ams-» terdam, etc., c'est à la marche de la température et à » son intensité qu'il faut l'attribuer. Vous savez que plus » les latitudes deviennent basses, plus tôt le *maximum* des » chaleurs se fait sentir; cette observation doit être ratta-» chée au cas dont il s'agit. Je suis loin de prétendre tou-» tefois que la température amène, seule et directement,

---

(1) Mémoires de l'Académie de Bruxelles, tom. III, pag. 501.

(2) *Correspondance mathématique et physique*, par MM. Garnier et Quetelet, tom. II, pag. 286.

» une moindre aptitude à nous reproduire : je sais que dans » nos régions tempérées, les mois d'avril, mai, juin et juil» let, suivant que l'on marche du midi vers le nord, sont » justement ceux des plus nombreuses conceptions. Ce que » je veux dire seulement, c'est qu'il existe un rapport bien » certain entre la marche des saisons, le climat, d'une part, » et d'une autre part, l'intensité de la fécondité dans les » différens mois. Quelques institutions sociales, l'époque » des travaux, et la nourriture ont d'ailleurs une part réelle » dans le phénomène qui m'occupe : ainsi, en Suède et en » Finlande, c'est en décembre, saison du repos, des lon» gues nuits, et, depuis quelque temps, d'une nourriture » abondante, qu'a lieu le *minimum* des conceptions (1).

Nous citerons ici, à l'appui des conjectures précédentes, les indications moyennes du thermomètre de Réaumur, pendant les douze mois de l'année et pour trois points éloignés de notre royaume.

---

(1) M. *Villermé* a fait depuis de nouvelles recherches dans le midi de l'Europe, qu'il a eu la bonté de nous communiquer. On sera sans doute charmé de les trouver ici.

Je vous adresse des résultats sur les naissances, dans la ville de Palerme, qui doivent d'autant plus vous intéresser, que nous ne possédions rien jusqu'ici pour la Sicile. Je les extrais de tableaux qui ont été rédigés par M. le docteur *François Calcagni*, et publiés par ordre des autorités. On doit les regarder comme très-authentiques. Ils sont intitulés : *Tavole Sinottiche sulla Popolazione di Palermo, da Settembre* 1805 *a tutto Dicembre* 1825. J'ai eu soin, dans l'addition générale que j'ai faite, de compter les naissances de

MOIS.	BRUXELLES.	ARNHEM.	MAESTRICHT.
Janvier.	1°,00	0°, 8	0°,56
Février.	2, 75	2, 1	2, 40
Mars.	6, 20	5, 3	4, 68
Avril.	8, 25	8, 3	8, 58
Mai	11, 75	11, 0	12, 02
Juin	14, 23	14, 8	14, 85
Juillet	16, 50	15, 0	16, 18
Août.	14, 50	14, 1	15, 65
Septembre.	11, 00	12, 1	12, 99
Octobre	8, 55	7, 3	8, 66
Novembre	5, 30	3, 8	5, 22
Décembre	2, 25	0, 4	2, 66
Moyenne	8°,52	7°, 9	8°,71

chacun des douze mois un même nombre de fois. Les résultats de mon addition sont qu'il y a eu, savoir :

	NAISSANCES réelles.	En ramenant, comme vous le faites, toutes les naissances à 12,000, et tous les mois à 31 jours.
En Janvier	12,603	1,089
Février	11,650	1,105
Mars.	12,252	1,058
Avril	11,276	1,006
Mai	10,710	925
Juin.	9,933	887
Juillet.	10,654	920
Août	10,914	942
Septembre.	11,149	994
Octobre.	11,549	997
Novembre.	11,547	1,031
Décembre.	12,100	1,045
	136,437	

Il est assez curieux de comparer ces rapports à ceux que l'on a observés pour Livourne et à ceux que M. *Lastri* a trouvés pour la ville de Florence, pen-

Doit-on conclure de ce qui précède, que la température est effectivement une cause directe de fécondité plus ou moins grande? d'une autre part, la confirmation de la loi de *Malthus* n'est-elle pas plus apparente que réelle? Il serait difficile de répondre à ces deux questions avec quelque assurance, et en s'appuyant sur les seules données que nous avons pu recueillir; nous croyons néanmoins qu'on nous permettra quelques conjectures en faveur de l'intérêt que portent avec elles ces sortes de questions. Si nous ne parvenons à saisir la vérité, nous exciterons peut-être l'attention d'autres observateurs plus heureux que nous.

---

dant une période de trois siècles, de 1451 à 1774. Comme vous pouvez ignorer les résultats de Florence dont il s'agit, les voici :

Janvier	80,574	1,120
Février	78,106	1,193
Mars	81,735	1,136
Avril	70,670	1,018
Mai	65,034	904
Juin	58,134	835
Juillet	61,734	858
Août	66,813	929
Septembre	66,187	951
Octobre	74,209	1,032
Novembre	74,785	1,074
Décembre (1)	68,191	948
	847,172	

(1) Il est à remarquer que ce *minimum*, qui forme une anomalie à notre principe, se présente neuf mois après l'époque du carême, circonstance qui avait déjà été remarquée pour la France par M. *Villermé*, dans une autre lettre que ce savant m'avait adressée en 1826 (Vol. II de la *Corresp.*, page 282).

Il nous paraît hors de doute que l'inégalité de température entraîne une inégalité dans le nombre des décès et des naissances ; d'une autre part, notre existence ne se soutient que par une nourriture saine, que par les moyens que nous fournit l'aisance d'écarter les causes des maladies et de pour-

---

(Nous donnerons ici un extrait d'une autre lettre de M. *Villermé*, qui confirme de plus en plus, par l'autorité irrésistible des nombres, la relation singulière que j'avais observée entre les naissances et les décès aux différens mois de l'année. Les observations de M. *Villermé*, par leur quantité, ne paraissent plus laisser aucun doute sur ce point important, et les renseignemens que j'ai pu recueillir depuis en donnent une nouvelle confirmation, comme on pourra le voir plus loin).

J'ai, depuis ma lettre, dressé des tableaux de naissances, mois par mois. Ces tableaux, non-seulement ceux que je vous ai montrés, mais encore tous ceux que j'ai pu me procurer, comprennent 12,890,000 naissances. J'ai adopté votre méthode : je ramène les nombres de chaque lieu et de chaque période à 12,000, que, par une règle de proportion, je distribue ensuite entre les 12 mois, en ayant égard à leur inégale longueur. De cette manière, on peut déduire :

1° L'influence des saisons, et, dans quelques cas, de leur marche extraordinaire (j'ai, pour confirmer cette influence, des résultats de la Suède, du Danemarck, de l'Allemagne, de la France, de l'Italie, des Antilles et même de l'autre côté de la ligne. Il est bien entendu que je me sers aussi de ceux que vous avez publiés);

2° L'influence de certains climats particuliers;

3° Celle de certaines institutions (du carême, de l'époque des fêtes, d'une nourriture abondante);

4° L'influence de l'époque des mariages les plus ou les moins nombreux.

Je me propose de rattacher à ce travail les rapports des naissances avec le lever, la culmination, le coucher et l'absence du soleil.

Paris, 28 novembre 1826.

voir abondamment à tous nos besoins, lorsque nous nous trouvons indisposés, ou lorsque la faiblesse de l'âge nous contraint de recourir à des secours étrangers. Or, c'est surtout pendant les rigueurs de l'hiver, que faute de ces ressources, si difficiles à acquérir, notre existence se trouve le plus exposée; c'est alors que le peuple, forcé de lutter contre l'intempérie de l'air, et de renoncer à des avantages qu'il peut se procurer plus facilement par son travail à tout autre époque, se trouve condamné à une inactivité désespérante, qui compromet ses jours et ceux d'une famille aux besoins de laquelle il devient incapable de pourvoir. Cet état pénible qui influe sur le moral de l'homme, et par suite sur ses facultés physiques, aura encore un autre effet, celui de l'exciter moins à se reproduire; avant même d'avoir éprouvé le mal dans toute son étendue, par un calcul bien naturel et auquel sa volonté ne prendra peut-être même aucune part directe, il se trouvera arrêté par la crainte d'ajouter à ses maux, en voyant croître sa famille. Cette crainte diminuera à mesure que la terre, par ses produits, et l'industrie, par l'espoir d'un juste salaire, lui laisseront entrevoir les moyens de pourvoir à ses premiers besoins. Le sentiment de son bien-être physique qui se révèle avec tant d'empire et de charmes, au retour du printemps, exercera de son côté une nouvelle influence, peut-être plus grande encore. C'est ainsi qu'aux mois d'avril, de mai et de juin, comme l'indiquent nos tableaux, se feront le plus de conceptions, tandis que six mois après le contraire aura

lieu (1). Les institutions civiles et religieuses peuvent apporter quelques modifications dans nos résultats; par exemple, on a remarqué qu'en France, quand on observait avec rigueur l'abstinence du carême, le mois de mars était moins chargé de conceptions, tandis que le contraire a eu lieu vers la fin du règne de Louis XV. Comme l'observe M. *Villermé* (2), les mœurs d'un peuple, la mesure de ses opinions, sont quelquefois écrites dans les résultats de la statistique; il ne faut que savoir les lire. Les époques des mariages, plus ou moins nombreux, sont encore des motifs qui doivent modifier nos résultats, et même d'une manière plus puissante

---

(1) Les conjectures que nous émettons ici, se rapportent assez à celles qui ont été émises par M. *Benoiston de Chateauneuf*, dans son Mémoire sur l'*intensité de la fécondité en Europe*, et par M. *Fodéré* dans son *Voyage aux Alpes*, tom. II. Voici comment s'exprime ce savant. « Ici, le tableau des naissances coïncide parfaitement avec le temps des travaux champêtres et des récoltes. On y voit les conceptions se multiplier, lorsque le cultivateur ajoute à ses moyens de subsistance par la vente de son huile; mais quand elle est vendue, quand déjà son produit en argent a disparu, et lorsqu'on est parvenu à cette saison, celle de l'été, où les grands travaux exigeraient précisément ce qui manque et ce que l'on ne peut plus se procurer, des alimens nourrissans et en abondance, alors nécessairement le penchant se tait, le rapprochement des sexes devient plus rare, et les naissances, dont l'origine appartient à cette saison, ont lieu, pour la plus grande partie, dans les villes de Nice et de Menton, où l'on travaille moins et où la subsistance est presque toujours assurée. »

Les êtres organisés se reproduisent assez généralement à des époques fixes; il semblerait que ces époques s'effacent plus ou moins, selon l'organisation plus ou moins parfaite des individus.

(2) *Correspondance mathématique et physique*, tom. II, pag. 286.

que je ne l'avais pensé d'abord. Cette observation peut se faire d'une manière assez curieuse en examinant le tableau suivant, qui a été dressé pour Paris et pour les années comprises entre 1670 et 1787, c'est-à-dire pour plus d'un siècle [1]. Malgré les irrégularités que doivent apporter dans les résultats, les mouvemens d'une population qui augmente surtout vers les approches de l'hiver, ainsi que les changemens qu'ont subis pendant plus d'un siècle, les institutions civiles et sociales, on reconnaîtra fort bien que le *maximum* des conceptions a eu lieu pendant les mois d'avril, de mai et de juin. On reconnaîtra aussi que les mariages, moins nombreux pendant le carême, ont diminué le nombre des conceptions. Mais cette diminution semble tenir plus encore des habitudes religieuses; car on ne remarque pas que le peu de mariages du mois de décembre, ait eu la même influence [2].

---

(1) *Recherches statistiques de Paris*, vol. II et III.

(2) Pendant l'impression de ce Mémoire, nous recevons de M. *Villermé* une Notice *sur la fécondité dans la ville de Paris*, où ce savant énonce une opinion entièrement semblable à la nôtre : « Les époques du *maximum* et du *minimum* des mariages, n'ont point d'influence *bien marquée* sur la distribution des conceptions. On dirait que l'entrée des nouvelles femmes dans la classe de celles qui peuvent devenir enceintes, n'augmente pas la proportion, je ne dis point le nombre, de celles qui le deviennent.... Le très-petit nombre de naissances du mois de décembre, qui a pour neuvième antécédent le mois de mars, est l'effet des *abstinences* du carême. »

MOIS.	NAISSANCES.	CONCEPTIONS.	MARIAGES. (1).
Janvier	1,000	922	1,000
Février	1,056	901	1,389
Mars.	1,010	857	231
Avril	968	1,000	714
Mai	915	1,056	956
Juin	862	1,010	826
Juillet.	878	968	868
Août.	929	915	799
Septembre. . .	941	862	850
Octobre	922	878	888
Novembre. . .	901	929	1,206
Décembre. . .	857	941	132

Naissances pendant le jour.

D'après les singuliers rapports qui existent entre les saisons et les nombres des naissances, M. *Villermé* a eu la curiosité de rechercher s'il n'existait pas aussi une plus grande facilité de naissances pendant certaines heures du jour. Ayant eu communication des résultats recueillis pour lui, à l'hôpital de la Maternité de Paris, j'ai tâché de m'en procurer de semblables pour Bruxelles. Je les ai obtenus sans peine de M. *Guiette*, docteur en médecine, attaché à la maternité de l'hôpital St.-Pierre; ce sont les résultats de onze années

(1) On conçoit qu'il ne faut considérer dans ces nombres que les rapports.

d'observations, depuis 1811 jusqu'à la fin de 1822. Je les ai communiqués depuis à M. *Villermé*, qui les a trouvés parfaitement analogues aux résultats obtenus à l'hôpital de la Maternité de Paris. Quoique ces observations soient peu nombreuses, je les consigne ici à cause de l'intérêt qu'elles présentent. On trouve en même temps l'indication du nombre des enfans morts-nés. Le total s'élève à 2,680 naissances dont 1,408 masculines et 1,272 féminines. On s'étonnera peut-être de trouver si peu de naissances entre 11 heures et minuit, on croit pourtant pouvoir garantir que les annotations ont été faites soigneusement. On conçoit que l'utilité de pareilles observations doit nécessairement dépendre de leur extrême exactitude.

	MATIN.		SOIR.	
HEURES.	NAISSANCES.	MORTS-NÉS.	NAISSANCES.	MORTS-NÉS.
1	142	6	94	9
2	173	9	97	11
3	130	10	88	8
4	122	14	91	9
5	120	9	104	11
6	111	5	100	11
7	112	5	121	15
8	99	5	97	5
9	88	6	133	10
10	130	13	115	10
11	137	16	224	15
12	48	6	4	»

Nous laisserons au lecteur le soin de déduire des conclusions des résultats précédens ; nous observerons cependant, qu'ils sont en trop faible quantité pour qu'on ne doive pas désirer des recherches ultérieures sur le même sujet.

De la Mortalité.

J'avais donné, dans mon premier Mémoire sur la population de Bruxelles, une table de mortalité dressée d'après les registres de cette ville, et calculée sur 14,261 décès. Quoique ce nombre d'observations fût assez faible, la table s'accordait cependant bien avec celle des pays voisins, et semblait offrir des garanties suffisantes pour servir de table de mortalité provisoire. Je l'ai combinée depuis, avec deux autres dressées, l'une d'après 8,413 décès, observés pendant 15 ans à Maestricht [1], l'autre d'après 8,771 décès, recueillis par M. *Lemaire* sur les registres de l'état-civil de Tournai, et calculés sous ses yeux par M. *A. Leschevain*. J'ai fait disparaître les petites inégalités produites par des déclarations de décès portées en trop grand nombre sur certaines années, aux dépens des années voisines [2]; et j'ai fait les calculs, en partant d'un nombre rond 100,000. Voici les résultats auxquels je suis parvenu.

---

[1] Voyez l'*Annuaire* de la province de Limbourg, année 1824.

[2] Plusieurs personnes, par exemple, en faisant la déclaration d'un décès, diront 60 ans au lieu de 59 ou 61 ans.

Loi de la Mortalité dans les provinces Méridionales des Pays-Bas.

ANS.		ANS.		ANS.		ANS.	
0	100,000	28	45,866	56	27,155	84	2,929
1	77,507	29	45,284	57	26,357	85	2,429
2	69,470	30	44,709	58	25,547	86	2,000
3	64,799	31	44,147	59	24,727	87	1,619
4	61,899	32	43,589	60	23,890	88	1,285
5	59,864	33	43,023	61	23,041	89	998
6	58,726	34	42,448	62	22,176	90	744
7	57,800	35	41,857	63	21,296	91	537
8	57,129	36	41,249	64	20,402	92	378
9	56,557	37	40,629	65	19,493	93	267
10	56,077	38	39,990	66	18,571	94	204
11	55,660	39	39,335	67	17,636	95	150
12	55,409	40	38,670	68	16,688	96	105
13	54,919	41	37,999	69	15,731	97	76
14	54,569	42	37,322	70	14,761	98	54
15	54,226	43	36,638	71	13,769	99	38
16	53,883	44	35,948	72	12,781	100	25
17	53,533	45	35,252	73	11,718	101	19
18	53,167	46	34,549	74	10,697	102	16
19	52,643	47	33,840	75	9,679	103	13
20	51,956	48	33,125	76	8,706	104	10
21	51,132	49	32,406	77	7,810	105	7
22	50,309	50	31,671	78	6,977	106	4
23	49,498	51	30,940	79	6,213	107	2
24	48,703	52	30,199	80	5,501	108	1
25	47,939	53	29,452	81	4,798	109	0
26	47,218	54	28,698	82	4,131		
27	46,528	55	27,871	83	3,504		

Je m'abstiendrai de déduire des conséquences de cette table; elles se présenteront assez d'elles-mêmes. Je me contenterai de faire observer qu'ici, comme dans les pays voisins, un peu moins du quart des enfans naissans, sont enlevés dès la première année; et que la plus grande mortalité retombe surtout sur le mois qui suit la naissance. Voici les nombres que j'ai trouvés pour Bruxelles et pour les douze mois de la première année 1044, 390, 231, 185, 156, 156, 162, 152, 140, 153, 142, 140. Ainsi, il meurt plus d'enfans pendant les trois mois qui suivent la naissance, que pendant le reste de l'année; car ces nombres sont dans le rapport de 1665 à 1384. Je trouve que les nombres correspondans, sont dans le rapport de 1764 à 693, pour Paris, et pendant l'année 1823 [1], les discordances entre ces deux rapports, mériteraient d'être observées attentivement; elles apprendraient sans doute des choses d'une utilité générale. En consultant les autres *Annuaires du bureau des longitudes*, ainsi que *les Recherches statistiques sur Paris*, je trouve presque partout qu'il meurt, pendant les trois premiers mois qui suivent la naissance, plus du double et près du triple des enfans, qui meurent pendant le reste de l'année. De semblables remarques ont déjà été faites par d'autres écrivains, qui ont cru trouver la cause de la disproportion des décès dans l'habitude où sont les mères de nourrir elles-

---

[1] *Annuaire du bureau des longitudes*, pour 1826.

mêmes ou d'abandonner leurs enfans à des nourrices. Voici ce que dit à cet égard, M. *Benoiston de Chateauneuf*, dans son excellent ouvrage sur les enfans trouvés. « Il est vrai que pour conserver la vie des enfans, les soins font tout, et le climat rien ou peu de chose; que la Suisse et la Hollande sont les pays où il en meurt le moins. L'explication de ce fait, déjà remarqué par *Muret*, serait-elle dans l'habitude qu'ont toutes les mères, au pied des Alpes comme sur les bords de l'Amstel, de nourrir elles-mêmes leurs enfans, nous l'ignorons; mais, nous dirons seulement qu'ayant été curieux de comparer la mortalité en nourrice avec celle des enfans élevés à Paris, nous avons eu le résultat suivant : sur cent enfans nourris par leur mère, il en meurt dix-huit durant la première année; sur le même nombre mis en nourrice, il en périt vingt-neuf.

Dépôts de Mendicité.

Nous avons considéré jusqu'ici l'homme dans l'état de société, et jouissant de sa liberté et du produit de son travail; nous allons nous occuper maintenant de son sort dans les hospices de mendicité et dans les prisons de l'État. Les documens dont nous nous servirons, sont extraits de deux excellens rapports rédigés par M. le baron *De Keverberg*, conseiller-d'état, qui a bien voulu nous les communiquer. Ces rapports ont servi de base aux travaux qui ont été soumis en 1821 et 1822 à S. M. le Roi des Pays-Bas. Ils sont

donc de nature à inspirer de la confiance, et ils ne seront sans doute pas dépourvus d'intérêt pour l'ami de l'humanité, qui s'occupe du sort des malheureux que la société doit prendre sous sa surveillance, ou qu'elle prive de leur liberté.

Il est sans doute du devoir de l'homme aisé de secourir son semblable qui gémit dans l'indigence, surtout si cette indigence est la suite de malheurs non mérités, ou le résultat d'infirmités ou d'un grand âge, qui rendent inhabile au travail. Mais il ne faut pas qu'un acte de bienfaisance, qui doit être l'effet du plus libre arbitre, soit exigé avec importunité ou même avec contrainte. La mendicité comme l'observe M. *De Keverberg*, devient alors un véritable délit, non-seulement parce que des lois positives la rangent dans cette catégorie, mais aussi parce qu'elle trouble réellement le repos des citoyens, et qu'elle compromet la sûreté publique. Malheureusement parmi les mendians de profession, l'on ne trouve que trop souvent des hommes valides, qui, surtout dans les campagnes, vivent du travail des autres et appauvrissent la société en prenant part à la consommation, sans ajouter aux revenus; la part qu'ils obtiennent est quelquefois même d'autant plus injuste, qu'elle n'est que le prix de la terreur qu'ils inspirent. On conçoit alors que les moyens de répression deviennent d'autant plus salutaires, qu'ils arrêtent des malheureux sur le bord du précipice; et, tout en prévenant de grands crimes peut-être, ils les ramènent à l'habitude du travail et les rendent propres à reparaître honorablement dans la société.

Il existe actuellement en Belgique sept dépôts de mendicité, où l'on recueille les mendians de profession, et où l'on reçoit aussi les indigens qui demandent un asile.

Le premier de ces établissemens fut formé à *Bruges* en 1805, par M. *Chauvelin*, alors préfet du département de la Lys, qui l'organisa, à ce qu'il paraît, de son propre chef.

Trois ans après, le gouvernement, par décret impérial du 5 juillet 1808, généralisa le principe de cette mesure. En 1809, des lettres de création furent données pour les dépôts de *Mons*, *Hoogstraeten*, *Reckheim* et *Namur*. En 1810, celui de *La Cambre* près de Bruxelles, fut décrété; et le Roi des Pays-Bas ordonna l'organisation de celui de *Hoorn*, par un arrêté du mois de décembre 1817.

Aujourd'hui, il n'y a plus de province dans le royaume à la quelle l'un ou l'autre de ces établissemens ne soit ouvert.

Nous commencerons par faire connaître la population des dépôts de mendicité, au 31 décembre 1821, époque à laquelle se rapportent tous les nombres suivans. La distinction des sexes et des âges a été conservée ainsi que celle des dépôts.

AGE.	SEXE.	La Cambre.	Hoorn.	Hoogstraeten.	Bruges.	Namur.	Mons.	Reckheim.	Totaux.
Au-dessus de 6 ans.	Masculin.	4	»	7	9	»	»	6	26
	Féminin.	1	4	5	6	1	»	8	25
Total. . . .		5	4	12	15	1	»	14	51
De 6 à 12 ans.	Masculin.	8	6	9	19	3	1	2	48
	Féminin.	10	4	7	7	2	2	7	39
Total. . . .		18	10	16	26	5	3	9	87
De 12 à 18 ans.	Masculin.	55	20	13	20	8	1	10	127
	Féminin.	26	17	5	10	7	1	9	75
Total. . . .		81	37	18	30	15	2	19	202
De 18 à 25 ans.	Masculin.	25	41	17	5	2	1	5	96
	Féminin.	15	35	19	19	9	0	5	102
Total. . . .		40	76	36	24	11	1	10	198
De 25 à 50 ans.	Masculin.	46	149	47	20	20	14	13	309
	Féminin.	80	79	63	44	45	18	25	354
Total. . . .		126	228	110	64	65	32	38	663
De 50 à 65 ans.	Masculin.	56	22	54	29	7	18	16	202
	Féminin.	56	21	22	8	15	24	10	156
Total. . . .		112	43	76	37	22	42	26	358
Au-dessus de 65 ans.	Masculin.	76	6	33	7	30	42	5	199
	Féminin.	73	4	10	5	40	62	3	197
Total. . . .		149	10	43	12	70	104	8	396
Nombre total par sexe.	Masculin.	270	244	180	109	70	77	57	1007
	Féminin.	261	164	131	99	119	107	67	948
Total Général.		531	408	311	208	189	184	124	1955
Pop. moy. de l'année.		547	480	265	225	187	195	123	2022

Ainsi le total général, au 31 décembre 1821, ne différait de la population moyenne de l'année, que du nombre 67.

En partageant la population entière en trois grandes classes, d'après le degré d'aptitude au travail, on trouve 447 individus qui avaient plus de 65 ans ou moins de 6, et qui sont conséquemment inhabiles au travail; 445 individus qui ont de 6 à 12 ans ou de 50 à 65, et qui ne sont guère en état de pourvoir entièrement à leur subsistance; enfin, 1063 individus dans la force de l'âge, et qui pourraient vivre du produit de leur travail. Les derniers, qui composent plus de la moitié de la population, n'auraient dû rien coûter au communes; et la moitié des autres n'aurait dû coûter que la moitié d'une subsistance réglée d'après les besoins de leur âge.

On aura pu remarquer aussi, par le tableau précédent, que le nombre des femmes, dans les dépôts de mendicité, était à peu près égal à celui des hommes; et que les enfans ne formaient qu'une faible partie de la population, puisque leur nombre n'en était que les 0,026.

A ce premier aperçu, nous allons faire succéder le relevé de l'état de la population dans les dépôts de mendicité, depuis la création de ces établissemens. Nous indiquerons aussi les décès annuels et le rapport de la population moyenne aux décès. Les trois dernières colonnes serviront à indiquer les journées d'entretien dans les divers établissemens, en même temps que les journées de maladie et les rapports de ces nombres.

ANNÉES.	POPULATION moyenne.	DÉCÈS.	RAPPORT DE LA POPULATION aux décès.	JOURNÉES d'entretien.	JOURNÉES de maladie.	RAPPORT des journées d'entretien à celles de maladie.
1811	514	58	8,862	187610	11724	16,00
1812	717	97	7,392	262422	18801	13,96
1813	777	93	8,355	283605	22418	12,65
1814	518	68	7,618	188350	11308	16,65
1815	940	114	8,246	343100	23931	14,34
1816	1066	115	10,152	390056	23507	16,59
1817	1805	329	5,486	658835	26910	11,58
1818	2588	381	6,793	954620	97635	9,78
1819	2546	274	9,292	929290	82775	11,09
1820	2376	195	12,182	869816	43595	19,95
1821	2022	136	14,867	739310	36706	20,14
1822	1843	127	14,512	673295	35096	19,19
TOTAL. . .	17712	1987	8,914	6480309	464406	13,95

Nous allons maintenant donner ces mêmes valeurs par rapport aux dépôts, et pour les différentes années depuis leur existence.

DÉPOTS.	POPULATION.	DÉCÈS.	RAPPORT.	JOURS D'ENTRETIEN.	JOURS DE MALADIE.	RAPPORT.
Mons.	3681	551	6,681	1344490	21595	62,26
Hoogstraeten. .	3389	423	8,012	1237620	150881	22,29
Namur.	2118	241	8,788	773508	77223	8,20
La Cambre. . .	4342	320	13,568	1586497	147199	10,78
Bruges	1165	52	22,404	436028	. . . .	. . .
Hoorn	2677	391	6,847	977984	59302 (1)	16,49
Reckheim . . .	340	9	37,778	124182	8206	15,14
TOTAL	17712	1987	8,914	6480309	464406	13,95

(1) Ces nombres ne sont pas très-exacts, parce que les données pour *Bruges* et *Hoorn* étaient défectueuses pour ce qui concernait les jours de maladie.

Ce qui mérite de fixer notre attention, dans ces différens résultats, c'est la petitesse effrayante du rapport de la population des dépôts de mendicité aux décès. La valeur moyenne de ce rapport, en 12 ans de temps, n'a jamais dépassé 14,867, et la moyenne de tous les résultats, ne s'élève qu'à 8,914; tandis que le rapport, pour toute la Belgique, s'élève à environ 43,8. A nombres égaux, il est donc mort, dans les dépôts de mendicité, quatre fois et demie autant d'individus que dans le reste du royaume. Ce résultat est bien propre à confirmer l'observation de M. *Villermé*, relativement à la grande influence qu'exerce sur la mortalité le degré plus ou moins grand de l'aisance. Il faut observer encore que les individus qui entrent dans les dépôts de mendicité, y arrivent le plus souvent avec des maladies déjà contractées d'avance, et que c'est par suite de ces maladies qu'ils ont été mis hors d'état de pourvoir à leurs besoins. La mortalité est néanmoins loin d'être la même dans tous les dépôts; elle a été beaucoup moindre à *Reckheim* et à *Bruges* que partout ailleurs; mais le nombre d'observations pour ces deux places est trop petit pour qu'on puisse y avoir confiance. Il n'en est pas de même de l'établissement de *La Cambre* près de Bruxelles, les observations y portent sur un plus grand nombre d'individus, et l'on y trouve que le rapport de la population aux décès, y a une valeur moyenne de 13,568. Ce rapport, à *Hoorn* et à *Mons*, ne s'élève pas au delà de 6,85. Il est à remarquer cependant que, d'année en année, le rapport est devenu plus grand; ce qui semble

annoncer des améliorations dans le régime intérieur de ces établissemens. Nous devons en dire autant du rapport du nombre des jours d'entretien à celui des jours de maladie; dans les derniers temps, il était bien au-dessus de la valeur moyenne prise sur toutes les années qui avaient précédé. Cette valeur moyenne était de 13,95, c'est-à-dire, que sur environ 14 jours d'entretien, il fallait en compter un de maladie. Il est assez remarquable qu'à *Mons*, où la mortalité est si forte, le rapport des jours d'entretien aux jours de maladie soit si grand. Ceci tient sans doute à des causes de mortalité particulières, qui font succomber le malade plus rapidement qu'ailleurs; ces causes paraissent de plus devoir être locales, puisque le rapport de la population aux décès, pour la province entière, est de 51,1.

On compte que les détenus ne font guère dans les dépôts de mendicité qu'un séjour de sept à huit mois; et si l'on a même égard au grand nombre de vieillards qui sont dans ces établissemens, et qui n'en sortent guère lorsqu'ils y sont une fois entrés, on est autorisé à penser que le séjour moyen des hommes valides, est tout au plus de six mois. En 1821, les termes moyens du séjour ont été

à Mons de	301	à	302	jours.
à Namur de.	281	à	282	—
à Reckheim de	275	à	276	—
à La Cambre de	247	à	248	—
à Hoogstraeten de . . .	225	à	226	—
à Bruges de	221	à	222	—
à Hoorn de	210	à	211	—

M. *De Keverberg* observe avec raison qu'un si court espace de temps ne suffit pas pour contracter le goût du travail, l'aptitude nécessaire pour le rendre productif, ni en général, des habitudes honnêtes; et il ajoute : « Ce qui distingue essentiellement le mendiant du bon citoyen, c'est qu'il méconnaît la première des lois sociales, celle qui l'appelle à employer ses forces dans l'intérêt de sa subsistance. Il faut que dans ces établissemens qui ont pour objet de le guérir de cette maladie morale, il apprenne à vivre à ses propres dépens. Ainsi il faut le forcer à gagner, jour par jour, sa nourriture, qui, parmi les articles dont son entretien se compose, est celui auquel il tient ordinairement le plus. A la vérité, toute espèce d'aliment ne peut lui être refusée, lors même que, par la plus coupable opiniâtreté, il persiste dans sa paresse. Dans la position où il se trouve, sa vie est un dépôt sacré dans les mains de la société. L'humanité s'oppose à ce qu'elle soit compromise. »

Prisons du Royaume.

Si nous passons maintenant à ce qui concerne les détenus dans les prisons de l'État, nous trouvons qu'au 1er mars 1821, époque à laquelle se rapporte tout ce qui va suivre, il existait en Belgique 117 établissemens destinés, soit à la garde des prévenus, soit à la punition des condamnés. Ces établissemens pouvaient être classés de la manière suivante :

96 Prisons civiles	54 Maisons d'arrêt.	
	9 —	de justice.
	3 —	de correction.
	26 —	de force.
	4 —	de dépôt servant quelquefois de maisons de punition.
21 Prisons militaires	17 Maisons prévôtales.	
	4 —	de détention militaire.

Dans ce nombre n'étaient point compris les établissemens servant de dépôts provisoires ou de logemens pour des prisonniers que l'on tranférait. Quarante de ces prisons étaient des propriétés communales ou particulières, dont les unes étaient occupées de fait et sans aucune indemnité, et dont les autres coûtaient au gouvernement des sommes plus ou moins fortes de loyer. Le grand nombre des prisons entièrement disproportionné avec celui des détenus, et d'ailleurs le mauvais état de la plupart d'entre elles, appelait une réforme qui fut signalée par la commission chargée de vérifier l'état des prisons.

Le nombre des détenus dans toute l'étendue du royaume s'élevait, en 1821, à 10557 âmes. En comparant ce nombre à celui des années précédentes, on trouve une diminution sensible dans la population des prisons civiles. Voici les résultats obtenus à trois époques différentes :

	Années.	1817	1819	1821
Prisonniers	Civils.	9791	8939	8618
	Militaires.	1938	2414	1939
	TOTAUX	11,729	11,353	10,557

En 1821, on comptait, parmi les prisonniers civils, 6337 hommes, 2030 femmes et 251 enfans des deux sexes; en tout 8618. Le nombre était donc plus que triple de celui des femmes, et égalait environ 25 fois celui des enfans. A la même époque, on estimait la population de tout le royaume à près de 5,700,000 âmes; et il se trouvait conséquemment que les détenus civils et militaires formaient les 0,00185 de la population de la Belgique, ou bien encore que l'on comptait un détenu par 540 âmes. Nous avons aussi vu précédemment que le nombre d'individus renfermés dans les dépôts de mendicité, s'élevait à 2022, et formait conséquemment, les 0,000355 de la population. L'on doit donc compter que dans notre royaume les 0,0022 de la population, se trouvent renfermés dans les dépôts de mendicité et dans les prisons.

Parmi les condamnés civils, il se trouvait 1539 récidives, dont 212 avaient été graciés précédemment; et, parmi les condamnés militaires, on en comptait 793, dont 11 seulement avaient été graciés par le Roi. Il se trouvait donc en tout 2332 récidives et 223 graciés, parmi 9182 condamnés; c'est-à-dire que sur 4 de ces derniers, il s'en trouvait au moins un dans le cas de récidive; et que sur 41, il s'en trouvait au moins un qui avait été gracié précédemment.

Voici un état plus circonstancié de la population des prisons, au premier mars 1821.

			PRISONNIERS CIVILS.	MILITAIRES.	TOTAUX.
NON JUGÉS		Prévenus	642	142	784
		Accusés	393	189	582
		TOTAL	1035	331	1366
CONDAMNÉS		Correctionnellement	3393	174	3567
	CRIM.	A la réclusion	2763	165	2928
		Aux travaux for.	1389	1260	2649
		TOTAL	4152	1425	5577
		TOTAL des condamnés	7345	1599	9144
TOTAL GÉNÉRAL des détenus			8580	1930	10510

Ce nombre ne s'accorde pas tout-à-fait avec celui (10557) que nous avons donné plus haut. Cela provient de ce qu'il s'est trouvé, par un abus assez grave, parmi les détenus, un certain nombre d'insensés que l'on avait placés provisoirement dans les prisons civiles.

En comparant le nombre des individus non jugés à celui des individus condamnés, on trouve à peu près le rapport 10 à 67. Ainsi les prisonniers non jugés, forment un peu moins du septième de la population des prisons. La valeur de ce rapport pourrait donner une idée assez juste de la promptitude avec laquelle la justice est administrée dans un royaume.

Il peut encore être intéressant de connaître quels sont les crimes ou délits qui se sont reproduits le plus fréquemment. De pareils résultats méritent de fixer l'attention de l'homme dont les méditations se tournent vers les moyens de faire disparaître les fléaux qui nuisent le plus à la société.

On peut y trouver aussi un indice de la sévérité avec laquelle tel ou tel crime ou délit se trouve puni dans un État. Voici les documens que nous fournissent à cet égard les relevés obtenus en Belgique :

DÉLITS OU CRIMES.	DÉTENUS		DURÉE DE LA PEINE		
	CIVILS.	MILITAI.	moins d'un an.	de 1 à 5 ans.	plus de 5 ans.
Vol	5304	386	484	2493	2713
Désertion	226	999	25	1045	155
Sévices	498	20	251	173	94
Mendicité et vagabondage	279	1	191	86	3
Rixes et voies de fait	170	23	83	85	25
Escroquerie et filouterie	166	4	19	114	37
Recèlement d'effets volés	157	»	20	32	105
Homicide	132	7	2	21	116
Insubordination	27	100	5	78	44
Viol et outrage à la pudeur	97	13	17	35	58
Faux	99	4	»	43	60
Abus de confiance	39	8	14	32	1
Débauche	38	»	6	32	»
Incendie et lettres incendiaires	37	»	»	11	26
Faux témoignage	31	2	2	16	15
Contrav. à des règlem. d'ord.	29	1	17	9	4
Menaces	19	»	1	5	13
Rébellion contre la force pub.	11	7	10	7	1
Embauchage	12	5	2	11	4
Délits forestiers	16	»	13	3	»
Achats et ventes d'effets milit.	1	10	6	5	»

DÉLITS OU CRIMES.	DÉTENUS		DURÉE DE LA PEINE		
	CIVILS.	MILITAI.	moins d'un an.	de 1 à 5 ans.	plus de 5 ans.
Calomnie	10	»	2	4	4
Destruction de propriété. . .	13	»	6	5	2
Enlèvement.	11	»	1	8	2
Fausse monnaie.	10	1	»	2	9
Infanticide	13	»	»	3	10
Insolvabilité (pour amendes). .	10	»	6	6	»
Concussion	2	6	»	3	5
Adultère et bigamie	3	»	1	2	»
Injures et outrages	5	»	5	»	»
Menées séditieuses	7	»	1	4	2
Mise en surveillance violée . .	7	»	7	»	»
Empoisonnement	1	»	»	»	1
Délits non-suffisamment spéc.	58	»	25	29	4

Dans le tableau précédent ne sont pas mentionnés les individus punis pour corruption, délits ruraux, exposition d'enfans, trouble à l'ordre public, etc., parce que pour chacune de ces catégories, le nombre ne dépassait pas 1 ou 2.

En faisant le relevé général, pour connaître les durées des détentions, l'on trouve 1226 détenus pour moins d'un an; 2306 pour 1 à 3 ans; 2114 pour 3 à 5; 2381 pour 5 à 10, et 1131 pour plus de dix ans. Si l'on considère la durée de chaque détention, en ayant égard à la correction à faire pour les différentes années, en prenant, par exemple, 18 mois pour le terme moyen de la réclusion de chacun des 1116

individus condamnés de 1 à 2 ans, on trouve 47226,63 ans, pour la somme des années de réclusion auxquelles sont condamnés les 9144 individus qui se trouvaient dans les prisons de l'État. On déduit de là, que la durée moyenne des détentions dans les prisons de la Belgique, était en 1821, de 5,165 ans. Il se trouvait dans le nombre des 9144 prisonniers, 176 individus condamnés à perpétuité; nous avons alors estimé la durée de la peine, d'après la durée de la vie problable de l'homme âgé de 35 ans.

Nous regrettons de ne pouvoir donner ici les élémens concernant la mortalité dans les prisons, comme nous l'avons fait pour les dépôts de mendicité. Nous nous bornerons à donner ce qui concerne les revenus et l'entretien de ces établissemens.

Dépôts de Mendicité.

Les revenus des dépôts de mendicité comprennent trois parties différentes, savoir : le produit du travail des reclus; le montant des pensions qui est annuellement réglé par le ministre de l'intérieur, sur la proposition des conseils généraux d'inspection et de surveillance des dépôts, et sur les avis des états députés des provinces, et enfin de différentes rentrées provenant de biens fonciers. Voici un tableau qui présente la valeur moyenne, par jour, pour chacun de ces revenus et pour chacun des dépôts.

	LA CAMBRE.	MONS.	HOOGSTRAETEN.	NAMUR.	BRUGES.	HOORN.	RECKHEIM.	MOYENNE.
Produit du travail . . .	6c,592	2c,018	9c,980	3c,387	13c,934	11c,300	5c,174	7c,488
Montant des pensions .	22 ,000	22 ,000	26 ,000	23 ,000	18 ,000	25 ,000	26 ,000	23 ,160
Revenus divers.	0 ,101	0 ,305	1 ,794	0 ,228	0 ,000	0 ,217	13 ,898	2 ,363
Totaux.	28c,693	24c,323	37c,774	26c,615	31c,934	36c,517	45c,072	32c,961

Dépenses des Dépôts.

Nous ferons succéder à ce tableau, celui qui comprend les dépenses estimées également par journée et pour l'exercice de 1821.

	LA CAMBRE.	MONS.	HOOGSTRAETEN.	NAMUR.	BRUGES.	HOORN.	RECKHEIM.	MOYENNE.
Entretien des bâtimens.	0c,264	0c,465	2c,428	0c,620	0c,408	0c,735	0c,710	0c,804
Frais des ateliers. . . .	5 ,444	0 ,775	3 ,635	1 ,577	5 ,437	4 ,489	4 ,069	3 ,632
Nourriture.	9 ,536	12 ,182	12 ,762	13 ,420	9 ,378	20 ,000	18 ,614	13 ,699
Vêtemens	2 ,913	2 ,532	1 ,855	2 ,776	2 ,639	1 ,603	3 ,202	2 ,503
Casernement.	0 ,700	0 ,368	0 ,120	0 ,728	0 ,719	0 ,164	0 ,296	0 ,442
Mobilier	0 ,170	0 ,000	0 ,126	0 ,213	0 ,331	0 ,150	0 ,930	0 ,274
Chauffage	0 ,500	1 ,031	1 ,027	0 ,796	0 ,886	0 ,230	0 ,000	0 ,679
Éclairage.	0 ,157	0 ,294	0 ,212	0 ,384	0 ,325	0 ,000 (1)	0 ,000 (2)	0 ,196
Infirmerie	1 ,375	0 ,484	0 ,730	2 ,038	2 ,915	2 ,839	1 ,464	1 ,692
Culte et instruction. . .	0 ,410	0 ,265	0 ,258	0 ,491	0 ,242	0 ,423	1 ,001	0 ,442
Administration.	3 ,398	7 ,675	3 ,556	2 ,588	3 ,660	2 ,506	4 ,694	4 ,011
Dépenses diverses . . .	0 ,000	0 ,000	0 ,621	2 ,131	0 ,000	0 ,653	13 ,372 (3)	2 ,397
Totaux.	25c,353	26c,244	27c,330	27c,762	27c,838	33c,373	48c,499	30c,914

(1) Dépense extraordinaire pour une nouvelle grange construite en 1821.

(2) Cette dépense et celle de l'éclairage sont comprises dans le prix de la nourriture.

(3) Un emprunt de 6000 francs fait à la ville de Maestricht.

On voit que le produit du travail est loin de couvrir les dépenses du détenu dans les dépôts de mendicité. Il est vrai que dans le nombre des détenus se trouvent des vieillards, des enfans et des infirmes, hors d'état de travailler, et qui prennent cependant part à la consommation. Il se trouve d'ailleurs des individus valides qui ne connaissent aucun métier; et les journées de l'ouvrier y sont moins longues, puisqu'on n'y fait pas emploi de lumières pour le travail. Deux dépôts seulement sont administrés par la voie de l'*entreprise*; ce sont ceux justement où les prix d'entretien se sont élevés le plus haut.

Prix de l'Entretien dans les Prisons.

C'est par la voie de l'entreprise aussi qu'il est généralement pourvu à l'entretien des détenus dans les prisons. La maison de détention de *Gand* et la maison de force de *Leuwarden* font exception à cette règle. En 1817, le prix de l'entreprise variait dans les différentes localités depuis environ 25 à plus de 62 cents par journée de détention, et le prix moyen s'élevait à 29,75. Cependant le prix de l'entretien des prisonniers, en y comprenant les fournitures qui furent faites, s'éleva en effet à près de 30,90. En 1821, toutes les entreprises ont été renouvelées et le prix des journées variait de 18 jusqu'à près de 40 cents, le prix moyen était de $27^{c},072$ pour la totalité des prisons. A la même époque, le prix de la journée du détenu à *Gand*, était de

15c,655; et à *Leuwarden*, où l'on suit également le système de la régie, le prix était de 23c,675. Cette différence doit suffire pour montrer l'avantage du système de la régie, sur le système de l'entreprise. On a compté qu'en 1818, la journée des vieillards, dans les hospices de *Bruxelles*, ne s'élevait qu'à 31c,471 malgré les soins et les frais divers que nécessite leur âge. Pendant la même année, le prix de la journée était, au dépôt de mendicité de *Mons*, de 24c,266; et, en 1815, il était au dépôt de mendicité de *Hoogstraeten* de 20c.

L'évaluation de la dépense, en 1821, calculée sur la population du 1er mars de cette année, était la suivante:

		CIVILS.	MILITAIRES.
ENTRETIEN DES DÉTENUS.	Prix moyens par jour. . . .	24c,330	31c,287
	» par an . . .	88fl,804	114fl,198

	CIVILS.	MILITAIRES.
Valeur de l'entretien	765332fl,32	221429fl,04
Traitement des méd., chirur., aumôn. et autres frais.	35777 ,64	»
Frais de garde et de surveillance	111034 ,06	14252 ,00
Frais de locations et de réparations.	63258 ,44	»
TOTAL GÉNÉRAL.	975402fl,46	235681fl,04

Avant l'époque à laquelle fut composé le rapport dont nous extrayons ces documens, les détenus étaient dans un état d'oisiveté dans la plupart des prisons. L'exercice de 1819, se compose d'environ 4,000,000 journées de déten-

tion, et le nombre des journées de travail y reste en dessous de 900,000. La commission n'a pu recueillir que des résultats peu satisfaisans sur le prix de la journée de travail du prisonnier. Il paraît que ce prix moyen est d'environ 12 cents dans la maison centrale de *Gand*, et qu'il pourrait généralement s'élever plus haut.

Établissemens de Bienfaisance.

Indépendamment des dépôts de mendicité dont nous avons parlé plus haut avec assez de détails, il existe en Belgique plusieurs autres établissemens de bienfaisance, tels que des hospices, des institutions pour les secours à domicile, des écoles gratuites, des ateliers de charité, deux sociétés de bienfaisance qui ont établi plusieurs colonies, et qui suppléent aux dépôts de mendicité, etc. D'après un rapport fait aux États-Généraux, la population des hospices, en 1822, se divisait de la manière suivante: 7988 malades, 9463 vieillards, 4345 infirmes, 8893 enfans; en tout 30,689 individus. On comptait, à la même époque, 10720 enfans trouvés et 2500 enfans abandonnés; les frais d'entretien se composent principalement des pensions que l'on paie aux artisans ou aux habitans des campagnes, chez lesquels les enfans sont placés. Parmi les individus secourus à domicile, 332,623 pourvoyaient à leurs besoins pour plus de moitié, 178,338 pour moins de moitié, et 125,030 étaient hors d'état d'y pourvoir.

Le tableau suivant, plus circonstancié, présente tous les détails qu'on peut désirer relativement à ces institutions.

	ÉTABLISSEMENS.	DÉPENSES.	INDIVIDUS.	DÉPENSE PAR INDIVIDU.
Hospices.	710	3,805,422	30,689	124fl,00
Enfans trouvés	19	760,233	13,220	57 ,50
Secours à domicile	5336	5,095,962	635,991	8 ,01
Écoles pour les pauvres. . .	316	238,804	52,622 (1)	4 ,54
Ateliers de charité	39	392,285	6,083	64 ,49
Dépôts de mendicité	8	223,227	2,285	97 ,69
		fl. 10,515,933	682,185	15fl,41

A l'époque à laquelle se rapporte ce tableau, la population du royaume se composait de 5,721,714 âmes; ainsi environ les 0,12 de cette population vivaient aux dépens du reste, dont il faut retrancher encore près de 10,000 individus enfermés dans les prisons.

Nous avons fait observer précédemment que l'accroissement rapide de la population qui a lieu en Belgique, semble annoncer que le peuple y jouit généralement d'une aisance qui est en rapport avec ses besoins; cependant, les résultats précédens paraissent contraires à cette conclusion. Nous ne chercherons pas à savoir d'où peuvent provenir

(1) Ces nombres ne sont pas compris dans le total, pour ne pas les compter deux fois.

les causes qui plongent un assez grand nombre de familles dans l'indigence; nous ne chercherons pas non plus à savoir si les secours ne sont pas répandus avec une libéralité respectable même dans ses excès; nous remarquerons seulement qu'un pays est riche quand l'artisan peut gagner par son travail, au delà de ce qui est nécessaire à ses besoins; or, chez nous, l'artisan peut gagner le triple de ce qui est nécessaire à son entretien. D'après un état communiqué par le ministre de l'industrie nationale, le prix moyen de la main d'œuvre, tel qu'il était en 1816, s'élevait dans la province de Liége à 100 cents; dans la nord Hollande à 90; dans la Frise à 80; dans le sud Brabant, la Flandre orientale et le Hainaut, à 75; dans la province d'Anvers à 70; dans la Gueldre à 65; dans le nord Brabant et l'Overyssel à 60. Le prix moyen, dans ces dix provinces, était donc de 75 cents; et ce prix n'a fait qu'augmenter depuis. Nous avons vu d'une autre part que, dans les dépôts de mendicité, en y comprenant des frais étrangers, tels que ceux d'administration, de culte, etc., le prix moyen d'entretien, était de $30^{c},914$, et dans les prisons de $27^{c},072$. Cependant ces prix, qui se trouvent surchargés de 5 à 6 cents de frais accessoires, ont paru beaucoup trop élevés, et l'on observait que dans les hospices de *Bruxelles*, où tant de menues dépenses deviennent nécessaires, la journée du vieillard ne s'élevait qu'à $31^{c},471$. M. le baron *De Keverberg*, dans un Mémoire *sur les besoins et les ressources de l'homme vivant du travail de ses mains*, estime, d'après

de nombreux documens, que les besoins de l'homme peuvent être évalués à 17 cents par jour (1), en établissant les choses au prix du commerce et à environ 15^c,80, en laissant hors de compte le bénéfice du fabricant ou du fournisseur. Si l'on ajoute le prix du loyer de l'homme libre, le père de famille devra compter environ 20^c par jour, ou 73 florins par an, ce qui forme le *maximum* auquel tous ses besoins réunis peuvent s'élever.

Nous conclurons de tout ce qui précède que, quoique la population de la Belgique ne soit pas déterminée avec toute la précision désirable, elle offre cependant un état d'accroissement très-sensible; que cet état provient surtout de ce que le peuple peut s'y procurer, par son travail, des revenus qui sont bien au-dessus de ses besoins; et de ce qu'aidé de l'accroissement des lumières et soutenu par cette noble confiance qu'inspire toujours un gouvernement sage et paternel, il ne craint pas de donner à son industrie une extension qu'elle n'avait pas d'abord, et qu'encouragent encore plusieurs établissemens de création récente. Il faut l'assurance de ces biens pour que l'homme cherche à se reproduire; et pour saisir cette observation, nous n'avons pas eu besoin de recourir aux annales d'un siècle, nous n'avons qu'à consulter les registres de l'état-civil et à suivre les nais-

---

(1) Dans plusieurs établissemens des provinces méridionales, le prix est même inférieur ; par exemple, dans le maison de détention de *Gand*, qui est à la vérité sous le régime de la régie, le prix ne s'élève qu'à 15^c,655 millièmes.

sances et les décès pendant le cours d'une année. Ainsi se confirme de plus en plus, cette vérité importante, que le moyen le plus sûr de multiplier la population d'un État, sans lui porter préjudice, c'est de faciliter les moyens de multiplier les produits de l'agriculture et de l'industrie, et de lui assurer une sage liberté qui soit un garant pour la confiance publique. Encourager à la reproduction, sans assurer au peuple les moyens d'augmenter sa subsistance, c'est appauvrir l'État et favoriser la mortalité.

ADDITION.

Depuis la composition du Mémoire précédent, ayant été à même de me procurer des renseignemens *sur les enfans trouvés et abandonnés* dans le royaume des Pays-Bas, je les ai coordonnés avec soin, et j'en ai déduit le tableau suivant, qui donne les résultats moyens de huit années, savoir de 1815 à 1822. Ces résultats s'écartent généralement peu de ceux que chaque année donne en particulier.

HOSPICES.	POPULATION au 1er janvier.	Entrés.	SORTIS				POPULATION moyenne pendant l'année.	RAPPORT de la population moyenne aux décès.	RAPPORT des décès à 100 entrées.
			Par décès.	Réclamés.	A cause de l'âge ou pour d'autres motifs.	Total.			
Bruxelles . . .	1793	470	312	42	161	515	1771	5,68	66,38
Louvain. . . .	597	121	63	9	49	121	603	9,57	52,07
Maestricht . .	278	85	33	23	9	65	292	8,85	38,82
Liége	235	49	12	2	28	42	236	19,67	24,49
Gand	643	168	102	14	45	161	650	6,37	60,71
Audenaerde .	50	17	4	1	1	6	55	13,75	23,53
Termonde . .	40	5	1	1	»	2	42	42,00	20,00
Bruges	151	55	6	24	5	35	161	26,83	10,91
Ypres.	43	13	1	»	2	3	48	48,00	7,69
Courtrai . . .	135	37	1	1	9	11	148	148,00	2,70
Furnes	13	3	1	»	1	2	14	14,00	3,33
Mons	938	255	148	18	30	196	969	6,55	58,04
Tournai . . .	410	134	62	28	18	108	424	6,84	46,27
Amsterdam. .	3855	713	356	236	268	860	3782	10,62	49,93
Namur	941	484	119	7	326	452	957	8,04	24,59
Anvers	1651	326	131	51	36	218	1707	13,03	40,18
Malines. . . .	481	93	29	10	20	59	499	17,21	31,19
Lierre.	69	24	2	4	5	11	75	37,50	8,33
Luxembourg .	101	28	5	»	11	16	105	21,00	17,86
Total. . .	12424	3080	1388	471	1024	2883	12538	9,03	45,07

Si nous considérons d'abord la population moyenne des hospices des enfans trouvés et abandonnés, nous verrons que le rapport de cette population aux décès est sensiblement égal au rapport que nous avons obtenu pour les hospices de mendicité; car ce dernier vaut 8,91, tandis que nous venons de trouver pour l'autre 9,03. Pour nous faire une idée plus exacte encore sur le degré de confiance que nous pouvons avoir dans les valeurs moyennes données précédemment, prenons les valeurs générales, d'année en année, depuis 1815 jusqu'à 1822.

ANNÉES.	Population au 1er janvier.	Entrés.	SORTIS			Total.	Population moyenne.	Rapport de la population moyenne aux décès.	Rapport des décès à 100 entrées.
			Par décès.	Réclamés.	Par l'âge ou d'autres motifs.				
1815	10739	2918	1597	235	649	2481	10953	6,88	54,73
1816	11176	3075	1459	262	701	2422	11497	7,88	47,45
1817	11829	3943 (1)	1793	271	895	2959	12315	6,87	45,47
1818	12813	3241	1290	549	967	2806	13026	10,10	39,80
1819	13248	3148	1346	583	1023	2952	13342	9,91	42,76
1820	13444	3001	1200	749	1194	3143	13366	11,14	39,99
1821	13302	2636	1200	584	1317	3101	13065	10,89	45,52
1822	12837	2688	1160	467	1305	2932	12700	10,95	43,15
TOTAL	99388	24650	11045	3700	8051	22796	100264	9,03	45,07

(1) Le nombre des entrés en 1817, n'a pas été en rapport avec celui des autres années; mais on se rappellera aussi que la disette s'est fait ressentir plus vivement pendant cette année.

Les écarts sont assez sensibles et proviennent surtout de ce que la mortalité a diminué dans les hospices depuis 1815 jusqu'en 1822. Nous voyons effectivement qu'à la première époque, sur sept enfans, il en mourait annuellement un, tandis que plus tard, il n'en mourait qu'un seul sur onze.

Nous avons eu occasion de remarquer une semblable diminution de mortalité dans les dépôts de mendicité, à partir des mêmes époques. Si l'on cherche à savoir quel est, dans les provinces méridionales du royaume, le rapport de la population moyenne des enfans âgés de moins de 12 ans, aux décès, on trouve, d'après la table de mortalité que nous avons donnée plus haut, que sur 815,488 enfans, il en meurt annuellement 44,340. On déduit de là le rapport 18,39 est à 1, qui est le double du rapport trouvé pour les hospices. Nous avons regardé comme terme du séjour dans ces derniers établissemens, douze ans; cependant dans quelques-uns d'entre eux, le terme du séjour est plus long, et conséquemment le rapport en devrait devenir plus grand, car au-dessus de 12 ans, la mortalité est moins forte que pour les enfans en bas âge. Il faut observer encore que les enfans qui entrent dans les hospices, par cela même qu'ils vivent, ont échappé aux premiers dangers qui entouraient leur naissance; plusieurs même n'y entrent qu'après plusieurs mois d'existence. Il faut ajouter, il est vrai, à ces observations, qu'un assez bon nombre d'enfans sont réclamés, après avoir passé dans les hospices leurs premières années, qui sont les plus critiques; et qu'ils diminuent ainsi la partie

de la population la moins exposée à la mortalité. D'une autre part, les enfans trouvés ou abandonnés portent souvent les traces des vices de leurs parens, ou sont présentés dans l'état le plus déplorable, de même que les individus qui entrent dans les dépôts de mendicité.

M. *Benoiston de Chateauneuf*, dans ses *Considérations sur les enfans trouvés* dans les principaux États de l'Europe (1), a recherché quel était, d'après les documens les plus authentiques, la mortalité des enfans en Europe de 0 à un an et de 0 à 10 ans : voici les résultats auxquels il est parvenu.

DE 0 À 1 AN.	PERTE SUR 100.	DE 0 A 10 ANS.	PERTE SUR 100.
En Suisse.	19,109	En Suisse.	34,871
En Hollande	19,642	En Hollande	36,214
A Genève.	19,507	A Genève.	39,329
A Paris.	21,287	A Pétersbourg	41,974
En France (2).	23,248	En France	44,452
En Provence	24,211	En Provence	47,024
A Pétersbourg	27,897	A Londres	48,453
En Suède	28,393	En Suède.	50,044
A Londres	36,371	A Paris.	52,501
A Berlin	39,538	A Berlin	54,108
A Vienne.	45,594	A Vienne.	55,578

(1) A Paris, chez *Martinet*, rue du Coq Saint-Honoré, n° 15, in-8°, 1824.

(2) Nous avons ajouté les nombres relatifs à la France, d'après l'*Annuaire* du bureau des longitudes.

Si nous comparons ces résultats à ceux que nous obtenons par nos tables de mortalité, nous trouvons que dans les provinces méridionales du royaume, la perte sur 100, depuis 0 à 1 an, est de 22,49, et pour Bruxelles de 21,30. La perte sur 100, de 0 à 10 ans, est de 43,44 pour la partie méridionale du royaume, et de 42,97 pour Bruxelles.

D'après ce qui précède, la mortalité parmi les enfans est généralement moins forte dans notre royaume que dans les autres pays. Nous avons déjà eu occasion de remarquer que cette mortalité moins forte, peut tenir à ce que les femmes sont ici assez généralement dans l'habitude de nourrir elles-mêmes leurs enfans. M. *Benoiston de Chateauneuf*, pour juger du degré de mortalité parmi les enfans trouvés ou abandonnés, a pris, comme nous l'avons fait, le rapport entre les décès et les entrées dans les hospices. Ce zélé philanthrope a trouvé de cette manière, que pour toute la France, en 1821, la perte sur 100 enfans entrés était de 57,63; nous avons trouvé que ce même rapport moyen était 100 à 45,07 pour nos provinces; et que pendant huit années, ce rapport avait eu pour limites extrêmes 100 est à 39,80 et 100 est à 54,73. La mortalité a donc été toujours moins forte qu'en France; cependant, elle a été assez considérable dans les hospices de quelques grandes villes, telles que *Mons*, *Gand* et *Bruxelles*. La perte moyenne pour cette dernière ville, est de 66,38 sur 100; elle était de 79 sur 100, de 1812 à 1817, comme le remarque M. *Benoiston*. A cette époque, l'hospice peu vaste, mal aéré, malsain, fut

transporté dans un autre quartier de la ville, et depuis lors on a remarqué un abaissement dans le nombre des décès. Quand on songe qu'en 1811, il mourait dans les hospices de Vienne, 92 enfans sur 100, on demeure épouvanté des ravages qu'exerce la mortalité sur l'enfance.

Les tableaux précédens nous montrent que sur 22796 enfans sortis des hospices, on doit en compter 11045 qui y sont morts, 3700 qui ont été réclamés et 8051 qui sont sortis par l'âge ou d'autres motifs. Ces nombres sont dans les rapports de 100 à 48,44, de 100 à 16,23, de 100 à 35,31. Ainsi la moitié des enfans qui entrent aux hospices n'en sortent que par suite de décès, et la moitié environ de ceux qui restent, sont réclamés.

Nous ferons succéder à ces aperçus un tableau indiquant les paiemens moyens que les différens hospices des provinces méridionales font, année par année, pour les enfans trouvés et abandonnés qu'ils placent à la campagne. La ville d'*Amsterdam* n'envoie que fort peu d'enfans au dehors, et alors les prix d'entretien ne sont pas estimés d'après l'âge des enfans, mais d'après la durée de la pension : ainsi l'on paie généralement, pour les 2 ou 3 premières années, 50 florins pour nourriture et vêtemens; et pour les années suivantes, 40, 30 ou 20 florins, selon le degré de force et d'intelligence de chaque enfant. Quelques hospices paient la gratification de 50 francs allouée aux nourrices, après le terme de la pension; d'autres fournissent aux enfans qui sortent un trousseau d'émancipation de la valeur de 9 à 22 florins.

Nous avons indiqué les premiers, par les lettres *a*, et les seconds, par la lettre *b*. Il faut observer aussi que la durée de l'entretien n'est pas la même dans tous les hospices ; elle est généralement de 12 ans ; cependant à *Courtrai*, à *Mons* et à *Anvers*, elle est de 18 ans, et va à *Maestricht* jusqu'à 21 ans.

HOSPICES.	TOTAL par tête.	PRIX MOYEN par année.
Bruxelles [a,b]	343f,87	28f, 65
Louvain [b]	457 ,44	35 , 18
Maestricht [b]	245 ,40	13 , 63
Liége	571 ,36	43 , 95
Gand [a]	391 ,46	32 , 62
Audenaerde [a]	405 ,20	33 , 76
Termonde [a]	680 ,40	56 , 70
Bruges	490 ,42	40 , 86
Ypres [a]	639 ,33	53 , 27
Courtrai	963 ,25	53 , 51
Furnes [b]	804 ,59	53 , 64
Mons	547 ,29	30 , 40
Tournai [b]	522 ,23	34 , 81
Namur	473 ,93	39 , 49
Anvers	393 ,90	21 , 88
Malines	443 ,88	27 , 74
Lierre [b]	455 ,73	32 , 55
Luxembourg	612 ,36	51 , 03
Prix moyen.	524 ,66	37 , 98

Prix moyens payés par an.

Moins d'un an	47fl, 93	De 9 à 10 ans.	36fl, 65
De 1 à 2 ans	42, 69	De 10 à 11 ans.	35, 63
De 2 à 3 ans	40, 08	De 11 à 12 ans.	35, 71
De 3 à 4 ans	39, 84	De 12 à 13 ans.	29, 48
De 4 à 5 ans	39, 96	De 13 à 14 ans.	24, 44
De 5 à 6 ans	39, 92	De 14 à 15 ans.	21, 59
De 6 à 7 ans	38, 79	De 15 à 16 ans.	24, 18
De 7 à 8 ans	37, 50	De 16 à 17 ans.	22, 16
De 8 à 9 ans	37, 20	De 17 à 18 ans.	23, 91

NOTES

PAR M. LE BARON DE KEVERBERG,

CONSEILLER-D'ÉTAT, ETC.

Note A. (Voyez page 119.)

L'Annuaire du bureau des longitudes, pour 1827, reproduit les tables de la mortalité et de la population en France, que M. *Duvillard* a publiées en 1806, et qui ont été insérées depuis cette époque, chaque année, dans ce recueil. Cette fois-ci, ce travail remarquable, a subi quelques corrections et quelques développemens nouveaux, par les soins de M. *Mathieu*. Ce savant ajoute que depuis l'époque précitée — « on remarque des changemens notables dans les divers élé- » mens de la population, et qu'il est à désirer, que l'on rassemble tous les do- » cumens nécessaires pour construire bientôt une nouvelle table, qui convienne » mieux à l'état actuel de la France. »

M. le professeur *Quetelet* tient à peu près le même langage dans l'intéressant Mémoire, auquel cette note et les suivantes se réfèrent. — « Il serait, dit-il, bien » à désirer que le gouvernement fît faire un nouveau dénombrement d'après la » méthode de M. *De La Place;* les données que nous avons jusqu'à présent » (ajoute-t-il), ne doivent être considérées que comme provisoires et ont besoin » d'être rectifiées. »

Personne plus que moi n'est convaincu de l'utilité des recherches statistiques. Ce sont elles qui nous font connaître les ressources et les besoins des peuples et des États. Il serait inutile d'insister sur l'importance de ces notions : sans elles, je ne conçois pas d'administration digne de ce nom.

Je pense encore que, parmi ces connaissances, celles qui ont pour base la population et les lois qui en dirigent le mouvement, méritent d'occuper le premier rang. Il n'est guère de question importante en économie politique, guère de grande conception administrative ou de mesure d'utilité générale, auxquelles elles ne se rattachent plus ou moins directement.

Les renseignemens recueillis à ce sujet chez nous, en France et généralement partout ailleurs en Europe, sont pareillement à mes yeux peu propres à nous inspirer une confiance suffisante dans leur exactitude.

Il est donc digne d'un gouvernement qui ne veut régner que par la justice et la vérité, d'aviser aux moyens de dissiper ces incertitudes. Celui sous lequel nous avons le bonheur de vivre, et qui dans toute sa carrière s'est constamment montré avide du bien public et des lumières qui y conduisent, ne dédaignera pas d'acquérir de cette manière un titre de plus à la reconnaissance des savans et du public.

Sous ce point de vue, je partage le vœu de M. le professeur *Quetelet;* mais je diffère d'opinion avec mon savant confrère, sur les moyens les plus propres pour conduire au but important qu'il s'agit d'atteindre.

Je ne connais la méthode proposée par M. *De Laplace*, que par les explications que M. *Quetelet* a bien voulu me donner à ce sujet. Si j'en ai bien saisi le développement, elle consiste à faire des dénombremens très-exacts, mais seulement sur quelques points d'un État donné; de comparer les résultats ainsi obtenus à la moyenne des naissances et des décès qu'il est très-facile d'obtenir pour chaque partie et pour la totalité d'un pays; et de déterminer ensuite la population de chacune des parties du territoire, non vérifiées par des opérations directes, d'après les rapports rigoureusement constatés pour celles d'entre les parties vérifiées, qui obéissent avec elles aux mêmes lois de la reproduction et de la mortalité.

S'il était facile de diviser un État quelconque d'après la différence de ces lois, la marche ainsi tracée conduirait sans doute au but proposé. Mais c'est ici que se présentent des difficultés qu'il me paraît presque impossible de franchir.

La loi qui régit la mortalité se compose d'un grand nombre d'élémens : elle diffère pour les villes et le plat-pays, pour les grandes cités opulentes et les bourgs moins étendus et moins riches, pour les localités se composant d'habitations agglomérées et éparses; d'après la situation élevée ou abaissée du terrain, d'après la nature du sol sec ou marécageux, d'après sa distance rapprochée ou éloignée de la mer, d'après l'aisance ou la détresse de la population, d'après la manière dont elle se nourrit, se vêtit, manière qui préside à sa vie en général, et

d'après une multitude de circonstances locales dont l'énumération échappe même aux recherches faites *à priori.*

Il en est à peu près de même par rapport aux lois qui régissent les naissances.

Il doit d'après cela paraître extrêmement difficile, pour ne pas dire impossible, de déterminer d'avance, et sur des notions incomplètes et conjecturales, avec quelque précision, la combinaison existante de fait, entre tant d'élémens; elle semble devoir varier à l'infini, d'après la nature, la quantité, le degré d'intensité et la proportion relative de ces élémens. Il est même permis de douter si l'on trouvera souvent des contrées un peu populeuses qui, sous ce rapport, peu-vent-être assimilées les unes aux autres et rangées dans une même catégorie. Si donc, une semblable division du royaume pouvait être établie d'après des bases approximativement exactes, il est probable qu'elle se composerait d'un si grand nombre de parties, qu'il n'en résulterait que peu d'avantage pour la facilité du travail.

A mon avis, il n'existe qu'un seul moyen de parvenir à une connaissance exacte de la population et des élémens dont elle se compose : c'est celle d'un dénombrement effectif et détaillé; c'est-à-dire, de la formation d'états nominatifs de tous les habitans, avec indication de leur âge et de leur profession. Ce n'est que par ce mode d'opérer, qu'on peut obtenir des documens dignes de confiance sur le nombre réel des habitans d'un pays, et en même temps sur la statistique des âges dont la population se compose, et des branches d'industrie dans lesquelles elle trouve des moyens d'aisance et de prospérité.

Ce n'est encore que dans de semblables documens, comparés aux listes des naissances et des décès, qu'on peut puiser la connaissance des lois véritables qui déterminent le mouvement de la population d'un pays. Tout ce que nous savons à cet égard, n'est encore qu'approximatif et restera toujours hypothétique, jusqu'à ce qu'enfin des notions certaines auront été recueillies sur l'état réel de la population.

Mais, dit-on, des recherches positives à cet égard, sont difficiles à diriger. Pour faire un dénombrement général, il faut le concours d'un grand nombre d'agens, parmi lesquels il y en aura sans doute un certain nombre de peu intelligens ou de peu zélés; l'expérience prouve d'ailleurs, que ce mode d'opérer n'a jamais été couronné d'un succès complet, et que même sous le gouvernement impérial, d'ailleurs si fortement constitué, il n'a conduit qu'à des résultats défectueux sur l'état de la population en France.

Examinons ces objections, qu'il importe d'apprécier à leur véritable valeur.

Je conviens sans peine qu'il est des questions compliquées, sur lesquelles il serait impossible d'obtenir des solutions satisfaisantes, moyennant le concours d'un grand nombre d'autorités locales, quelquefois insouciantes ou peu éclairées. Mais je nie sans hésiter, qu'il en soit de même lorsqu'il s'agit de recueillir des notions extrêmement simples sur des faits positifs et évidens.

Dans ce dernier cas, tout le secret d'opérer avec succès, se réduit à deux règles, 1° poser les questions avec clarté; 2° examiner les réponses avec soin avant de les admettre.

1. Il n'est à coup sûr pas bien difficile de rédiger des cadres uniformes, ayant pour objet de recueillir les noms, l'âge et la profession des habitans de chaque commune; il ne l'est pas davantage de remplir les blancs de ces états, avec exactitude. Ici tout est positif, évident, et pour ainsi dire palpable.

Il est vrai que la rédaction des cadres exige quelques précautions. Il faut ici, ne pas confondre les garnisons des villes, avec leur population civile; il faut distinguer le domicile ou la résidence d'avec le séjour passager; il faut veiller à ce que les absences momentanées et les résidences partagées entre plusieurs communes n'occasionnent pas d'omissions ni de doubles emplois. Tout cela est très-facile à régler: il suffit à cet effet de porter toutes les listes au grand complet de la population permanente et passagère de chaque commune, et d'en diviser le dénombrement par chapitres, ou d'affecter à chaque division, des cadres séparés pour y inscrire les renseignemens qui s'y réfèrent.

Une instruction concise, ne contenant qu'un petit nombre de définitions et de règles, doit nécessairement être jointe aux cadres. Sa rédaction n'exige pas des efforts extraordinaires d'esprit. Cependant, et pour prévenir davantage encore l'influence de l'erreur et les hésitations du doute au moment de l'exécution, il peut être prudent d'accorder aux autorités locales et provinciales, un délai moral pour demander des explications partout où elles peuvent paraître nécessaires. Rien n'empêche de donner à ce sujet une grande latitude, et d'étendre ce délai à plusieurs mois.

Mais il importe que le terme à fixer à cet égard, le soit uniformément pour la totalité du pays; qu'il ne soit procédé au dénombrement même, qu'après l'expiration de ce terme; et que cette opération soit exécutée partout simultanément et à une seule et même époque.

2. On voit, par tout ce qui précède, que dans le cas dont il s'agit dans la présente note, il n'est pas difficile pour l'administration supérieure, de bien poser l'ensemble et le détail des questions dont il importe d'obtenir la solution; et qu'il

ne faut aux autorités subordonnées que du bon sens et de la bonne volonté pour y répondre avec axactitude.

Il n'en est pas moins certain, que jamais le gouvernement ne peut compter sur des résultats dignes de confiance s'il néglige de prendre les mesures nécessaires pour l'examen et la vérification de tous les renseignemens partiels, qui constituent l'ensemble du travail prescrit.

C'est surtout pour ne point avoir observé cette règle indispensable, qu'un gouvernement, qui savait d'ailleurs si bien se faire obéir, que celui de l'empire français n'a que très-rarement obtenu des renseignemens exacts sur les différentes branches de la statistique. Jaloux de tout connaître, il était dans l'habitude de fatiguer les autorités locales par un multitude de demandes souvent minutieuses et peu utiles, au moins en apparence. Mais entraîné sans cesse dans le mouvement rapide de grandes commotions politiques de toute espèce, il ne pouvait accorder qu'une attention secondaire et absolument insuffisante à l'examen des renseignemens nombreux qui affluaient de toutes les parties d'un empire immense, dans les bureaux de son ministère.

Il en est résulté que les maires des communes, les sous-préfets et les préfets ne s'occupaient des travaux statistiques, que pour autant qu'ils y attachaient eux-mêmes du prix et de l'importance ; et que même, les plus éclairés et les meilleurs fonctionnaires finissaient souvent par céder à la contagion de l'exemple.

Il n'en sera pas ainsi chez nous. Dans un État d'une étendue beaucoup moins vaste, à l'ombre de la paix extérieure et d'une parfaite tranquillité publique, et sous la direction d'une commission spéciale, chargée exclusivement de la statistique du royaume, il ne sera pas difficile de combiner un système de vérification efficace et suffisant pour apprécier, d'après leur mérite, les renseignemens qui seront demandés successivement et fournis sur un petit nombre de questions importantes, et nommément sur la population des dix-huit provinces dont l'État se compose.

Il paraît d'abord que la commission sent que, pour obtenir des données exactes, il faut ne point en demander trop à la fois; et qu'il convient de fixer de préférence son choix sur celles dont l'importance est la plus évidente, et dont l'utilité rejaillit sensiblement sur toutes les autorités appelées à en recueillir les élémens.

Sous ce dernier point de vue, le soin de recueillir des notions certaines sur la population, mérite sans contredit et à juste titre, la priorité sur toute autre recherche. Il n'est pas d'autorité locale, qui ne soit elle-même éminemment inté-

ressée à bien connaître l'ensemble et les détails de l'état de la population de son ressort. Il en est de même des administrations des provinces. Il est donc facile de faire sentir à toutes les autorités, dont le concours est ici nécessaire, combien les renseignemens, que le gouvernement désire se procurer pour l'utilité générale, leur offriront d'avantages pour leur administration particulière.

Quelque favorable que soit cet état des choses, pour l'exécution d'un dénombrement nouveau de la population dans ce royaume, il n'exclut pas, je le répète, la nécessité indispensable d'un examen rigoureux des élémens de ce travail.

Mais quels sont les moyens d'apprécier l'exactitude des renseignemens qui se réfèrent à des vérités encore ignorées et qu'on cherche seulement à connaître? On les trouvera sans peine dans ces renseignemens mêmes, et dans leur comparaison avec d'autres vérités de fait incontestables et très-faciles à constater.

D'abord chaque liste particulière, ayant pour objet une commune, un arrondissement ou une province, se compose de détails qui doivent être d'accord entre eux et ne rien offrir d'incroyable dans leur ensemble. La vérité n'est jamais en désharmonie avec elle-même. Les conceptions de l'erreur ou de la mauvaise foi, trahissent souvent leur origine par les contradictions qui s'y font remarquer. La note F ci-après en fournit un exemple.

Ensuite, des documens irrécusables fournissent des données certaines, sur lesquelles il est facile d'établir l'état moyen des naissances, des décès, des mariages et des jeunes gens annuellement appelés au tirage pour la milice, dans chaque commune, arrondissement ou province, ainsi que dans la totalité du royaume. Il importe de déterminer ces moyennes avec toute la précision possible, afin que dans les communes, les arrondissemens, les provinces, et en dernier lieu à la commission statistique, elles puissent servir de termes de comparaison avec les résultats obtenus par le dénombrement. Je ne disconviens pas que les lois qui dirigent le mouvement de la population, n'étant pas encore bien connues et ne pouvant être découvertes qu'au moyen d'un dénombrement fait avec une exactitude dont il n'existe problablement pas encore d'exemple, ces comparaisons ne serviront point à constater positivement l'existence de quelque erreur, et beaucoup moins encore le moyen de la rectifier. Il est possible que les rapports de la mortalité ou des naissances à la population, diffèrent en effet, et malgré les apparences du contraire, très-considérablement entre eux, d'une commune ou d'une province à l'autre, et même d'une section à l'autre dans une ville populeuse.

Mais des différences sensibles doivent toujours provoquer à un examen plus

approfondi. Souvent des explications suffiront pour faire disparaître des contradictions apparentes : quelquefois elles pourront obliger à recourir, dans quelques localités, à de nouvelles vérifications, qui, dans ce cas, doivent être effectuées sous une direction supérieure; mais j'ose croire que ces derniers cas seront rares. L'expérience m'autorise à manifester cette opinion.

Pendant douze ans que j'ai passés à la tête de grandes administrations, sur les bords du Rhin, de l'Ems, du Weser et de l'Escaut, presque toujours à des époques orageuses ou au moins difficiles, je n'ai jamais eu qu'à me louer de la masse de mes estimables collaborateurs; et je me suis convaincu que la certitude d'agir sous l'empire d'une surveillance impartiale, mais sévère, suffit le plus souvent pour aiguillonner le zèle du petit nombre de fonctionnaires insoucians, que le défaut de sujets moins propres aux places publiques, oblige quelquefois d'y appeler.

Mais ce qui, dans le cas actuel, est peut-être encore plus digne d'attention, c'est que toujours et partout, j'ai obtenu avec la plus grande facilité, des dénombremens de la population, qu'un examen fort approfondi m'a constamment porté et me porte encore aujourd'hui à croire aussi exacts que la nature des choses permet de l'exiger.

Je me suis longuement étendu sur l'objet de cette note. Mais la matière est d'une haute importance. Puissé-je être assez heureux pour avoir dissipé les craintes chimériques qu'on oppose à l'emploi d'une mesure décisive, à laquelle il me paraît impossible de suppléer par des calculs hypothétiques ou par tout autre tâtonnement de semblable nature, et à laquelle il faudra toujours recourir finalement, si sérieusement l'on veut connaître le véritable état des choses.

Note B. (Voyez page 121.)

Si les renseignemens, recueillis au département de l'intérieur sur la population du royaume en 1820 et 1825, sont exacts, il en résulte, d'après mes calculs, qu'elle s'est accrue durant cette période, de 620 âmes sur les 10,000, ou, en terme moyen, de 124 sur 10,000 par année.

L'accroissement pendant 5 ans est, d'après les données obtenues, de 350,114. Dès lors, 5642552 (la population de 1820) est à 350,114 comme 10,000 à 620, ce qui, divisé par 5, donne 124.

Mais les recherches faites dans les provinces aux époques susdites, ont-elles été dirigées partout avec la même exactitude? M. le professeur *Quetelet* en

doute avec raison; et les considérations suivantes viennent à l'appui de ce qu'il dit sur la nécessité de procéder à un nouveau dénombrement avec tous les soins requis, pour offrir enfin des bases certaines, et vraiment dignes de ce nom, pour déterminer les lois du mouvement de la population dans ce royaume.

D'abord il semble résulter des renseignemens statistiques publiés récemment par M. *Lobatto* (*Jaarboekje over* 1827, p. 114), que d'après de nouvelles recherches faites à la fin de 1825, dans le grand-duché de Luxembourg, les dénombremens précédens n'y ont point été exempts d'erreur; et qu'en conséquence, le montant de la population de cette province, qui d'après l'état numérique annoncé pour le 1er janvier 1825, et son accroissement pendant cette année, devrait s'élever à 295101, doit être réduit à 291759.

D'un autre côté, il doit paraître étonnant que la différence relative de l'accroissement de la population dans les différentes parties du royaume puisse monter entre les termes extrêmes de la comparaison (*la Hollande septentrionale* et *Drente*), de l'unité, à plus de son double; et qu'elle soit aussi considérable que le tableau auquel cette note se réfère l'indique, entre des contrées très-voisines les unes des autres, telles que les deux parties de la Hollande, celles du Brabant et des deux Flandres.

L'Annuaire de M. *Lobatto*, pour 1827, nous fait connaître les nombres des naissances et des décès qui ont eu lieu dans les différentes provinces du royaume dans le courant de 1825.

Il en résulte que les premiers dépassent les seconds, dans la *Hollande septentrionale*, de 3339, et dans la *Drente* de 967; dans la *Hollande méridionale*, de 5793; dans la *Flandre orientale*, de 9038, et dans la *Flandre occidentale*, de 5578; dans le *Brabant septentrional*, de 4346 et dans le *Brabant méridional*, de 5208; enfin, *dans la totalité du royaume*, de 76085.

Si l'on compare maintenant, pour ces localités, A les rapports indiqués au tableau ici en discussion, et B les rapports qui semblent devoir résulter de l'accroissement de la population durant l'année 1825, on obtient les résultats suivans sur cet accroissement, toujours calculé sur chaque nombre de 10,000 habitans :

A. Hollande septentrionale 80; *Drente* 174.
B. — — 85; — 179.

Le *minimum* et le *maximum* d'accroissement de la population, pris sur toute l'étendue du royaume, ne diffèrent donc pas sensiblement dans les deux termes de comparaison.

A. Hollande septentrionale 80; *Hollande méridionale* 140.
B. — — 85; — — 133.

Ici la différence entre les deux résultats est assez marquante. Il n'en est pas moins probable que des recherches ultérieures prouveront un jour qu'elle l'est davantage encore : car, quoiqu'il soit raisonnable de supposer que la mortalité, dans la première de ces provinces, soit proportionnellement plus forte que dans la seconde, à raison de l'influence plus malfaisante de sa situation, ainsi que de la population agglomérée entre des canaux d'eau stagnante de la ville d'*Amsterdam*, la proportion du double au simple semble cependant trop élevée pour pouvoir être admise sans examen plus approfondi.

A. Flandre orientale 102; *Flandre occidentale* 146.
B. — — 130; — — 99.

Les résultats comparatifs diffèrent à l'égard de ces deux provinces en raison inverse; et si l'on considère que la partie orientale des deux Flandres paraît être placée sous l'influence d'une position physique pour le moins aussi salubre que sa partie occidentale, il est difficile de penser que l'accroissement de la population y serait moins grand que dans celle-ci.

A. Brabant septentrional 118; *Brabant méridional* 136.
B. — — 134; — — 125.

Ici les résultats précédemment obtenus, diffèrent encore en raison inverse de ceux de l'année 1825.

Si maintenant on compare l'accroissement de la population pour la totalité du royaume, depuis le 1er janvier 1820, jusqu'au 1er janvier 1825, à l'accroissement ci-dessus indiqué pendant la durée de 1825, il est remarquable combien les deux résultats se rapprochent. Le premier indique une augmentation annuelle dans la proportion de 124, le second dans celle de 125 sur 10,000 : la rectification de l'erreur que M. *Lobatto* vient de signaler dans les précédentes évaluations de la population du Luxembourg, n'altère pas sensiblement cette proportion; il est même probable qu'elle doit en rapprocher les termes au point de faire disparaître à peu près toute différence.

Il semble permis d'inférer de tout ce qui précède, que les notions recueillies

jusqu'à présent sur l'objet qui nous occupe, peuvent être considérées comme approximatives de la vérité, peut-être même davantage, que dans aucun autre pays de l'Europe; mais qu'elles n'en laissent pas moins subsister plusieurs doutes qu'il importe de faire disparaître, tant sur l'ensemble des résultats, que sur le détail dont il se compose.

Cette dernière vérité deviendra plus évidente encore, au moyen des rapprochemens suivans, par lesquels je terminerai cette note.

La population du royaume, au 1er janvier 1825, est portée au tableau pour.	5,992,666 âmes.
En défalquant de ce nombre 3342 âmes, qui semblent figurer en excédant de la vérité dans la population du grand-duché de Luxembourg	3,342
Le nombre ci-dessus est réduit à.	5,989,324
L'excédant des naissances sur les décès a été en 1825 de.	75,035
La population devrait donc, par ce seul motif, s'être élevée au 1er janvier 1826 à.	6,064,359
Elle n'est portée dans l'état donné par M. *Lobatto* (*Jaarboekje over* 1827, pag. 114), qu'à.	6,059,506
Ce qui donne une différence en moins de.	4,853

Cette différence est sans doute très-faible, si on la considère isolément. Mais elle devient plus importante, si l'on fait attention à la circonstance que la population de ce royaume s'accroît annuellement, non pas uniquement de l'excédant des naissances sur les décès, mais aussi d'un nombre marquant d'étrangers qui viennent s'y établir, attirés par la beauté du pays, l'équité de sa législation et la libéralité du gouvernement.

Note C. (Voyez page 127.)

La loi des naissances et celle des décès, appliquées aux différentes époques de l'année, semblent différer entre elles, et chacune de ces lois, pour autant que les notices recueillies à ce sujet paraissent les indiquer, diffère encore entre les villes et les campagnes.

A la vérité le *minimum* des *décès* se trouve décidément au mois de juillet dans la totalité du royaume; de même que dans les sept grandes villes indiquées au tableau. La ville de *Rotterdam* seule, offre, à rigoureusement parler, une ex-

ception à cette règle; mais elle est de trop peu d'importance pour mériter d'être prise en considération.

Le *maximum* des *décès* tombe en janvier dans les villes indiquées au tableau; en mars dans l'ensemble de la population réunie des villes et des campagnes. La mortalité de ce dernier mois, dépasse par rapport à cette population réunie, de $\frac{1}{5}$ celle de janvier. La différence doit donc être plus grande encore entre les villes et les campagnes, les unes et les autres isolément considérées et comparées entre elles.

Le *maximum* des *naissances* se manifeste généralement, et dans les villes et dans la totalité du royaume, dans le mois de février. Une faible déviation de cette règle se fait remarquer à *Gand*, une bien plus forte à *Amsterdam*. Celle-ci est même remarquable. Le nombre des naissances en avril excède de plus de $\frac{1}{3}$ celui de février dans la dernière desdites villes. Les causes d'une déviation aussi forte de la règle générale, méritent d'être approfondies.

Quant au *minimum* des *naissances*, on le trouve pour les villes, dans des proportions variant faiblement entre elles, aux mois de juin, juillet et août; pour les villes et les campagnes réunies, positivement au mois de juillet.

Il me semble que ces phénomènes remarquables, qui sont si dignes d'attention et qu'il est si facile de constater par un plus grand nombre d'observations, n'ont, à une seule exception près, rien qui ne soit en harmonie avec les notions que nous avons d'ailleurs sur les lois de la nature.

Il résulte des indications moyennes du thermomètre, consignées au présent Mémoire, que c'est en juillet que la température parvient dans nos contrées à son plus haut degré d'élévation. Or, le calorique est par lui-même un élément vital et conservateur; ce n'est que par une intensité excessive, qu'il produit des effets contraires sur l'économie animale. On peut donc conclure de son influence sur la mortalité dans nos climats, qu'il n'y dépasse pas, à généralement parler, le degré qui constitue la limite de son action bienfaisante, puisque parmi les mois où les décès sont d'ailleurs les moins nombreux, et avec lesquels le mois de juillet a tous les autres élémens de conservation en commun, ce mois se distingue uniquement par la plus grande abondance de calorique qu'il répand dans l'atmosphère.

En consultant les mêmes indications, on voit que l'absence de ce principe vital se fait le plus sentir en janvier. Il n'est donc pas étonnant, si *toutes choses étant d'ailleurs égales*, ce mois est celui où le fléau d'une grande mortalité se fait le plus vivement sentir. Mais la population des villes et celle des campa-

gnes sont-elles, sous tous les autres rapports, dans une même position? Je ne le pense pas. La population agglomérée des villes, tend à multiplier la débauche pendant la saison du désœuvrement bien plus que cela n'a lieu dans les habitations éparses des campagnes; et cette circonstance semble y précipiter le mouvement destructeur de la vie, qui d'ailleurs se préparerait probablement au milieu des privations pendant les rigueurs de l'hiver, et pourrait fort bien n'accomplir son cours que plus tard, dans les premiers mois du printemps. D'une autre part, il est dans l'ordre naturel des choses, que des forces déjà minées par la saison rigoureuse et les maux qui l'accompagnent, s'épuisent et s'éteignent sous la fatigue des travaux que l'agriculture réclame dans les campagnes, précisément au mois de mars, après plusieurs mois d'un long et triste repos. Il n'est pas impossible que la vivacité des sensations que le retour du printemps fait éprouver, et qui n'est dans les premiers temps jamais exempte de quelque sentiment de malaise qui se mêle à celui d'une meilleure existence, exerce encore à elle seule, une influence destructive sur l'organisation humaine, surtout à l'égard des constitutions déjà affaiblies. Sous ce rapport, la diminution relative de la mortalité, par rapport à la population totale, qui se fait sentir au mois de mars comparé au mois d'avril, est digne de fixer l'attention de l'observateur. D'après le tableau, elle descend subitement de 1,25 à 1,08, par conséquent, de 0,17, du premier au second de ces mois; tandis que la diminution successive depuis le mois d'avril jusqu'à celui de juillet, n'est que de 0,23, ou de moins de 0,08 en terme moyen par mois.

Mais peu à peu l'équilibre entre les sensations et les forces qui les éprouvent et qui doivent les supporter, se rétablit; et il paraît que le sentiment du bien-être physique, qui en résulte, et qui est sans doute l'un des grands ressorts de la propagation de l'espèce humaine, atteint son apogée au mois de mai, puisque les effets de la fécondité se manifestent le plus abondamment dans celui de février, et cela encore dans cette circonstance, d'une manière extrêmement remarquable.

Les naissances dans ce mois, comparées à celles de février, sont pour la population *générale* dans le rapport de 1,08 à 1,18, et donnent pour différence 0,10; tandis que la différence moyenne depuis le mois de juillet, époque du *minimum* des *naissances*, jusqu'à celui de février, époque du *maximum*, est seulement dans le rapport de 0,82 à 118, ce qui donne une différence totale de 0,36, et sur sept mois une moyenne d'accroissement mensuel d'environ 0,05.

Il paraît que jusqu'ici les lois de la mortalité et de la propagation s'expliquent assez naturellement. Il n'en est pas de même pour celle qui semble réserver le

minimum des *naissances* au mois de juillet, qui correspond pour l'époque de la conception à celui de novembre. Ce mois est assez généralement un des plus beaux de l'année dans nos contrées, et j'avoue que je ne peux me rendre compte d'aucune circonstance propre à expliquer le caractère singulièrement distinctif qui semble s'y rattacher, sous le rapport des conceptions.

Je terminerai cette note par quelques réflexions sur les résultats extrêmement curieux, que M. le professeur *Quetelet* a publiés dans son savant Mémoire, à l'égard de la loi des naissances considérée dans ses rapports avec la révolution diurne du globe terrestre. S'il existe en effet une semblable loi, comme cela n'est pas sans probabilité d'après les observations recueillies à ce sujet, il serait bien désirable, plutôt cependant dans les intérêts de la science proprement dite, que de l'administration et de l'économie politique, qu'elle fût bien positivement constatée et rigoureusement déterminée. Il doit paraître surtout bien remarquable, que les heures de midi et de minuit, c'est-à-dire, les époques du milieu et de la fin de la révolution diurne, semblent en quelque sorte arrêter les opérations de l'enfantement, et cela dans une proportion tout-à-fait extraordinaire. Il serait d'un haut intérêt d'éclairer ce mystère de la nature.

Malheureusement il est très-difficile de recueillir à cet égard des observations qui, par leur précision, puissent conduire à des résultats dignes d'une parfaite confiance. Le défaut de moyens pour répandre partout une connaissance suffisante de la véritable heure du jour, oppose à des recherches de cette espèce des obstacles qu'il est à peu près impossible de surmonter.

Note D. (Voyez page 149.)

La mortalité dans les dépôts de mendicité est en effet d'autant plus effrayante, que la population de ces établissemens exclut de son sein les premiers âges de la vie.

Il convient cependant de ne pas perdre de vue qu'une grande quantité de vieillards et d'infirmes, de toute espèce, peuplent ces maisons; et que l'état d'exténuation absolue auquel ils se trouvent le plus souvent réduits, lorsqu'ils y arrivent, y porte déjà le germe avancé d'une dissolution prochaine, et doit sans contredit être rangé au nombre des causes auxquelles il faut attribuer ce funeste résultat.

Cette dernière circonstance s'est surtout fait remarquer dans la désastreuse année de 1816. Une multitude de malheureux n'entrèrent alors dans les dépôts,

que pour y expirer peu de jours après leur arrivée ; et la plupart des autres périrent, les deux années suivantes, par des maladies de langueur.

D'une autre part, il n'est pas impossible que la transition subite des privations les plus affreuses à une alimentation qui, comparativement, peut paraître surabondante, exerce ici une influence d'autant plus déplorable, qu'avec un peu plus de précaution, elle pourrait être écartée.

Une troisième observation qui ne doit pas être passée sous silence, c'est que pour trouver les lois de la mortalité dans des établissemens dont la population est mobile, il ne suffit pas de comparer les décès au nombre de journées d'entretien, mais qu'il faut aussi faire attention aux nombres d'individus sur lesquels ce nombre de journées doit être réparti. Plus ce dernier nombre est grand, surtout dans les asiles de la misère et des infirmités humaines, plus les chances de la mortalité semblent devoir se multiplier.

Les observations sinistres qui viennent d'être faites au sujet des dépôts de mendicité, s'appliquent pareillement à beaucoup d'hospices, nommément à ceux des enfans trouvés et abandonnés. Les explications qui précèdent semblent être pareillement plus ou moins communes à ces établissemens. La suite du Mémoire de M. le professeur *Quetelet* prouve combien la mortalité est grande dans ces établissemens. Cette matière exige de plus amples recherches; il est permis de les attendre du patriotisme éclairé du chef du département ministériel, à qui la surveillance supérieure de ces institutions philanthropiques est confiée.

Ce qui n'est pas moins important, surtout au moment où la confection d'un nouveau code pénal se prépare dans ce royaume, c'est de répandre la plus grande lumière possible sur la mortalité dans les prisons.

La triste nécessité de faire concourir l'emploi de pénalités au maintien de l'ordre social, rend ces recherches du plus haut intérêt, pour fixer le choix du législateur sur la nature des peines dont l'adoption mérite la préférence.

La peine capitale est le dernier remède de la plus absolue nécessité. Elle doit être considérée comme exceptionnelle, et ne trouver d'application que dans le petit nombre de cas où le salut public l'exige impérieusement.

La pénalité des amendes ne peut guère s'appliquer qu'à la classe aisée de la société, c'est-à-dire, à celle où les délits graves et les grands crimes sont le moins fréquens.

Le bannissement est un moyen contre lequel la voix du bon voisinage et l'intérêt général de l'humanité font valoir de fortes objections. Il est à prévoir d'ailleurs, que la civilisation toujours croissante ne tardera pas à mettre un terme à

son emploi. Il est de l'intérêt de tout gouvernement de refuser l'admission du rebut des sociétés voisines : si cet intérêt incontestable vient jamais à prévaloir, il n'y aura plus que les bannis pour opinion politique ou religieuse qui trouveront à l'étranger un asile, et les malfaiteurs ordinaires, lorsque leur patrie les rejette de son sein, ne trouveront plus nulle part un refuge.

La flétrissure et la fustigation occupent encore une place dans plusieurs codes. A mon avis, il faudrait les en éliminer : ces peines dépassent, ce me semble, leur but ou ne l'atteignent point. L'homme que des circonstances malheureuses ont rendu coupable, leur préfère la mort. Elles endurcissent le cœur de l'homme dépravé et multiplient les obstacles qui empêchent son retour à des sentimens plus honnêtes, en dégradant l'humanité dans sa personne.

Séquestrer de la société l'individu qui en a troublé le repos ; utiliser la période plus ou moins prolongée de sa détention, dans l'intérêt de son amélioration morale ; l'assujettir pendant ce temps à une vie laborieuse, dans laquelle la société trouve une compensation pour ses frais d'entretien, et le détenu des moyens d'adoucir les rigueurs de la captivité : voilà sans doute le genre de pénalité le plus conforme aux besoins de l'ordre social, le moins avilissant pour l'humanité, le plus susceptible d'être gradué en raison de la gravité des délits, et que la nature des choses même, semble indiquer comme le plus équitable, et peut-être comme le plus efficace.

Pour obtenir les résultats avantageux que ce système est seul propre à réaliser, il faut sans doute un régime des prisons qui corresponde au but proposé. Cette vérité est depuis une vingtaine d'années vivement sentie en Angleterre, en France, et surtout dans le royaume des Pays-Bas. Nous devons à la sollicitude du roi, l'établissement d'un ordre de choses, dans l'organisation des prisons, non moins complet, qu'en harmonie dans tous ses détails ; ayant pour objet, non-seulement de tempérer équitablement ce que les pénalités offrent souvent d'excessif, mais encore de les diriger vers le grand et noble but d'amender le cœur du coupable, de lui faire contracter des habitudes honnêtes et de le rendre un jour sans danger à la société. Il est probable que, sous une sage direction, il deviendra peu dispendieux pour l'État et peut-être même productif pour le trésor. Au surplus, nulle dépense publique ne tient plus intimement au but le plus essentiel du contrat social, que celle qui a pour objet direct le maintien de la sûreté générale et particulière de l'État et des citoyens.

Mais si, sous tous ces rapports importans, le système de l'emprisonnement mérite la préférence sur toute autre espèce de pénalités ; il perdrait

en très-grande partie ses titres à cette préférence ; il exigerait sans contredit des modifications nouvelles dans ses principes d'organisation ; peut-être même qu'il faudrait, jusqu'à un certain point, renoncer à son fréquent emploi, s'il était prouvé que la vie de l'homme est considérablement abrégée par le séjour dans les prisons, lors même que leur régime est le plus sagement organisé.

On voit, par cette note, combien il importe de faire des recherches bien approfondies sur la mortalité de tous les établissemens, soit de bienfaisance, soit de répression, qui réunissent dans leurs enceintes, une population plus ou moins nombreuse, sous la loi d'une vie casanière et privée de l'influence conservatrice que le mouvement et le grand air exercent sur l'économie animale de l'espèce humaine (1).

---

(1) D'après des renseignemens que l'auteur de ces notes a eu occasion de se procurer depuis leur rédaction, il résulte que la mortalité a été, dans les trois grandes prisons, de :

Vilvorde	en 1824	de 47	sur une popul. moyen. de	1170	= 4,01 : 100	soit de	1/25
—	— 1825	— 38	— — — —	1094	= 3,47 —	— —	1/29
—	— 1826	— 39	— — — —	1027	= 3,80 —	— —	1/29
St.-Bernard.	1826	— 64(*)	— — — —	1383	= 4,63 —	— —	1/22
Gand	— 1826	— 26	— — — —	1144	= 2,27 —	— —	1/44
	Total.	214	Total.	5818	3,68		1/27

(*) Y compris 3 enfans en bas âge.

Ces renseignemens ne suffisent pas pour résoudre le grand problème qui vient d'être posé. Mais il est permis d'en induire, que s'il venait à conster par des recherches ultérieures, qu'en effet l'emprisonnement exerce une influence sensiblement funeste sur la santé et la vie de l'homme, le mal n'est au moins pas aussi grand, que la mortalité dans les dépôts de mendicité, dont il vient d'être parlé, semble l'indiquer au premier coup d'œil.

On voit au surplus, que le rapport de la mortalité dans la prison de *Gand* est resté, en 1826, *au-dessous* de celui qui existe entre la population générale du royaume et le nombre moyen des décès qui y ont lieu annuellement.

Lorsqu'on réfléchit sur les rapprochemens qui précèdent, on ne peut que sentir plus vivement l'utilité éminente de semblables recherches. La statistique, on ne saurait trop le répéter, est le flambeau de l'administration. C'est la science des faits; elle provoque à la méditation et à l'examen,

Note E. (Voyez page 159.)

Malgré toutes les objections qu'on élève contre le système de la régie, dans les prisons, il n'en est pas moins certain qu'il est plus paternel et moins dispendieux que celui des entreprises : je puis en parler par expérience. Placé en 1817 et 1818 à la tête de l'administration de la Flandre orientale, j'ai introduit à cette époque la régie dans la grande et belle maison de détention de *Gand*, et dès la première année, la dépense fut très-considérablement réduite; tandis qu'en même temps toutes les salles furent converties en ateliers, et que la condition des détenus obtint des améliorations sensibles dans le régime alimentaire, dans ceux des vêtemens, de la propreté et du bon ordre, et par rapport à l'instruction morale et religieuse. Vers le même temps, de semblables résultats ont été obtenus à *Leuwaarden*. Les mêmes principes, mais étendus et perfectionnés par une commission d'État, nommée par le roi pour l'organisation du régime des prisons, et dont j'eus l'honneur de faire partie, doivent recevoir aujourd'hui leur application dans toutes les prisons du royaume. Sous les auspices d'une sage surveillance, il est permis d'en attendre des résultats heureux.

Note F. (Voyez page 161.)

Ce dernier résultat ne semble point admissible; *examinons !*

On annonce que sur 635991 individus secourus à domicile, 125,030 l'auraient été pour la totalité de leurs besoins, 178,338 pour plus de moitié, et 332,623 pour moins de cette moitié.

L'entretien complet d'une personne adulte exige, dans nos contrées, au moins 72 florins. Mais dans le nombre des personnes secourues, il y a eu sans doute beaucoup d'enfans : en réduisant de ce chef le prix d'entretien, même à la moi-

---

par l'intérêt puissant que ses résultats et leur comparaison inspirent; elle porte le fonctionnaire, ami de l'humanité, à remonter des effets aux causes qui les produisent; et que ces causes soient de l'essence même des institutions sociales auxquelles elles se rattachent, ou bien qu'elles tiennent à des circonstances accidentelles qu'il est possible d'en écarter, la science qui nous dirige vers leur étude est bien plus propre que les plus brillantes théories, à guider l'homme d'État dans la carrière difficile de l'administration, à lui faire éviter les écueils dont elle est hérissée, et à préparer un bien-être toujours croissant dans l'ordre social.

tié du montant indiqué, soit à 36 fl., on aurait dépensé pour les 125,030 personnes secourues, pour la totalité de leurs besoins . . 4,501,080

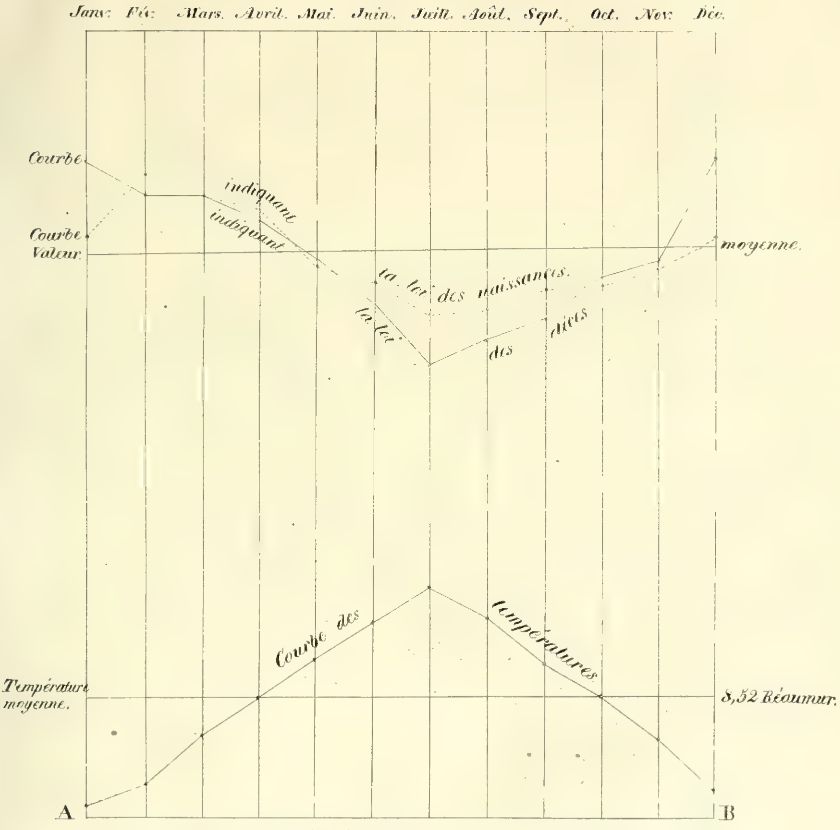
En portant, eu égard aux mêmes motifs de réduction, le prix des secours excédant la moitié des besoins à 20 fl., ce prix, appliqué à 178,338 individus, donnerait encore une dépense de. 2,566,760

Ensemble. 7,067,840

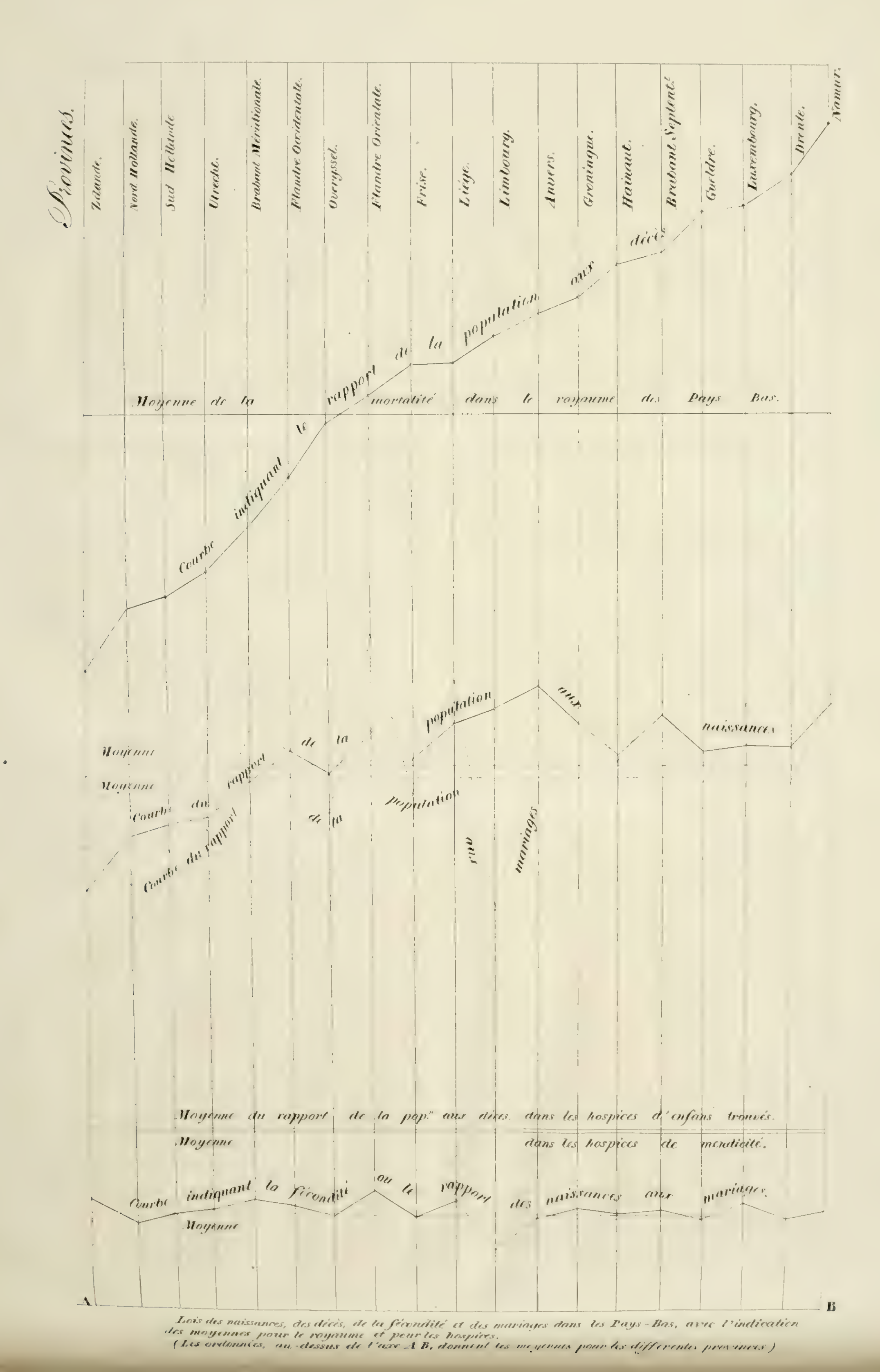
Or, la totalité des revenus affectés aux secours à domicile ne figure au tableau des recettes que pour 5,095,962

Il y a donc une insuffisance de revenu bien constatée, de. . . . 1,971,878 pour les deux premières classes des secourus; et la troisième, se composant de 332,623 malheureux, aurait dû rester exclue de toute participation aux secours.

FIN.



Lois des naissances et des décès à Bruxelles, pendant le cours d'une année, d'après 18 ans d'observation, comparées à la loi de variation des températures. (Les longueurs des perpendiculaires, audessus de la base **A B**, *représentent les valeurs des naissances, des décès et des températures.)*



Lois des naissances, des décès, de la fécondité et des mariages dans les Pays-Bas, avec l'indication des moyennes pour le royaume et pour les hospices.
(Les ordonnées, au-dessus de l'axe A B, donnent les moyennes pour les différentes provinces.)

MÉMOIRE

SUR

L'ÉQUILIBRE DES SYSTÈMES FLEXIBLES,

PAR M. PAGANI.

LU LE 24 FÉVRIER 1827.

MÉMOIRE

SUR

L'ÉQUILIBRE DES SYSTÈMES FLEXIBLES.

Dans les traités de mécanique, on ne considère ordinairement que des systèmes flexibles linéaires, savoir : ceux que l'on peut ramener aux polygones funiculaires. *Lagrange* nous a donné, dans la nouvelle édition de la *Mécanique analytique*, l'équation d'une surface flexible en équilibre, en la dérivant du principe des vitesses virtuelles, combiné avec la méthode des variations. M. *Poisson*, dans un Mémoire lu à l'Institut de France en 1814, s'est occupé aussi de la recherche de l'équation générale des surfaces flexibles en équilibre, en partant du principe des tensions qu'il avait déjà appliqué, dans sa *Mécanique*, à la théorie des polygones funiculaires. L'équation de M. *Poisson* est plus générale que celle de *Lagrange*, et elle paraît même convenir à tous les cas; mais M. le chevalier *Cisa De Gresy*, dans un Mémoire qui se trouve imprimé parmi ceux de l'Académie des sciences de Turin, pour l'année 1816, tâcha de prou-

ver que les formules de *Lagrange*, ainsi que celles de M. *Poisson*, ne pouvaient convenir au cas général de l'équilibre des surfaces flexibles. Ce savant professeur déduisit du principe des vitesses virtuelles, ou pour mieux dire, du calcul des variations, les équations de M. *Poisson*, en soumettant la variation de l'élément de la surface aux conditions que, selon lui, exige l'hypothèse d'après laquelle M. *Poisson* les avait trouvées.

Malgré les excellentes observations de M. le chevalier *De Gresy*, le sujet ne m'a pas paru tout-à-fait éclairci, et j'ai cru que je rendrais service à la science, si je parvenais à porter quelque lumière de plus sur un objet aussi délicat, et sur lequel *Lagrange* lui-même paraît n'avoir pas eu une idée complète. Je ferai observer ici, que la difficulté ne consiste point dans l'emploi du principe des vitesses virtuelles pour mettre ce problème en équation, mais bien dans l'usage de la méthode des variations, pour exprimer algébriquement les conditions qui dépendent de la nature du système. Ainsi le problème de l'équilibre des surfaces flexibles se rattache aux principes du calcul des variations, et par conséquent, à la théorie générale des *maxima* et des *minima*. Pour ces raisons, il est digne de fixer l'attention des algébristes, et l'on doit désirer que les développemens et les considérations se multiplient jusqu'à ce que le doute ait disparu.

Mais, comme d'un autre côté, les polygones funiculaires eux-mêmes ont reçu, de nos jours, une des plus importantes applications, puisque c'est d'après leur théorie que l'on

construit les ponts suspendus; j'ai pensé qu'il ne serait peut-être pas inutile de traiter ce sujet d'une manière beaucoup plus générale que l'on n'a fait jusqu'à présent, dans les ouvrages sur la mécanique. Enfin, le cas d'un *réseau funiculaire* n'ayant pas encore été considéré, je crois que l'on verra avec plaisir les formules générales qui se rapportent à l'équilibre d'un pareil système.

L'objet de ce Mémoire est donc de considérer l'équilibre des systèmes flexibles non élastiques, en ayant égard à une seule dimension, ou aux deux dimensions à la fois, ce qui fournit des systèmes flexibles *linéaires*, ou des *polygones funiculaires* et des systèmes flexibles *superficiels*, ou des *réseaux funiculaires*. La *chaînette* et une foule d'autres courbes, sont des cas particuliers des systèmes linéaires, tandis que les surfaces flexibles sont des cas particuliers des systèmes superficiels. Ainsi je divise le Mémoire en deux paragraphes : je traite des systèmes linéaires dans le premier, des systèmes superficiels dans le second, et je donne enfin, comme application des formules générales, l'équation différentielle de la surface d'une bulle d'air qui monte à travers une masse liquide homogène.

§ I.er

Système Flexible Linéaire.

1. Considérons d'abord un polygone funiculaire dont les

côtés sont inextensibles et sans masse, et dont les angles variables portent à leur sommet des masses quelconques, sollicitées par des forces accélératrices données. Soit n le nombre des côtés du polygone, et désignons par i, l'indice du rang d'un des côtés, en commençant par celui qui est le plus près de l'origine des coordonnées rectangulaires, auxquelles nous rapporterons la position de tous les sommets des angles, ainsi que les extrémités du premier et du dernier côté. Dénotons par Δm_i la masse qui est placée à l'extrémité du côté i, la plus voisine de l'origine; par X_i, Y_i, Z_i, les composantes parallèles aux coordonnées x_i, y_i, z_i, des forces accélératrices qui la sollicitent, et par Δs_i, la distance du sommet i au suivant $i+1$, dont les coordonnées seront x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}. Il est clair que nous aurons alors $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$, $\Delta y_i = y_{i+1} - y_i$, $\Delta z_i = z_{i+1} - z_i$, et

$$(1) \qquad \Delta s_i = \sqrt{\Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 + \Delta z_i^2}.$$

2. Cela posé, le principe connu des vitesses virtuelles nous fournit pour condition de l'équilibre du système que nous considérons, l'équation

$$(2) \qquad S\,(X_i\,\delta x_i + Y_i\,\delta y_i + Z_i\,\delta z_i)\,\Delta m_i + S\,P_i\,\delta.\Delta s_i = 0,$$

où P_i désigne une quantité inconnue que l'élimination doit

faire disparaître, et où le signe S indique une somme totale, prise depuis l'indice $i = 1$, qui se rapporte au premier bout du système, jusqu'à $i = n + 1$, indice du dernier bout.

3. Toute la difficulté consiste maintenant à réduire le terme $S\,\mathrm{P}_i\,\delta\Delta s_i$ en un autre de la forme $S(\alpha_i\,\delta x_i + \beta_i\,\delta y_i + \gamma_i\,\delta z_i)$; puisqu'alors, en substituant cette dernière expression dans l'équation (2), et en égalant séparément à zéro les coefficiens des variations des coordonnées, on obtiendra trois équations, et en éliminant l'inconnue P_i, on sera conduit à deux équations qui feront connaître les coordonnées de chaque angle du polygone dans sa position d'équilibre.

La transformation dont nous parlons, s'effectue aisément à l'aide des principes du calcul des variations, ainsi qu'on va le voir. Nous aurons premièrement

$$\delta\Delta s_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta s_i}\,\delta\Delta x_i + \frac{\Delta y_i}{\Delta s_i}\,\delta\Delta y_i + \frac{\Delta z_i}{\Delta s_i}\,\delta\Delta z_i;$$

et par suite

$$S\,\mathrm{P}_i\,\delta\Delta s_i = S\,\mathrm{P}_i\,\frac{\Delta x_i}{\Delta s_i}\,\delta\Delta x + S\,\mathrm{P}_i\,\frac{\Delta y_i}{\Delta s_i}\,\delta\Delta y_i + S\,\mathrm{P}_i\,\frac{\Delta z_i}{\Delta s_i}\,\delta\Delta z_i.$$

Observons maintenant que l'on doit avoir $\delta\Delta x_i = \Delta\delta x_i$, conformément aux principes des variations; par conséquent,

le terme $S\,P_i \frac{\Delta x_i}{\Delta s_i} \delta\Delta x_i$, étant après ce changement, intégré par parties, donnera

$$S\,P_i \frac{\Delta x_i}{\Delta s_i} \Delta.\delta x_i = P_{n+1} \frac{\Delta x_{n+1}}{\Delta s_{n+1}} \delta x_{n+1} - P_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta s_1} \delta x_1$$
$$- S\,\delta x_i\,\Delta.\ P_{i-1} \frac{\Delta x_{i-1}}{\Delta s_{i-1}}.$$

On trouvera de la même manière

$$S\,P_i \frac{\Delta y_i}{\Delta s_i} \Delta\delta y_i = P_{n+1} \frac{\Delta y_{n+1}}{\Delta s_{n+1}} \delta y_{n+1} - P_1 \frac{\Delta y_1}{\Delta s_1} \delta x_1$$
$$- S\,\delta y_i\,\Delta.\ P_{i-1} \frac{\Delta y_{i-1}}{\Delta s_{i-1}},$$

$$S\,P_i \frac{\Delta z_i}{\Delta s_i} \Delta\delta z_i = P_{n+1} \frac{\Delta z_{n+1}}{\Delta s_{n+1}} \delta z_{n+1} - P_1 \frac{\Delta z_1}{\Delta s_1} \delta z_1$$
$$- S\,\delta z_i\,\Delta.\ P_{i-1} \frac{\Delta z_{i-1}}{\Delta s_{i-1}}.$$

4. Substituons ces valeurs, à la place du terme $S\,P_i\,\delta\Delta s_i$, dans l'équation (2), et égalons séparément à zéro, les termes qui se trouvent hors du signe S, et ceux qui multiplient chaque variation des coordonnées sous le

même signe S; nous trouverons alors ces quatre équations

$$(3) \qquad X_i \Delta m_i - \Delta . P_{i-1} \frac{\Delta x_{i-1}}{\Delta s_{i-1}} = 0$$

$$(4) \qquad Y_i \Delta m_i - \Delta . P_{i-1} \frac{\Delta y_{i-1}}{\Delta s_{i-1}} = 0$$

$$(5) \qquad Z_i \Delta m_i - \Delta . P_{i-1} \frac{\Delta z_{i-1}}{\Delta s_{i-1}} = 0$$

$$P_{n+1} \frac{\Delta x_{n+1}}{\Delta s_{n+1}} \delta x_{n+1} + P_{n+1} \frac{\Delta y_{n+1}}{\Delta s_{n+1}} \delta y_{n+1} + P_{n+1} \frac{\Delta z_{n+1}}{\Delta s_{n+1}} \delta z_{n+1}$$

$$(6) - P_1 \frac{\Delta x_1}{\Delta s_1} \delta x_1 - P_1 \frac{\Delta y_1}{\Delta s_1} \delta y_1 - P_1 \frac{\Delta z_1}{\Delta s_1} \delta z_1 = 0.$$

Si les deux extrémités du polygone sont fixes, on aura nécessairement $\delta x_1 = \delta y_1 = \delta z_1 = 0$, et $\delta x_{n+1} = \delta y_{n+1} = \delta z_{n+1} = 0$; alors l'équation (6) étant satisfaite pour des valeurs quelconques attribuées à P_1 et à P_{n+1}, il restera encore, pour l'équilibre du système dans cette hypothèse, les trois équations précédentes qui seront suffisantes pour déterminer toutes les inconnues du problème.

5. En intégrant l'équation (3), et en changeant i en $i+1$, il viendra

$$P_i \frac{\Delta x_i}{\Delta s_i} = A + \Sigma\, X_{i+1} \Delta m_{i+1};$$

mais on sait, par le calcul inverse des différences, que

l'on doit avoir, en général, $S f(i) = \Sigma f(i+1)$, le signe S désignant la somme, tandis que le signe Σ est l'inverse du signe Δ des différences; on pourra donc écrire

$$(7) \qquad P_i \frac{\Delta x_i}{\Delta s_i} = A + S\, X_i\, \Delta m_i; \text{ et par suite,}$$

$$(8) \qquad P_i \frac{\Delta y_i}{\Delta s_i} = B + S\, Y_i\, \Delta m_i$$

$$(9) \qquad P_i \frac{\Delta z_i}{\Delta s_i} = C + S\, Z_i\, \Delta m_i,$$

A, B, C, étant des constantes arbitraires.

6. Pour comprendre la signification des quantités A, B, C, imaginons que l'on ait appliqué à chaque extrémité du polygone funiculaire, une force capable de remplacer celle qui résulte de la résistance du point fixe auquel chacune de ces extrémités est attachée. Dénotons par X', Y', Z', les trois composantes de cette force inconnue appliquée à la première extrémité du polygone, et par X'', Y'', Z'', les composantes de la force appliquée à la seconde extrémité. Il est aisé de voir que l'on aura $A = X'$, $B = Y'$ et $C = Z'$. De plus, il viendra

$$(10) \qquad \begin{aligned} X' + X'' + \mathop{S}_{i=2}^{i=n} X_i\, \Delta m_i &= 0 \\ Y' + Y'' + \mathop{S}_{i=2}^{i=n} Y_i\, \Delta m_i &= 0 \\ Z' + Z'' + \mathop{S}_{i=2}^{i=n} Z_i\, \Delta m_i &= 0; \end{aligned}$$

et ces formules serviront à la détermination de trois quantités inconnues parmi les six marquées, d'un ou de deux traits.

7. Éliminons P_i entre les équations (7) et (8), et les équations (7) et (9); nous aurons, en substituant pour A, B, C, les forces inconnues X', Y', Z',

$$(11) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{Y' + S\, Y_i\, \Delta m_i}{X' + S\, X_i\, \Delta m_i}$$

$$(12) \qquad \frac{\Delta z_i}{\Delta x_i} = \frac{Z' + S\, Z_i\, \Delta m_i}{X' + S\, X_i\, \Delta m_i}$$

Ces formules serviront à la construction du polygone funiculaire, quand les valeurs des quantités X', Y', Z' seront déterminées. Cette détermination serait très-facile si l'on connaissait l'une d'entre elles, et en même temps, la direction du premier côté du polygone. En effet, désignons par α, β, γ, les angles que fait cette direction avec les axes des x, y, z, et nous aurons les deux relations

$$(13) \qquad \begin{aligned} Z' \cos.\alpha - X' \cos.\gamma &= 0 \\ Y' \cos.\alpha - X' \cos.\beta &= 0, \end{aligned}$$

qui serviront à faire connaître deux des quantités X', Y', Z' en fonction de la troisième.

8. Ordinairement on connaît la position des deux extrémités du polygone et la longueur de chacun de ses côtés; alors les quantités X', Y' et Z' sont des fonctions incon-

nues de ces données; mais la détermination de ces fonctions n'est guère possible, en général, surtout lorsque le nombre des côtés du polygone est assez grand. Voici cependant quel serait la marche du calcul dans cette hypothèse.

Posons, pour abréger,

$$\xi_i = X' + S X_i \Delta m_i$$
$$v_i = Y' + S Y_i \Delta m_i$$
$$\zeta_i = Z' + S Z_i \Delta m_i,$$

et les formules (11) et (12) deviendront

$$\Delta y_i = \frac{v_i}{\xi_i} \Delta x_i \qquad \Delta z_i = \frac{\zeta_i}{\xi_i} \Delta x_i.$$

Substituons ces valeurs dans la formule (1), et nous aurons

$$\Delta s_i = \frac{\Delta x_i}{\xi_i} \sqrt{\xi_i^2 + v_i^2 + \zeta_i^2}.$$

Partant

$$\Delta x_i = \frac{\xi_i \Delta s_i}{\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2 + \zeta_i^2}}$$

$$\Delta y_i = \frac{v_i \Delta s_i}{\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2 + \zeta_i^2}}$$

$$\Delta z_i = \frac{\zeta_i \Delta s_i}{\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2 + \zeta_i^2}}.$$

En intégrant ces dernières formules, on obtient

$$x_i = \Sigma \frac{\xi_i \Delta s_i}{\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2 + \zeta_i^2}} + a$$

$$y_i = \Sigma \frac{v_i \Delta s_i}{\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2 + \zeta_i^2}} + b$$

$$z_i = \Sigma \frac{\zeta_i \Delta s_i}{\sqrt{\xi_i^2 + v_i^2 + \zeta_i^2}} + c.$$

Dénotons par $f(i), f'(i), f''(i)$, les intégrales générales des seconds membres de ces dernières équations; et passons aux intégrales définies, prises entre les limites $i = 1$ et $i = n + 1$; nous trouverons

$$x_{n+1} - x_1 = f(n+1) - f(1)$$

$$y_{n+1} - y_1 = f'(n+1) - f'(1)$$

$$z_{n+1} - z_1 = f''(n+1) - f''(1);$$

et ces équations serviront à la détermination des quantités X′, Y′, Z′; ensuite les formules (10) feront connaître les trois autres X″, Y″, Z″ qui se rapportent à la seconde extrémité du polygone.

9. Les formules qui se rapportent à l'équilibre d'un polygone, peuvent se transformer facilement en celles qui doivent avoir lieu lorsque le nombre des côtés devient infini.

Il suffit, pour cela, de supprimer l'indice i, de substituer le signe d au signe Δ, et de changer le signe S ou Σ, en $\int$. De cette manière les formules (7), (8) et (9), par exemple, deviendront

$$(14) \qquad P\frac{dx}{ds} = A + \int X\, dm$$

$$(15) \qquad P\frac{dy}{ds} = B + \int Y\, dm$$

$$(16) \qquad P\frac{dz}{ds} = C + \int Z\, dm;$$

qui sont, en effet, les équations connues pour l'équilibre d'une courbe funiculaire.

10. Pour donner maintenant quelques applications des formules trouvées plus haut, nous allons considérer le cas où toutes les masses sont uniquement sollicitées par la gravité, ce qui exige que le polygone soit tout entier dans le plan vertical qui passe par les deux points de suspension. Tirons, dans ce plan et par le premier point, deux droites, l'une horizontale, que nous prendrons pour axe des x, et l'autre verticale qui sera l'axe des y; les x positifs étant comptés dans la direction du premier point fixe au second, et les y positifs dans le sens de la pesanteur. Alors nous n'aurons besoin que de la formule (11), dans laquelle il faudra poser $X_i = 0$, $Y_i = g$, et qui devient par là,

$$(17) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{Y' + g\ S\Delta m}{X'}.$$

Supposons, pour simplifier le calcul, que toutes les masses soient égales à m, et en outre, que les côtés du polygone soient tous égaux à l, de sorte que l'on ait $\Delta s_i = l$; et si nous observons que l'on a $\Delta m_1 = 0$ et $\Delta m_{n+1} = 0$, il viendra $S\,\Delta m_i = m(i - 1)$. Les formules (10) nous fournissent, dans le cas actuel,

$$(18) \qquad \begin{aligned} & X' + X'' = 0 \\ & Y' + Y'' + gm(n-1) = 0; \end{aligned}$$

mais il est aisé de voir, par la disposition du système, que l'on doit avoir $Y'' = Y'$, et par suite $Y' = -\frac{gm(n-1)}{2}$.

Ces valeurs étant substituées dans la formule (17), la changeront dans la suivante

$$(19) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{gm(n + 1 - 2i)}{-2X'},$$

où il ne reste plus d'autre inconnue que la quantité X' qui dépend de la distance où se trouvent les deux extrémités du polygone funiculaire. Supposons, pour un moment, que cette distance soit telle que le premier côté du polygone fasse un angle de 45° avec l'axe des x; il est clair qu'on

devra avoir alors $X' = Y' = -\frac{gm(n-1)}{2}$; et la formule (19) deviendra

$$(20) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{n+1-2i}{n-1};$$

ce qui servira à construire tous les sommets des angles du polygone, en observant que l'on doit avoir aussi

$$(21) \qquad \Delta x_i^2 + \Delta y_i^2 = l^2.$$

11. Le cas que nous venons de résoudre, est le plus simple de tous ceux que l'on pourrait se proposer sur l'équilibre des polygones funiculaires chargés, à leurs angles, de masses pesantes; mais si l'on ne connaissait point la direction du premier côté du polygone, la quantité X' resterait inconnue, et serait une fonction de l'angle que fait cette direction avec les axes. Dénotons par θ la tangente trigonométrique de l'angle que fait la direction du premier côté du polygone avec l'axe des x, et nous aurons, par la seconde des formules (13), $\theta X' = Y'$, d'où l'on tire $X' = -\frac{gm(n-1)}{2\theta}$. Substituons cette valeur dans la formule (9), et nous obtiendrons la suivante

$$(22) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{\theta(n+1-2i)}{n-1},$$

qui, étant combinée avec l'équation (21), nous fournit les expressions

$$(23)\qquad \Delta x_i = \frac{l(n-1)}{\sqrt{(n-1)^2+\theta^2(n+1-2i)^2}}$$

$$(24)\qquad \Delta y_i = \frac{l\theta(n+1-2i)}{\sqrt{(n-1)^2+\theta^2(n+1-2i)^2}},$$

à l'aide desquelles on pourrait calculer les valeurs successives des coordonnées x_i, y_i, si la quantité θ était connue; et si l'on parvenait à intégrer les formules (23) et (24), on en déduirait la valeur de θ en fonction des coordonnées x_i et y_i. Mais il paraît que les méthodes actuelles sont insuffisantes pour arriver à l'intégrale générale des formules (23) et (24); et l'on peut ajouter que leur intégrale définie, qui est la seule nécessaire pour la résolution de notre problème, échappe aussi aux méthodes ordinaires du calcul inverse des différences. Il faut donc avoir recours aux approximations; et lorsque le nombre n est considérable, on peut obtenir une valeur très-approchée de θ, ainsi que nous allons voir.

12. Substituons au polygone funiculaire, une courbe homogène dont la masse soit égale à la somme des masses attachées au polygone; il est évident que l'angle dont θ exprime la tangente, doit différer très-peu de celui que ferait

avec l'axe des x, la tangente tirée au premier point de la courbe. Ainsi nous pouvons déterminer la valeur de θ d'une manière très-approchée, en faisant $n = \infty$ dans les formules (23) et (24), pourvu que nous posions $ln =$ const. $=$ L, longueur totale du polygone. Dénotons en outre par s la longueur de l'arc de la courbe correspondant à l'indice i, et nous aurons

$$\mathrm{L} : s :: n : i = \frac{ns}{\mathrm{L}}.$$

Cela posé, écrivons n à la place de $n - 1$ ou de $n + 1$, dans les formules (23) et (24), ce qui est indifférent puisque n est supposé infini; substituons $\frac{ns}{\mathrm{L}}$ à la place de i, et ds au lieu de l; supprimons les indices, et changeons le Δ en d; nous aurons après les réductions

$$(25) \qquad dx = \frac{ds}{\sqrt{1 + \theta^2\left(1 - \frac{2s}{\mathrm{L}}\right)^2}}$$

$$(26) \qquad dy = \frac{\theta\left(1 - \frac{2s}{\mathrm{L}}\right)ds}{\sqrt{1 + \theta^2\left(1 - \frac{2s}{\mathrm{L}}\right)^2}}$$

En intégrant cette dernière équation, on trouve immédiatement

$$y = const. - \frac{L}{2\theta}\sqrt{1+\theta^2\left(1-\frac{2s}{L}\right)^2};$$

et comme on doit avoir en même temps $s = 0$, $y = 0$, en supposant l'origine des coordonnées au premier point de la courbe, il vient

$$const. = \frac{L}{2\theta}\sqrt{1+\theta^2}.$$

Partant

$$(27)\quad y = \frac{L}{2\theta}\left\{\sqrt{1+\theta^2} - \sqrt{1+\theta^2\left(1-\frac{2s}{L}\right)^2}\right\}.$$

Or, en substituant L à la place de s, dans cette dernière équation, on doit avoir aussi $y = 0$, puisque le dernier point de la courbe est placé sur l'axe des x; donc

$$0 = \frac{L}{2\theta}\left\{\sqrt{1+\theta^2} - \sqrt{1+\theta^2}\right\};$$

mais cette dernière équation étant identiquement nulle, laisse la quantité θ indéterminée, ainsi qu'on aurait pu le

prévoir *à priori*; il faudra donc recourir à l'équation (25).

13. Pour intégrer cette équation, posons

$$a = \theta \left(1 - \frac{2s}{L} \right),$$

d'où il résulte $ds = -\frac{L}{2\theta} du$; et en substituant ces valeurs dans l'équation (25), nous aurons la suivante

$$dx = -\frac{L}{2\theta} \frac{du}{\sqrt{1 + u^2}},$$

dont l'intégrale est

$$x = const. - \frac{L}{2\theta} \log. (u + \sqrt{1 + u^2}).$$

La constante étant déterminée par la condition $x = 0$, $s = 0$, $u = \theta$, on trouvera

$$x = \frac{L}{2\theta} \log. \frac{\theta + \sqrt{1 + \theta^2}}{u + \sqrt{1 + u^2}}.$$

Soit $x = a$ l'abscisse connue du dernier point de la courbe, pour lequel on a $s = L$, et $u = -\theta$; cette dernière formule deviendra

$$a = \frac{L}{2\theta} log. \frac{\sqrt{1+\theta^2}+\theta}{\sqrt{1+\theta^2}-\theta},$$

ou, plus simplement,

$$(28) \qquad a = \frac{L}{\theta} log. (\theta + \sqrt{1+\theta^2}).$$

La formule à laquelle nous venons d'arriver, servira à faire connaître la quantité θ, en fonction des quantités L et a, dont la première représente la longueur totale du polygone funiculaire, et l'autre exprime la distance entre les deux points de suspension, ou l'*amplitude* de la courbe.

Cependant, il pourrait arriver que l'on connût la *flèche*, c'est-à-dire l'ordonnée du point le plus bas de la courbe, et l'*amplitude*, en laissant indéterminée la longueur totale du polygone ou de la courbe funiculaire. Alors, il faudra se servir de la formule (27), dans laquelle on fera $s = \frac{1}{2} L$, $y = b$, en désignant par b la flèche de la courbe; et l'on trouvera aisément

$$(29) \qquad L = \frac{2b\theta}{\sqrt{1+\theta^2}-1}.$$

Maintenant nous avons deux équations entre les quatre quantités a, b, L et θ; et lorsque deux de celles-ci seront

connues, les formules (28) et (29), serviront à la détermination des deux autres. Mais comme le plus souvent on connaît les deux quantités a et b, qui sont données par la nature du problème, voici deux nouvelles formules qui pourront faciliter la détermination des deux inconnues L et θ :

$$(30) \qquad a = \frac{L^2 - 4b^2}{4b} \log. \frac{L + 2b}{L - 2b}$$

$$(31) \qquad \theta = \frac{4bL}{L^2 - 4b^2}.$$

Après que l'on aura calculé L au moyen de la formule (30), on aura θ par la formule (31). Ces deux dernières formules donnent immédiatement les valeurs des quantités a et θ en fonction des deux autres; ainsi elles pourront servir avantageusement dans le cas où la longueur de la courbe et sa flèche seront données.

14. Si au lieu de faire Δs_i constant, nous supposons $\Delta x_i = h = const.$, la formule (22) nous donnera

$$(32) \qquad \Delta y_i = \frac{h\theta}{n - 1}(n + 1 - 2i);$$

et nous pourrons facilement exprimer y_i en fonction de l'indice. Ce cas revient évidemment à celui des ponts suspendus, lorsque la charge est distribuée uniformement dans le sens de la longueur du pont, ou de l'amplitude du polygone funiculaire.

En intégrant l'équation (32), on trouve

$$y_i = const. + \frac{h\theta}{n-1}\left\{(n+2)\,i - i^2\right\};$$

et en observant que l'on doit avoir $y_1 = 0$ la constante sera déterminée, et il viendra

$$(33)\qquad y_i = \frac{h\theta}{n-1}\left(-1-n+(n+2)\,i-i^2\right).$$

Maintenant il ne reste plus d'autre quantité inconnue que θ, que l'on pourra déterminer facilement lorsqu'on connaîtra une valeur de y_i correspondante à un indice donné. Supposons donc que $y_i = b$ soit la valeur de la plus grande ordonnée du polygone, ce qui doit avoir lieu lorsque $i = \frac{n+1}{2}$, en prenant pour i, le nombre entier immédiatement au-dessus du quotient, lorsque n est un nombre pair; on trouvera sans peine que la formule (33) doit se changer dans la suivante

$$(34)\qquad y_i = \frac{b}{k}\left(-1-n+(n+2)\,i-i^2\right),$$

en observant que l'on a $k = \frac{n^2}{4}$ lorsque n est pair, et $k = \frac{n^2-1}{4}$ lorsque n est impair. Cette formule pourra

servir à la construction de tous les sommets du polygone. Remarquons que la valeur de y_i est indépendante de l'amplitude et de la charge du polygone; et que celui-ci est inscrit dans un segment de parabole ordinaire, dont la relation entre les ordonnées $y = y_i$ et les abscisses $x = i - 1$, est exprimée par la formule (34).

Si le nombre des côtés du polygone était considérable, on pourrait supposer, sans erreur sensible, $n = \infty$; et si l'on observe que l'on a $i = \frac{nx}{a}$, en dénotant par a l'amplitude de la courbe, l'équation (32) deviendra

$$dy = \theta\left(1 - \frac{2x}{a}\right)dx;$$

et l'on en déduira facilement

$$y = \frac{4b}{a^2}(ax - x^2).$$

15. Nous avons supposé, au commencement de ce Mémoire, que les côtés du polygone étaient sans masse; mais si le système est formé par des verges inflexibles assemblées de manière que leurs bouts se joignent à l'aide des charnières, il est clair que, si les verges sont des prismes homogènes, cela revient à supposer à leur place, des droites inflexibles et sans masse, chargées au milieu par des masses

dont chacune est égale au poids de la verge où elle est appliquée. Pour résoudre, dans toute sa généralité, le problème qui se rapporte à l'équilibre d'un pareil système, je supposerai qu'il s'agit d'un polygone funiculaire, dont les côtés sont inflexibles et dont les sommets des angles et les milieux des côtés sont sollicités par des forces quelconques.

En conservant toutes les dénominations précédentes, je nommerai X_i', Y_i', Z_i' les composantes, selon les axes, des forces accélératrices qui sollicitent la masse $\Delta m_i'$ placée au milieu du côté dont la longueur est Δs_i, et je marquerai d'un trait, toutes les quantités qui se rapportent au milieu de chaque côté du polygone. D'après ces conventions, l'équation générale de l'équilibre d'un pareil système sera

$$S\,(X_i\,\delta x_i + Y_i\,\delta y_i + Z_i\,\delta z_i)\,\Delta m_i$$
$$+\ S\,(X_i'\,\delta x_i' + Y_i'\,\delta y_i' + Z_i'\,\delta z_i')\,\Delta m_i'$$
$$+\ S\,P_i\,\delta.\,\Delta s_i = 0.$$

Pour réduire les variations au plus petit nombre possible, observons d'abord que l'on doit avoir

$$x_i' = \frac{x_{i+1} + x_i}{2},\ y_i' = \frac{y_{i+1} + y_i}{2},\ z_i' = \frac{z_{i+1} + z_i}{2}$$

$$x'_{i-1} = \frac{x_i + x_{i-1}}{2},\ y'_{i-1} = \frac{y_i + y_{i-1}}{2},\ z'_{i-1} = \frac{z_i + z_{i-1}}{2}$$

etc. . . . .

Différentions maintenant ces équations, en retenant seulement les termes qui portent l'indice i, et substituons les valeurs des variations des coordonnées des milieux de chaque côté en fonction de celles des sommets des angles du polygone; l'équation ci-dessus, pourra alors être mise sous cette forme

$$S\left(X_i\,\Delta m_i + \frac{1}{2}X_i'\,\Delta m_i' + \frac{1}{2}X'_{i-1}\,\Delta m'_{i-1}\right)\delta x_i$$

$$+\quad S\left(Y_i\,\Delta m_i + \frac{1}{2}Y_i'\,\Delta m_i' + \frac{1}{2}Y'_{i-1}\,\Delta m'_{i-1}\right)\delta y_i$$

$$+\quad S\left(Z_i\,\Delta m_i + \frac{1}{2}Z_i'\,\Delta m_i + \frac{1}{2}Z'_{i-1}\,\Delta m'_{i-1}\right)\delta z_i$$

$$+\quad S\,P_i\,\delta.\,\Delta s_i = 0.$$

16. En opérant sur cette dernière équation comme nous l'avons fait sur l'équation (2), et n'ayant point égard aux termes qui se rapportent aux extrémités du polygone que nous supposerons fixes, on trouvera

$$\Delta.\,P_{i-1}\frac{\Delta x_{i-1}}{\Delta s_{i-1}} = X_i\Delta m_i + \frac{1}{2}X_i'\Delta m_i' + \frac{1}{2}X'_{i-1}\Delta m'_{i-1},$$

$$\Delta.\,P_{i-1}\frac{\Delta y_{i-1}}{\Delta s_{i-1}} = Y_i\Delta m_i + \frac{1}{2}Y_i'\Delta m_i' + \frac{1}{2}Y'_{i-1}\Delta m'_{i-1},$$

$$\Delta.\,P_{i-1}\frac{\Delta z_{i-1}}{\Delta s_{i-1}} = Z_i\Delta m_i + \frac{1}{2}Z_i'\Delta m_i' + \frac{1}{2}Z'_{i-1}\Delta m'_{i-1}.$$

En éliminant P_{i-1}, et en augmentant les indices d'une

unité, on trouvera facilement, comme à l'article 7, les deux formules

$$(35)\quad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{y' + S(\,Y_i \Delta m_i + \frac{1}{2} Y_i' \Delta m_i + \frac{1}{2} Y'_{i-1} \Delta m'_{i-1}\,)}{x' + S(\,X_i \Delta m_i + \frac{1}{2} X_i' \Delta m_i + \frac{1}{2} X'_{i-1} \Delta m'_{i-1}\,)}$$

$$(36)\quad \frac{\Delta z_i}{\Delta x_i} = \frac{z' + S(\,Z_i \Delta m_i + \frac{1}{2} Z_i' \Delta m'_i + \frac{1}{2} Z'_{i-1} \Delta m'_{i-1}\,)}{x' + S(\,X_i \Delta m_i + \frac{1}{2} X_i' \Delta m'_i + \frac{1}{2} X'_{i-1} \Delta m'_{i-1}\,)},$$

qui sont les analogues des formules (11) et (12), et dans lesquelles nous désignons par x', y', z', ce que dans les premières nous avons représenté par de grandes lettres.

17. Pour appliquer les dernières formules à un exemple, nous allons considérer un cas très-important pour son utilité, celui d'un polygone formé par des verges inflexibles et égales, dont tous les angles sont chargés, au sommet, par des poids égaux.

En disposant convenablement les axes, la formule (35) sera suffisante pour le cas que nous examinons; et il faudra poser $X_i = X'_i = X'_{i-1} = 0$, $Y_i = Y'_i = Y'_{i-1} = g$; ce qui la changera d'abord, dans la suivante

$$(37)\quad x' \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = y' + g\,S\,(\Delta m_i + \frac{1}{2} \Delta m_i' + \frac{1}{2} \Delta m'_{i-1}).$$

Maintenant, soit m la masse placée à chaque angle, m' étant celle de chaque côté du polygone; on aura visiblement

$$S\Delta m_i = m(i-1), S\Delta m'_i = m'i, S\Delta m'_{i-1} = m'(i-1),$$

$$y' = -\frac{g}{2}\left((m+m')n - m\right).$$

Faisons enfin, $x' = \frac{y'}{\theta}$, en dénotant par θ la tangente trigonométrique de l'angle que fait le premier côté du polygone avec l'axe des x, et nous aurons

$$(38) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{\theta(m+m')(n+1-2i)}{(m+m')(n-1)+m'}.$$

18. Si la masse m' est très-petite, relativement à la masse totale du système, ce qui est le cas le plus ordinaire, on pourra négliger le terme $+m'$ dans le dénominateur de cette dernière formule, qui se réduit, alors, plus simplement à

$$(22) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{\theta(n+1-2i)}{n-1},$$

formule identique avec celle de l'article 11. Ce résultat, assez remarquable, peut justifier notre supposition de l'article 12. Au reste, il serait facile de prouver que la différence

entre la valeur de θ, qui convient à l'hypothèse d'un polygone d'un grand nombre de côtés, et celle de cette quantité, lorsque le polygone se change en une courbe, n'est pas une quantité sensible. Il suffirait pour cela de se donner d'avance les valeurs de θ pour un polygone déterminé, et de calculer ensuite, par les formules de l'article 13, les valeurs des inconnues, pour être assuré qu'elles ne s'écartent pas beaucoup de celles qu'on avait supposées. Mais nous n'entreprendrons point ce calcul, qui n'offre aucune difficulté.

19. Enfin, si le polygone n'est pas chargé aux angles, on fera $m = 0$ dans la formule (38), et l'on aura

$$(39) \qquad \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{\theta(n + 1 - 2i)}{n}.$$

En comparant les deux formules (22) et (39), on voit la différence qui existe entre l'hypothèse d'un polygone chargé aux angles, et celle d'un polygone chargé au milieu de chaque côté. Les deux formules s'accordent à donner la même courbe lorsqu'on suppose $n = \infty$.

§ II.

Systèmes flexibles superficiels.

20. Supposons qu'on ait un réseau flexible, portant à chaque nœud une masse quelconque, sollicitée par des for-

ces accélératrices. On pourra regarder ce *réseau funiculaire*, comme un assemblage de deux files de polygones, se croisant les uns les autres, sous des angles quelconques. Dénotons par i, le rang d'un des polygones de la file transversale, et par j, celui d'un polygone quelconque de la file longitudinale. Le point d'intersection des deux polygones formera un nœud dont l'indice sera i, j, et auquel sera attachée une masse $\Delta m_{i,j}$ dont les forces accélératrices, selon les axes des coordonnées, seront désignées par $X_{i,j}$, $Y_{i,j}$, $Z_{i,j}$. Pour mieux fixer les idées, nous supposerons que la file longitudinale est disposée dans le sens des x, tandis que la file transversale est dans la direction de l'axe des y. Enfin, nommons $\Delta' s_{i,j}$ la distance de la masse $\Delta m_{i,j}$ à la suivante $\Delta m_{i+1,j}$, et $\Delta'' s_{i,j}$ la distance de la même masse $\Delta m_{i,j}$ à la suivante $\Delta m_{i,j+1}$.

Cela posé, on aura, pour l'équilibre du système que nous considérons, l'équation

$$(40) \quad SS\,(X_{i,j}\,\delta x_{i,j} + Y_{i,j}\,\delta y_{i,j} + Z_{i,j}\,\delta z_{i,j})\,\Delta m_{i,j}$$

$$+ SS\,P'_{i,j}\,\delta.\,\Delta' s_{i,j} + SS\,P''_{i,j}\,\delta.\,\Delta'' s_{i,j} = 0,$$

où $P'_{i,j}$, $P''_{i,j}$ sont des quantités inconnues; et l'on fera attention que l'on doit avoir

$$(41) \qquad \Delta' s_{i,j} = \sqrt{\Delta' x_{i,j}^2 + \Delta' y_{i,j}^2 + \Delta' z_{i,j}^2}$$

$$(42) \qquad \Delta'' s_{i,j} = \sqrt{\Delta'' x_{i,j}^2 + \Delta'' y_{i,j}^2 + \Delta'' z_{i,j}^2}.$$

On verra facilement que les Δ' désignent des différences partielles relatives à l'indice i, et que les Δ'' désignent des différences partielles, relatives à l'indice j.

21. En prenant les variations des formules (41) et (42), et en substituant les valeurs de leurs premiers membres dans l'équation (40), après avoir fait disparaître les différences des variations, conformément aux principes de la méthode des variations, on la changera dans celle-ci

$$
\begin{aligned}
(43)\quad SS\Bigg[\Bigg(&X_{i,j}\,\Delta m_{i,j} - \Delta'.\,P'_{i-1,j}\,\frac{\Delta' x_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} \\
&- \Delta''.\,P_{i,j-1}\,\frac{\Delta'' x_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}}\Bigg)\delta x_{i,j} \\
+ \Bigg(&Y_{i,j}\,\Delta m_{i,j} - \Delta'.\,P'_{i-1,j}\,\frac{\Delta' y_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} \\
&- \Delta''.\,P''_{i,j-1}\,\frac{\Delta'' y_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}}\Bigg)\delta y_{i,j} \\
+ \Bigg(&Z_{i,j}\,\Delta m_{i,j} - \Delta'.\,P'_{i-1,j}\,\frac{\Delta' z_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} \\
&- \Delta''.\,P''_{i,j-1}\,\frac{\Delta'' z_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}}\Bigg)\delta z_{i,j}\Bigg] = 0.
\end{aligned}
$$

Si le *réseau funiculaire* est fixé dans son contour, et si les variations des coordonnées de chaque nœud sont arbitraires, l'équation (43) se décomposera dans les suivantes,

qui seront suffisantes pour la détermination de la position de tous les nœuds du système (44), (45), (46),

$$X_{i,j}\Delta m_{i,j} - \Delta'.P'_{i-1,j}\frac{\Delta' x_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} - \Delta''.P''_{i,j-1}\frac{\Delta'' x_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}} = 0$$

$$Y_{i,j}\Delta m_{i,j} - \Delta'.P'_{i-1,j}\frac{\Delta' y_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} - \Delta''.P''_{i,j-1}\frac{\Delta'' y_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}} = 0$$

$$Z_{i,j}\Delta m_{i,j} - \Delta'.P'_{i-1,j}\frac{\Delta' z_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} - \Delta''.P''_{i,j-1}\frac{\Delta'' z_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}} = 0.$$

22. Ces dernières formules sont trop générales pour espérer qu'elles puissent conduire aux valeurs explicites des diverses coordonnées des nœuds du *réseau funiculaire*. Supposons donc, pour les simplifier, que tous les côtés des polygones longitudinaux soient égaux à l', et que tous ceux des polygones latéraux soient égaux à l''. En outre, supposons que toutes les masses soient égales à m, et uniquement sollicitées par la gravité g. En prenant l'axe des z vertical et dirigé de haut en bas, on aura

$$X_{i,j} = 0,\ Y_{i,j} = 0,\ Z_{i,j} = g,$$

$$\Delta' s_{i,j} = l',\ \Delta'' s_{i,j} = l'',\ \Delta m_{i,j} = m;$$

et les dernières formules donneront (47), (48), (49),

$$l''\,\Delta'.P'_{i-1,j}\,\Delta' x_{i-1,j} + l'\,\Delta''.P''_{i,j-1}\,\Delta'' x_{i,j-1} = 0$$

$$l'' \Delta'. P'_{i-1,j} \Delta' y_{i-1,j} + l' \Delta''. P''_{i,j-1} \Delta'' y_{i,j-1} = 0$$

$$l'' \Delta'. P'_{i-1,j} \Delta' z_{i-1,j} + l' \Delta''. P''_{i,j-1} \Delta'' z_{i,j-1} = l'l''gm.$$

Ces formules pourront servir à la construction du *réseau funiculaire* pesant, après que l'on aura déterminé la position de son contour, par rapport aux axes des coordonnées, et que l'on aura éliminé les inconnues P' et P''. Ces calculs seraient encore extrêmement longs, si le nombre des nœuds était un peu considérable. Pour cette raison, nous ne les entreprendrons point ici, et nous nous contenterons de déduire de ces dernières formules, l'équation générale du polygone funiculaire pesant.

23. Prenons les axes des x et des z dans le plan du polygone dont on veut avoir l'équation; alors les formules (47) et (49) seront suffisantes, et il faudra faire j constant dans l'une et dans l'autre, ce qui les changera d'abord dans les suivantes :

$$\Delta'. P_{i-1,j} \Delta' x_{i-1,j} = 0$$

$$l'gm - \Delta'. P'_{i-1,j} \Delta' z_{i-1,j} = 0,$$

ou, plus simplement, en supprimant les accens et l'indice j,

$$\Delta. P_{i-1} \Delta x_{i-1} = 0$$

$$lgm - \Delta.\ P_{i-1}\ \Delta z_{i-1} = 0.$$

Ces équations étant intégrées, en observant qu'au premier point, où l'indice i est égal à l'unité, il n'y a point de masse, on trouvera aisément

$$P_i\, \Delta x_i = A$$

$$P_i\, \Delta z_i = C + lgm\,(i - 1),$$

A et C étant deux constantes arbitraires.

Éliminons P_i, et changeons les constantes A et C dans celles-ci lX' et lZ'; nous aurons après la réduction,

$$\frac{\Delta z}{\Delta x_i} = \frac{Z' + mg\,(i - 1)}{X'};$$

résultat qui coïncide avec la formule (17).

24. L'équation (43) suppose que les divers polygones, qui forment le réseau funiculaire, sont dépourvus de largeur, ou pour mieux dire, qu'ils sont des fils flexibles et inextensibles. Mais si ces polygones étaient formés par des espèces de lisières ayant une certaine largeur constante ou variable selon une loi donnée, alors il faudrait faire entrer cette largeur en calcul, et l'introduire dans l'équation générale de l'équilibre. Nommons à cet effet $\beta'_{i,j}$ la largeur du polygone longitudinal près du nœud i, j, et $\beta''_{i,j}$ celle du

polygone transversal au même point; il suffira d'écrire $P'_{i,j}\,\theta'_{i,j}$ et $P''_{i,j}\,\theta''_{i,j}$, à la place de $P'_{i,j}\,P''_{i,j}$, dans la formule (43), et l'on obtiendra tout de suite, les formules

$$(50)\qquad X_{i,j}\Delta m_{i,j} - \Delta'.\,P'_{i-1,j}\,\theta'_{i-1,j}\frac{\Delta' x_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} - \Delta''.\,P''_{i,j-1}\,\theta''_{i,j-1}\frac{\Delta'' x_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}} = 0$$

$$(51)\qquad Y_{i,j}\Delta m_{i,j} - \Delta'.\,P'_{i-1,j}\,\theta'_{i-1,j}\frac{\Delta' y_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} - \Delta''.\,P''_{i,j-1}\,\theta''_{i,j-1}\frac{\Delta'' y_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}} = 0$$

$$(52)\qquad Z_{i,j}\Delta m_{i,j} - \Delta'.\,P'_{i-1,j}\,\theta'_{i-1,j}\frac{\Delta' z_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}} - \Delta''.\,P''_{i,j-1}\,\theta''_{i,j-1}\frac{\Delta'' z_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}} = 0,$$

qui se rapportent à l'équilibre du réseau formé par des lisières flexibles et inextensibles.

25. De même que nous avons déduit, des formules qui se rapportent au polygone funiculaire, les équations de l'équilibre de la courbe funiculaire, de même nous pouvons

déduire, des dernières formules, les équations de l'équilibre de la surface flexible.

Pour passer donc du réseau flexible à la surface, observons d'abord que les rapports $\frac{\Delta' x_{i-1,j}}{\Delta' s_{i-1,j}}$, $\frac{\Delta'' x_{i,j-1}}{\Delta'' s_{i,j-1}}$, désignent les cosinus des angles que font, avec l'axe des x, les directions des côtés $\Delta' s_{i-1,j}$, $\Delta'' s_{i,j-1}$, angles que nous dénoterons par α, α'; et la même chose doit s'entendre des quantités analogues qui entrent dans les équations (51) et (52), en nommant β, β', γ, γ' les angles correspondans.

Supposons maintenant que toutes les lisières longitudinales soient disposées parallèlement au plan des x, z, et que toutes les lisières transversales soient dans des plans parallèles à celui des y, z. Rapprochons les lisières de manière à former une étendue continue, et multiplions les côtés à l'infini, tandis que leurs longueurs, ainsi que leurs largeurs, deviennent infiniment petites. Il est clair que l'ensemble des lisières formera alors une surface flexible, et que chacune d'elles ne sera autre chose qu'une zône de la même surface, comprise entre deux plans infiniment voisins et parallèles au plan des x, z, ou à celui des y, z. Pour exprimer algébriquement toutes ces circonstances, il faudra supprimer les indices et changer les Δ en d, les Δ' en différentielles partielles, prises en faisant varier seulement x, et les Δ'' en différentielles partielles relatives à la seule variable y; alors $\Delta m_{i,j}$ deviendra $dm =$

K$dxdy$, en posant, pour abréger, $p = \frac{dz}{dx}$, $q = \frac{dz}{dy}$, et $K = \sqrt{1 + p^2 + q^2}$. Enfin, en divisant tous les termes par $dxdy$, et en observant que l'on doit avoir $\varepsilon' = dy\sqrt{1 + q^2}$, $\varepsilon'' = dx\sqrt{1 + p^2}$, on trouvera

$$KX - \frac{d}{dx}\left(P\,cos.\,\alpha\sqrt{1 + q^2}\right) - \frac{d}{dy}\left(P'\,cos.\,\alpha'\sqrt{1 + p^2}\right) = 0$$

$$KY - \frac{d}{dx}\left(P\,cos.\,\beta\sqrt{1 + q^2}\right) - \frac{d}{dy}\left(P'\,cos.\,\beta'\sqrt{1 + p^2}\right) = 0$$

$$KZ - \frac{d}{dx}\left(P\,cos.\,\gamma\sqrt{1 + q^2}\right) - \frac{d}{dy}\left(P'\,cos.\,\gamma'\sqrt{1 + p^2}\right) = 0.$$

Ces équations coïncident avec celles de M. *Poisson*; et il nous serait très-facile, ainsi que ce savant géomètre l'a pratiqué, d'exprimer les cosinus qui entrent dans ces équations, en fonction des coëfficiens différentiels p et q; mais

on peut trouver les équations différentielles de la surface flexible en équilibre d'une manière plus directe et beaucoup plus expéditive, en combinant le principe des vitesses virtuelles avec la méthode des variations. C'est ce que nous allons entreprendre.

26. En conservant les notations de l'article précédent, l'équation d'une surface flexible en équilibre, sera donnée, d'après le principe des vitesses virtuelles, par la formule

$$(53) \qquad SS\,(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)\,dm = 0,$$

pourvu que les variations des coordonnées satisfassent à la condition qui résulte de l'inextensibilité de la surface flexible. Or, en vertu de cette condition, on doit avoir $SS\,dxdy\sqrt{1+p^2+q^2}$ égale à une constante, si l'on prend l'intégrale double, dans toute l'étendue de la surface. En supposant la surface homogène et également épaisse, on peut faire $dm = dxdy\sqrt{1+p^2+q^2} = Kdxdy$; par conséquent, la condition du système sera exprimée par l'équation

$$SS\,\delta.dm = 0.$$

Si nous suivions la règle de *Lagrange*, nous devrions ajouter, au premier membre de l'équation (53), le terme $SS\,P\,\delta.dm$, où P désigne une quantité inconnue, et éga-

ler ensuite séparément à zéro, les termes qui multiplient chacune des variations des coordonnées, après que l'on aurait réduit le terme SS P$\delta.dm$, à la forme SS $(\alpha\delta x + \beta\delta y + \gamma\delta z)$, conformément aux principes de la méthode des variations. Ce raisonnement paraît fondé, et fut même employé par *Lagrange*, pour trouver l'équation de la surface flexible en équilibre. Cependant, l'équation à laquelle a été conduit ce grand géomètre, n'est pas l'équation générale, comme l'a prouvé M. *Poisson* en donnant la sienne, qu'il a dérivée d'un autre principe. D'où vient donc que le principe des vitesses virtuelles, combiné avec la méthode des variations, ne conduit pas à l'équation générale des surfaces flexibles, comme il conduit directement à celles d'une courbe funiculaire quelconque, en équilibre? Cette objection a été détruite, en partie, par les observations savantes de M. *De Grésy*, dans le Mémoire que nous avons cité au commencement; mais il nous semble que M. *De Grésy* ne démontre pas suffisamment que l'équation de M. *Poisson*, ainsi que celle de *Lagrange*, ne sont que des solutions pour des cas particuliers de l'équilibre de la surface flexible. Je ne partage point l'avis de ce savant professeur sur ce point, et je crois pouvoir affirmer que l'équation à laquelle M. *Poisson* est parvenu, est générale et peut servir dans toutes les suppositions que l'on pourrait faire, sur la manière dont la surface flexible serait soumise à l'action des forces accélératrices. Il suffira, pour le prouver, d'obtenir directement les mêmes formules, d'après les prin-

cipes de la méthode des variations combinée avec celui des vitesses virtuelles, en ayant égard à la seule condition de l'invariabilité de l'élément, sans aucune autre restriction.

27. L'élément dm est une fonction implicite des variables x et y arbitraires et indépendantes; ainsi la variation de cette fonction doit être nulle, soit que l'on fasse varier simplement x, soit que l'on fasse varier simplement y, soit enfin, que l'on fasse varier ces deux quantités à la fois. Or, cela ne peut avoir lieu, à moins que l'on ait séparément $\frac{d\delta m}{dx} = 0$, $\frac{d\delta m}{dy} = 0$; ce qui conduira nécessairement à $\frac{d.\delta m}{dx} dx + \frac{d.\delta m}{dy} dy = d.\delta m = \delta.dm = 0$. Ce n'est donc point seulement le terme $SS\,\mathrm{P}\,\delta.dm$ qu'il faut ajouter au premier membre de l'équation (53), mais bien les deux termes $SS\,\mathrm{P}\,\frac{d\delta m}{dx} dx$ et $SS\,\mathrm{P}'\,\frac{d\delta m}{dy} dy$; les quantités P et P' désignant deux inconnues arbitraires. Alors l'équation d'équilibre de la surface flexible se déduira de la suivante

$$(54)\qquad SS\,(\mathrm{X}\delta x + \mathrm{Y}\delta y + \mathrm{Z}\delta z)\,\mathrm{K}dxdy$$

$$+ SS\,\mathrm{P}\,\frac{d\delta m}{dx}\,dx + SS\,\mathrm{P}'\,\frac{d\delta m}{dy}\,dy = 0,$$

après que l'on aura réduit les variations conformément aux

principes connus de cette méthode. Ceci n'est plus maintenant qu'une affaire de calcul.

28. En nous rappelant que l'on a $dm = \mathrm{K}dxdy$, on trouvera facilement

$$d\delta m = dxdy \left\{ \delta\mathrm{K} + \mathrm{K}\left(\frac{d\delta x}{dx} + \frac{d\delta y}{dy} \right) \right\};$$

$$\mathrm{K}\delta\mathrm{K} = p\delta p + q\delta q$$

$$\delta p = \frac{d\delta z}{dx} - p\frac{d\delta x}{dx} - q\frac{d\delta y}{dx}$$

$$\delta q = \frac{d\delta z}{dy} - p\frac{d\delta x}{dy} - q\frac{d\delta y}{dy}.$$

Partant $\mathrm{K}\delta\mathrm{K} = p\dfrac{d\delta z}{dx} - p^2\dfrac{d\delta x}{dx} - pq\dfrac{d\delta y}{dx}$

$$+ q\frac{d\delta z}{dy} - q^2\frac{d\delta y}{dy} - pq\frac{d\delta x}{dy},$$

$$d\delta m = \frac{dxdy}{\mathrm{K}}\left\{ p\frac{d\delta z}{dx} + (\mathrm{K}^2 - p^2)\frac{d\delta x}{dx} - pq\frac{d\delta y}{dx} \right.$$

$$\left. + q\frac{d\delta z}{dy} + (\mathrm{K}^2 - q^2)\frac{d\delta y}{dy} - pq\frac{d\delta x}{dy} \right\};$$

d'où il suit, à cause de $K^2 = 1 + p^2 + q^2$,

$$\frac{d\delta m}{dx} = \frac{dy}{K} \left\{ p \frac{d\delta z}{dx} + (1 + q^2) \frac{d\delta x}{dx} - pq \frac{d\delta y}{dx} \right\}$$

$$\frac{d\delta m}{dy} = \frac{dx}{K} \left\{ q \frac{d\delta z}{dy} + (1 + p^2) \frac{d\delta y}{dy} - pq \frac{d\delta x}{dy} \right\}.$$

Nous aurons, en conséquence,

$$SS\,P\frac{d\delta m}{dx}\,dx = SS\,\frac{Pp}{K}\,\frac{d\delta z}{dx}\,dxdy$$

$$+ SS\,\frac{P(1 + q^2)}{K}\,\frac{d\delta x}{dx}\,dxdy$$

$$- SS\,\frac{Ppq}{K}\,\frac{d\delta y}{dx}\,dxdy;$$

et l'intégration par parties changera le second membre de cette équation, de manière à avoir, en négligeant les termes qui se rapportent aux limites des intégrales,

$$SS\,\mathrm{P}\frac{d\delta m}{dx}\,dx = -\,SS\,\frac{d}{dx}\,\frac{\mathrm{P}p}{\mathrm{K}}\,dxdy\delta z$$

$$-\,SS\,\frac{d}{dx}\,\frac{\mathrm{P}(1+q^2)}{\mathrm{K}}\,dxdy\delta x$$

$$+\,SS\,\frac{d}{dx}\,\frac{\mathrm{P}pq}{\mathrm{K}}\,dxdy\delta y.$$

On trouvera pareillement

$$SS\,\mathrm{P}'\frac{d\delta m}{dy}\,dy = -\,SS\,\frac{d}{dy}\,\frac{\mathrm{P}'q}{\mathrm{K}}\,dxdy\delta z$$

$$-\,SS\,\frac{d}{dy}\,\frac{\mathrm{P}'(1+p^2)}{\mathrm{K}}\,dxdy\delta y$$

$$+\,SS\,\frac{d}{dy}\,\frac{\mathrm{P}'pq}{\mathrm{K}}\,dxdy\delta x.$$

Substituons les valeurs des premiers membres de ces dernières équations dans l'équation (54), et égalons ensuite à zéro les coëfficiens des variations δx, δy, δz; nous aurons enfin,

$$\mathrm{KX} - \frac{d}{dx}\,\frac{\mathrm{P}(1+q^2)}{\mathrm{K}} + \frac{d}{dy}\,\frac{\mathrm{P}'pq}{\mathrm{K}} = 0$$

$$KY - \frac{d}{dy}\frac{P'(1+p^2)}{K} + \frac{d}{dx}\frac{Ppq}{K} = 0$$

$$KZ - \frac{d}{dx}\frac{Pp}{K} - \frac{d}{dy}\frac{P'q}{K} = 0.$$

Ces équations, que nous aurions pu très-aisément déduire de celles de l'article 25, ont été données pour la première fois, par M. *Poisson*, dans un Mémoire sur les *surfaces élastiques*, que nous avons déjà cité.

29. La manière dont nous les avons dérivées du principe des vitesses virtuelles, ne doit plus laisser aucun doute sur leur généralité, et doit même servir à faire mieux comprendre pourquoi ces dernières équations ne peuvent pas s'appliquer immédiatement au cas d'une surface flexible de révolution; tandis que la chose a lieu très-facilement lorsqu'on fait $P' = P$; ce qui les change dans les équations de *Lagrange*. En effet, aussitôt que l'on exige que la surface soit de révolution, on introduit la condition $py - qx = 0$; ce qui établit une relation entre les deux variables x et y. Dès lors, ces variables ne sont plus indépendantes, et l'on ne peut plus supposer séparément $\frac{d\delta m}{dx} = 0$, et $\frac{d\delta m}{dy} = 0$; mais on doit seulement avoir $\frac{d\delta m}{dx}dx + \frac{d\delta m}{dy}dy = \delta dm = 0$. Ceci exige que l'on fasse $P' = P$; et voilà pourquoi en

introduisant cette égalité dans les dernières formules, on peut ensuite les transformer conformément à la condition $py - qx = 0$.

30. Pour mieux éclaircir ce sujet, je vais chercher les équations d'équilibre de la surface flexible, en rapportant tous ses points à trois nouvelles coordonnées ζ, ρ et φ, la première, parallèle à l'axe des z, et les deux autres déterminées par les relations $x = \rho \cos.\varphi$, $y = \rho \sin.\varphi$. Nommons, pour ce nouveau système d'axes, F la force accélératrice de l'élément dm, dans le sens des φ, R celle du même élément, et qui agit dans le sens des ρ; enfin, Z celle qui agit dans le sens des ζ. En faisant, pour abréger, $\frac{d\zeta}{d\rho} = z$, $\frac{d\zeta}{d\varphi} = z'$, $\sqrt{1 + z^2 + \frac{z'^2}{\rho^2}} = \psi$, on trouve $dm = \psi\rho d\rho d\varphi$; et l'on aura, pour l'équilibre de la surface, l'équation

$$(55) \qquad SS\,(F\delta\varphi + R\delta\rho + Z\delta\zeta)\,\psi\rho d\rho d\varphi$$

$$+ SS\,\pi\,\frac{d\delta m}{d\rho}\,d\rho + SS\,\pi'\,\frac{d\delta m}{d\varphi}\,d\varphi = 0,$$

les lettres π et π', désignant des quantités inconnues et indéterminées.

En opérant conformément aux principes de la méthode des variations, nous trouverons successivement :

$$d\delta m = \psi\rho d\rho d\varphi \left\{ \frac{\delta\psi}{\psi} + \frac{\delta\rho}{\rho} + \frac{d\delta\rho}{d\rho} + \frac{d\delta\varphi}{d\varphi} \right\}$$

$$\delta\psi = \frac{1}{\psi} \left\{ z\delta z + \frac{z'}{\rho^2}\,\delta z' - \frac{z'^2}{\rho^3}\,\delta\rho \right\}$$

$$\delta z = \frac{d\delta\zeta}{d\rho} - z\,\frac{d\delta\rho}{d\rho} - z'\,\frac{d\delta\varphi}{d\rho}$$

$$\delta z' = \frac{d\delta\zeta}{d\varphi} - z\,\frac{d\delta\rho}{d\varphi} - z'\,\frac{d\delta\varphi}{d\varphi}.$$

Partant :

$$\delta\psi = \frac{1}{\psi}\left(z\,\frac{d\delta\zeta}{d\rho} - z^2\,\frac{d\delta\rho}{d\rho} - zz'\,\frac{d\delta\varphi}{d\rho} \right)$$

$$+ \frac{1}{\psi\rho^2}\left(z'\,\frac{d\delta\zeta}{d\varphi} - zz'\,\frac{d\delta\rho}{d\varphi} - z'^2\,\frac{d\delta\varphi}{d\varphi} \right)$$

$$- \frac{2z'^2}{\psi\rho^3}\,\delta\rho,$$

$$d\delta m = \frac{d\rho d\varphi}{\psi} \left\{ \left(\psi^2 - \frac{z'^2}{\rho^2} \right) d\rho + \rho\,\psi^2\,\frac{d\delta\rho}{d\rho} \right.$$

$$+ \rho z \frac{d\delta\zeta}{d\rho} - \rho z^2 \frac{d\delta\rho}{d\rho} - \rho z z' \frac{d\delta\varphi}{d\rho}$$

$$+ \frac{z'}{\rho} \frac{d\delta\zeta}{d\varphi} - \frac{zz'}{\rho} \frac{d\delta\rho}{d\psi} - \frac{z'^2}{\rho} \frac{d\delta\varphi}{d\varphi}$$

$$+ \rho\psi^2 \frac{d\delta\varphi}{d\varphi} \Big\}.$$

Mais en observant que l'on a $\psi^2 = 1 + z^2 + \frac{z'^2}{\rho^2}$, on obtiendra facilement

$$\frac{d\delta m}{d\rho} = \frac{d\varphi}{\psi} \Big\{ (1 + z^2)\,\delta\rho + \rho \left(1 + \frac{z'^2}{\rho^2}\right) \frac{d\delta\rho}{d\rho}$$

$$+ \rho z \frac{d\delta\zeta}{d\rho} - \rho z z' \frac{d\delta\varphi}{d\rho} \Big\}$$

$$\frac{d\delta m}{d\varphi} = \frac{d\rho}{\psi} \Big\{ \rho (1 + z^2) \frac{d\delta\varphi}{d\varphi} + \frac{z'}{\rho} \frac{d\delta\zeta}{d\varphi}$$

$$- \frac{zz'}{\rho} \frac{d\delta\rho}{d\varphi} \Big\}.$$

A l'aide de ces valeurs, on transformera facilement les

termes $SS\pi \frac{d\delta m}{d\rho} d\rho$, $SS\pi' \frac{d\delta m}{d\varphi} d\varphi$, en d'autres, où les variations seront dégagées des signes de la différentiation, et leur substitution dans l'équation (55) fournira les équations

$$F\psi\rho - \frac{d}{d\varphi} \frac{\pi'\rho(1+z^2)}{\psi} + \frac{d}{d\rho} \frac{\pi\rho z z'}{\psi} = 0$$

$$R\psi\rho + \frac{\pi(1+z^2)}{\psi} - \frac{d}{d\rho} \frac{\pi(\rho^2+z'^2)}{\psi\rho} + \frac{d}{d\varphi} \frac{\pi' z z'}{\psi\rho} = 0$$

$$Z\psi\rho - \frac{d}{d\rho} \frac{\pi\rho z}{\psi} - \frac{d}{d\varphi} \frac{\pi' z'}{\psi\rho} = 0,$$

qui pourront servir à trouver l'équation de la surface flexible en équilibre, lorsqu'elle est rapportée au système des coordonnées, tel que nous l'avons supposé.

31. Ces dernières équations ont cela de remarquable, qu'elles conduisent immédiatement à celles de l'équilibre d'une surface flexible, lorsqu'elle doit être de révolution. En effet, il suffit dans ce cas, de poser $z' = 0$; ce qui donne $\psi = \sqrt{1+z^2}$; alors les dernières équations deviendront

$$F\psi\rho - \frac{d}{d\varphi} \pi'\rho\psi = 0$$

$$R\psi\rho + \pi\psi - \frac{d}{d\rho}\,\frac{\pi\rho}{\psi} = 0$$

$$Z\psi\rho - \frac{d}{d\rho}\,\frac{\pi\rho z}{\psi} = 0.$$

La première de ces trois équations donne

$$d\pi' = F d\varphi;$$

d'où l'on voit que l'équilibre n'aurait pas lieu si F n'était pas une fonction de φ. Cette condition étant remplie, on aura

$$\pi' = \int F d\varphi + f(\rho),$$

en désignant par $f(\rho)$ une fonction arbitraire de ρ.

En développant les deux autres équations, on trouve

(56) $$R\psi\rho d\rho + \pi\psi d\rho - \pi\frac{d\rho}{\psi} - \frac{\rho}{\psi}\,d\pi = 0$$

(57) $$Z\psi\rho d\rho - \pi d\,\frac{\rho z}{\psi} - \frac{\rho z}{\psi}\,d\pi = 0.$$

Multiplions la première de ces équations par $\frac{\rho}{\psi}$ et la seconde par $\frac{\rho z}{\psi}$, et ajoutons les produits : nous trouverons

$$(\mathrm{R} + \mathrm{Z}z)\, d\rho - d\pi = 0;$$

d'où

$$(58) \qquad \pi = \mathrm{C} + \int (\mathrm{R}\, d\rho + \mathrm{Z} d\zeta),$$

en observant que $\qquad z = \frac{d\zeta}{d\rho}.$

Multiplions l'équation (56) par z, et retranchons le produit de l'équation (57); nous obtiendrons

$$(59) \quad \left(\mathrm{Z} - \mathrm{R}\frac{d\zeta}{d\rho}\right)\rho d\rho = \pi\left(d\zeta + \frac{\rho d.\frac{d\zeta}{d\rho}}{1 + \frac{d\zeta^2}{d\rho^2}}\right).$$

Les équations (58) et (59) sont celles de l'équilibre d'une surface flexible de révolution. En faisant $\mathrm{Z} = g$, $\mathrm{R} = 0$, on aura

$$\pi = \mathrm{C} + g\zeta$$

$$g\rho d\rho = (c + g\zeta)\left(d\zeta + \frac{\rho d.\frac{d\zeta}{d\rho}}{1 + \frac{d\zeta^2}{d\rho^2}}\right),$$

et cette dernière sera l'équation de la surface de révolution en équilibre, lorsqu'elle n'est sollicitée que par la gravité.

32. Appliquons les équations (58) et (59) à la recherche de l'équation d'équilibre d'une masse élastique, telle qu'une bulle d'air, environnée d'un fluide pesant. Nommons pour cela N la force normale qui agit sur chaque point de la surface; et nous aurons $R = -\frac{Nz}{\sqrt{1+z^2}}$, $Y = \frac{N}{\sqrt{1+z^2}}$.

Ces valeurs étant substituées dans l'équation (58), il vient

$$\pi = C.$$

Ensuite l'équation (59) donnera

$$N\sqrt{1+z^2}\,\rho d\rho = c\left(d\zeta + \frac{\rho dz}{1+z^2}\right),$$

ou bien $\quad N\rho d\rho = C\left\{\frac{d\zeta}{\sqrt{1+z^2}} + \frac{\rho dz}{(1+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right\};$

et en réduisant le second membre, on aura cette équation assez simple

$$(60)\qquad N\rho d\rho = C\, d.\,\frac{\rho z}{\sqrt{1+z^2}}\,.$$

Si la force normale N était constante, on aurait, en intégrant l'équation (60),

$$\zeta = b \pm \sqrt{\frac{4C^2}{N^2} - \rho^2},$$

b étant une nouvelle constante.

On voit par là que la surface serait une sphère; ce qui est évident *à priori*.

Si, au contraire, nous supposons que la bulle se meut avec une vitesse u dans l'intérieur d'une masse liquide, il faudra prendre

$$N = \left(h + \zeta + ku^2\frac{d\rho^2}{ds^2}\right);$$

où h désigne la hauteur du niveau du liquide au-dessus du point le plus élevé de la surface, k un coëfficient constant, et ds l'élément de la courbe génératrice, égal à $\sqrt{d\rho^2 + d\zeta^2}$.

FIN.

NOTICE

SUR UNE EMPREINTE D'INSECTE,

RENFERMÉE

DANS UN ÉCHANTILLON DE CALCAIRE SCHISTEUX DE SOLLENHOFEN, EN BAVIÈRE;

LUE A LA SÉANCE DU 23 DÉCEMBRE 1826.

PAR P.-L. VANDER LINDEN.

NOTICE

SUR UNE EMPREINTE D'INSECTE,

RENFERMÉE

DANS UN ÉCHANTILLON DE CALCAIRE SCHISTEUX DE SOLLENHOFEN, EN BAVIÈRE.

L'ÉTUDE des débris et des traces de corps organisés que l'on rencontre dans différentes couches de l'écorce du globe, est devenue du plus haut intérêt, depuis que les géognostes sont parvenus à en tirer des caractères propres à faire reconnaître, dans beaucoup de circonstances, soit l'ancienneté relative, soit l'identité ou la non identité de formation des couches qui les recèlent dans leur sein. Aussi cette étude a-t-elle pris, dans ce siècle, un essor extraordinaire. Mais quelque nombreux que soient les travaux déjà publiés sur cette partie intéressante de l'histoire naturelle, il n'y a encore qu'un petit nombre de points épars sur le globe dont les corps organisés fossiles soient bien connus; et ce ne sera qu'après des recherches très-multipliées, dans le plus grand nombre possible de localités, que l'on pourra en faire une

application plus étendue à la géognosie. C'est pour parvenir à ce résultat que les naturalistes s'occupent avec ardeur à recueillir et à décrire avec soin les corps organisés fossiles des contrées qu'ils sont à même d'explorer. C'est aussi pour payer un faible tribut à la science, que cette Notice a été rédigée.

Dans un voyage fait récemment en Allemagne, M. *Vander Maelen*, frère de notre savant géographe, a recueilli plusieurs fossiles intéressans, à la carrière de calcaire schisteux ou pierre à lithographie, de Sollenhofen près d'Aichstedt, en Bavière. L'un d'eux m'a surtout paru remarquable, et M. *Vander Maelen* a eu la complaisance de me le confier pour en faire la description.

Ce fossile (1) consiste en une empreinte qu'au premier coup d'œil on reconnaît appartenir à un insecte de la famille des Libellulines. Sa position est parallèle aux couches de la pierre; ce qui semble indiquer que c'est dans un fluide tranquille que s'est déposé le calcaire qui a enveloppé l'animal.

On ne peut distinguer ni la tête ni le thorax; seulement on remarque une protubérance irrégulière à la place que ces parties devraient occuper. On ne voit également aucun vestige des pattes, mais on reconnaît très-bien une portion considérable de l'abdomen, qui est en relief, et

(1) Voyez la planche ci-jointe.

que l'on peut considérer comme véritablement pétrifié. Il est étroit, aplati, linéaire, et offre un étranglement vers la base. Quoique la partie postérieure manque, on peut juger qu'il a été fort allongé; car la partie conservée a partout la même épaisseur, ce qui n'a lieu que dans les espèces à abdomen long ; dans celles où cette partie est plus courte, elle se rétrécit insensiblement, au moins depuis le milieu jusqu'à l'extrémité. L'empreinte des ailes est très-nette, et présente des lignes enfoncées plus ou moins profondes, qui répondent aux nervures et aux légers plis que présentent ces organes. Trois ailes sont étendues dans leur position naturelle; la quatrième, qui est l'antérieure du côté droit, est repliée sous le corps dont elle semble être détachée.

La famille des Libellulines, à laquelle cette empreinte doit se rapporter, comprend trois genres, Libellule, Æhsne et Agrion. C'est à l'un des deux premiers qu'elle appartient, d'après la forme des ailes et la disposition de leurs nervures. Dans les Agrions, elles sont très-étroites à la base et s'élargissent peu à peu vers l'extrémité qui est arrondie; les postérieures sont semblables aux antérieures. Dans les deux autres genres, les antérieures sont presque partout d'égale largeur et seulement un peu élargies vers le milieu; les postérieures sont très-larges à peu de distance de la base, et se rétrécissent ensuite insensiblement jusqu'à l'extrémité. Il faut aussi remarquer que dans les Agrions, les nervures sont presque toutes d'égale épaisseur, et plus faibles que les nervures

principales des autres genres; par conséquent, elles n'auraient pu laisser des traces aussi profondes que celles que l'on observe, surtout à la partie antérieure, dans les ailes de l'empreinte que nous décrivons.

Il est plus difficile de décider si c'est aux Æshnes ou aux Libellules que l'on doit la rapporter. Dans ces deux genres, les nervures des ailes sont presque semblables, et les légères différences qu'elles présentent ne peuvent être saisies dans ce fossile. Cependant, si l'on a égard à la forme et à la longueur de l'abdomen, qui, dans les Æshnes, est généralement fort allongé et linéaire, ou bien plus épais à l'extrémité avec un étranglement vers la base, caractères qu'il n'offre que très-rarement dans les Libellules, chez lesquelles cette partie est ordinairement moins longue, et se rétrécit peu à peu, au moins depuis le milieu jusqu'à l'extrémité, qui est alors plus ou moins pointue ; si l'on considère de plus que la taille des Æshnes est généralement plus grande que celle des Libellules, on a quelques motifs plausibles pour rapporter cette empreinte plutôt au genre Æshne qu'au précédent. Mais les caractères vraiment distinctifs manquent. Il est également impossible de déterminer si elle appartient ou non, à une espèce actuellement vivante. Cependant la comparaison que j'en ai faite avec celles que je possède, me porte à croire qu'elle diffère des espèces qui habitent actuellement en Europe. Comme il faut cependant lui donner une dénomination, je l'appellerai provisoirement *Æshna antiqua*.

Cette empreinte est une preuve positive de l'existence d'insectes de cette famille, à l'époque où vivaient les autres animaux dont les restes sont enfouis dans les mêmes couches, ce sont quelques mollusques, des crustacés, des poissons, et ce singulier reptile volant décrit par M. *Cuvier*, sous le nom de Ptérodactyle.

C'est à M. *De Buch* (1) que l'on doit les notions les plus positives que l'on ait sur le gisement du calcaire schisteux que renferment ces fossiles. Il se trouve vers la superficie du sol, sur cette prolongation du Jura qui s'étend en Allemagne jusque sur les bords du Mein. Il recouvre immédiatement la Dolomie, au-dessous de laquelle s'étendent des couches calcaires, épaisses et compactes, qui sont elles-mêmes superposées à un grès à grain fin. Ce célèbre géognoste croit pouvoir regarder ces schistes comme étant d'une formation antérieure à ceux de Monte-Bolca dans le Véronais, qui contiennent aussi un grand nombre de fossiles; et il pense aussi qu'on ne peut point les ranger parmi le calcaire grossier. Il fait observer que leur gisement les rapproche de la formation du Jura; et c'est aussi au calcaire du Jura qu'elles ont été rapportées par M. *De Humboldt* (2). Ce serait donc le terrain le plus ancien dans lequel on aurait jusqu'ici

---

(1) Lettre à M. *Brongniart*, sur les gisemens des couches calcaires à empreintes de poissons, et sur les Dolomies de Franconie. *Journal de Physique*, par *Blainville*, octobre 1822, tom. VC, pag. 258.

(2) *Essai sur le gisement des roches dans les deux hémisphères*, Paris 1826.

observé des traces d'insectes. Seulement M. *Prévost* [1] a découvert une élytre de Bupreste, dans le calcaire oolithique de Stonesfield en Angleterre, lequel, suivant M. *De Humboldt*, appartient à une formation parallèle à celle du Jura, dont elle serait, par conséquent, à peu près contemporaine.

D'après M. *De Buch* (*loc. cit.*), les libellules fossiles paraissent être fort rares à Aichstedt. Il n'en cite que trois échantillons. Dans l'un, appartenant à M. le chanoine *Halledel* à Aichstedt, l'animal est en position assise avec les ailes repliées; dans les deux autres, conservées par l'Académie de Munich, les ailes sont étendues.

Plusieurs anciens auteurs ont aussi parlé de Libellules fossiles; mais on ne peut regarder leur témoignage comme bien authentique. Car, comme à l'époque où ils écrivaient, on n'attachait point à cette étude autant d'importance qu'aujourd'hui, ils se contentaient en général, d'un examen trop superficiel et d'une ressemblance grossière dans la détermination des objets qu'ils voulaient faire connaître. Ils ont dû, par conséquent, se tromper souvent, comme on peut s'en convaincre presque toujours, lorsque leurs ouvrages sont accompagnés de figures qui nous révèlent ordinairement les erreurs contenues dans le texte.

Ainsi *Scheuchzer*, dans son *Herbarium diluvianum*,

---

(1) *Annales des Sciences naturelles*, tom. IV, pag. 417, pl. 17, fig. 26.

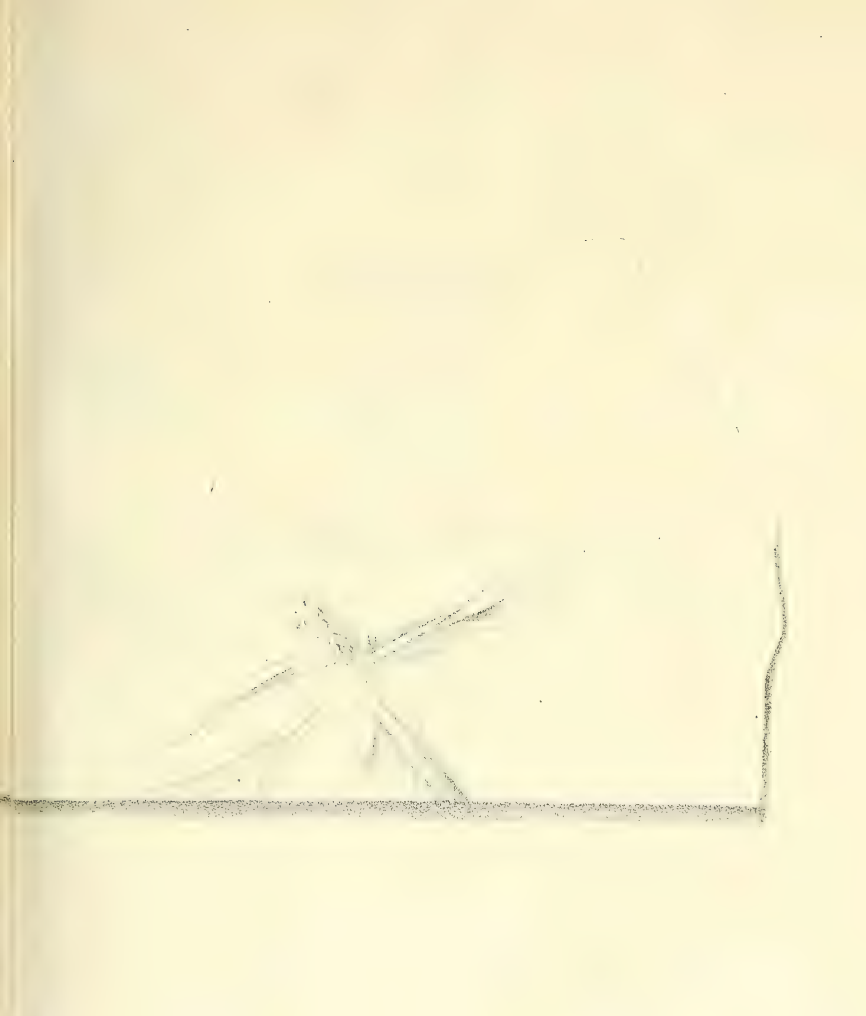
cite des libellules fossiles provenant du Monte-Bolca, dans le Véronais; mais les figures qu'il en donne (tab. V, fig. 1 et 2), nous démontrent son erreur. La première représente évidemment une larve assez semblable à celle des libellules, mais qu'on ne peut y rapporter avec certitude. La seconde ne peut en aucune manière se rapporter ni à une libellule ni même à un insecte proprement dit. Elle a plutôt l'apparence d'un annelide. Quant aux deux contours, en forme d'ailes, que l'on y remarque, de chaque côté de l'animal, ils paraissent dus à l'imagination du dessinateur; l'auteur dit lui-même, qu'on ne distingue pas les ailes aussi nettement qu'elles ont été exprimées sur la figure.

Knorr [1] est le seul auteur qui ait donné des figures assez exactes de larves et de nymphes de libellulines, renfermées dans la pierre calcaire d'OEningen.

Les autres auteurs anciens qui ont parlé de libellules fossiles, n'ayant pas figuré les objets dont ils parlent, on ne peut citer leur témoignage qu'avec une grande incertitude.

FIN.

(1) *Monumens des catastrophes du globe*, tom. I, pl. 33, fig. 2, 3 et 4.



Lith. de Burggraaff rue Royale N°. 68 à Brux.

NOTE

SUR LA PIERRE CALCAIRE

FOURNISSANT

UNE CHAUX HYDRAULIQUE,

QUE L'ON EXTRAIT DANS UNE CARRIÈRE OUVERTE AU LIEU DIT HUMERÉE, DÉPENDANT DE LA COMMUNE DE SOMBREFFE, PROVINCE DE NAMUR, ET SUR QUELQUES AUTRES PIERRES CALCAIRES ANALOGUES;

PAR Mr CAUCHY,

INGÉNIEUR DES MINES ET PROFESSEUR DE MINÉRALOGIE ET DE MÉTALLURGIE A L'ATHÉNÉE DE NAMUR.

NOTE

SUR LA PIERRE CALCAIRE

FOURNISSANT

UNE CHAUX HYDRAULIQUE.

On sait, depuis long-temps, que les diverses chaux de construction communiquent aux mortiers des qualités bien différentes, et par suite desquelles les uns se durcissent plus ou moins vite, dans les constructions hydrauliques, tandis que les autres se délaient dans l'eau ou n'y prennent corps qu'après un long espace de temps. Mais ce n'est que depuis un petit nombre d'années que cet esprit d'investigation, qui caractérise notre âge, a fixé l'attention des savans du

premier ordre, sur un objet aussi intéressant pour toutes les classes de la société, que celui de la fabrication des mortiers et des bétons.

Bergman avait attribué la propriété des chaux hydrauliques à la présence de quelques centièmes d'oxide de manganèse, et *De Saussure* avait émis l'opinion qu'elle est due à la silice et à l'alumine combinées en certaines proportions. *Guyton de Morveau* reconnut (1) que plusieurs substances pouvaient donner à la chaux cette qualité, et annonça qu'on pouvait la lui communiquer en calcinant ensemble un mélange de 4 parties d'argile, 6 d'oxide noir de manganèse et 90 de pierre à chaux réduite en poudre. *Descoties* a cru voir depuis (2), par l'analyse de la pierre de Senonches, que la silice seule, disséminée en particules très-fines et très-nombreuses, communiquait à cette pierre la propriété dont il s'agit, et a, de plus, fait connaître le premier, une observation fort importante, et qui consiste en ce que cette silice disséminée qui se précipite, lorsqu'on traite la pierre par les acides, s'y dissout presqu'entièrement après la calcination.

Les expériences et les observations plus récentes de MM. *Vicat*, *J.-F. John*, *Berthier*, *Clapeyron*, *Raucourt*, *Minard*, *Treussart*, *Girard*, ont été consignées dans plu-

---

(1) *Annales de Chimie*, tom. XXXVII, pag. 259.

(2) *Journal des Mines*, tom. XXXIV, pag. 308.

sieurs ouvrages et Mémoires dont il peut être utile de rappeler ici la série chronologique (1).

Malgré les savantes recherches rapportées dans ces divers écrits, la théorie des mortiers n'est pas encore complétement éclaircie; mais il n'en est pas de même de celle des chaux de construction, et l'on peut, maintenant, admettre les principes suivans :

a. Les chaux provenant des diverses pierres calcaires sont plus ou moins maigres, moins ou plus grasses, selon qu'elles absorbent, pour se fondre ou pour se réduire en bouillie épaisse, depuis une jusqu'à trois fois et demie leur poids d'eau, et qu'elles augmentent à peine de volume, ou en prennent

---

(1) Recherches expérimentales sur les chaux de construction, les mortiers et les bétons, par M. *Vicat*, ouvrage rempli de résultats nouveaux, dont on trouve un exposé succinct. *Annales de chimie et de physique*, tom. V, pag. 387, et tom. XV, pag. 365.

Mémoire de M. *J.-F. John* de *Berlin*, couronné par la société hollandaise des sciences, sur la chaux et le mortier, en général et en particulier, sur la différence entre les mortiers à chaux de coquilles de moules et de pierres calcaires, avec la théorie des mortiers, *Berlin*, 1819. (On trouve un extrait détaillé de cette pièce, avec quelques observations critiques de M. *Vicat*. *Annales de Chimie et de Physique*, tom. XIX, pag. 15.)

Ouvrage sur les mortiers, par M. *Raucourt*, *St.-Pétersbourg*, 1822.

Annales de Chimie et de Physique, tom. XXII, pag. 62; — tom. XXIII, pag. 69 et 424; — tom. XXIV, pag. 31 et 104; — tom. XXV, pag. 61; — tom. XXVI, pag. 324; — tom. XXVIII, pag. 142; — tom. XXXI, pag. 243; — tom. XXXII, pag. 197 et 443.

Annales des Mines, tom. X, pag. 501.

un trois fois plus grand que celui qu'elles occupaient à l'état sec.

b. La plupart des chaux très-maigres, et quelques-unes même de celles qui ne le sont que médiocrement, prennent sous l'eau, c'est-à-dire, s'y durcissent, au point de résister à l'impression du doigt, après un séjour dans ce liquide qui peut varier depuis huit jusqu'à quinze jours. On les nomme chaux *hydrauliques*.

c. Toutes les pierres à chaux hydraulique renferment depuis 5 jusqu'à 20 p. °/₀ d'argile. Quand elles en contiennent 25 à 30 p. °/₀, elles donnent non plus une chaux, mais un véritable ciment hydraulique, tel que ceux connus sous les noms de *ciment romain*, que fabriquent en Angleterre depuis 1796, MM. *Parker* et *Wiatts*, *plâtre-ciment*, qui a été obtenu, en 1806, à Boulogne-sur-Mer (1); *ciment russe*, qui a été découvert, il y a quelques années, etc.

d. On peut fabriquer, de toutes pièces, des chaux hydrauliques et des cimens romains, ainsi que l'a entrevu, le premier, *Guyton de Morveau*, que l'a établi depuis, M. *Vicat* et que l'ont pratiqué successivement, MM. *Girard*, à Nemours, et *De Saint Léger*, près de Paris.

e. Une cuisson imparfaite de la pierre, dont le résultat serait la conversion d'une partie du sous-carbonate calcaire en un autre encore plus alcalin, peut aussi, d'après M. *Mi-*

---

(1) *Journal des Mines*, tom. XII, pag. 459.

nard, fournir de la chaux hydraulique ou du ciment romain; mais cette opinion trouve des antagonistes dans plusieurs des personnes qui se sont le plus occupées de cette matière.

On peut conclure de ce qui précède qu'il n'est plus indispensable, pour essayer si une pierre calcaire peut fournir de la chaux hydraulique, d'en calciner un morceau à un feu de forge alimenté par le charbon de bois, d'en former ensuite, par l'extinction ordinaire, une bouillie pâteuse, de plonger celle-ci dans une eau pure et de l'y laisser pendant 8 à 15 jours, pour observer si, après ce laps de temps, elle résiste plus ou moins à l'impression du doigt, ainsi que le prescrit M. *Vicat*; mais qu'il suffit, comme l'indique M. *Berthier*, de faire dissoudre, en prenant les précautions connues, dix grammes de la pierre à essayer, dans l'acide hydrochlorique, nitrique ou acétique, d'évaporer la dissolution jusqu'à ce qu'elle ait pris la consistance pâteuse, de traiter la matière par un demi-litron d'eau, d'isoler, sur le filtre, l'argile qui ne s'est pas dissoute, de la faire sécher, ou, mieux encore, la calciner au rouge et de la peser; de traiter ensuite la dissolution par l'eau de chaux, pour précipiter la magnésie et les oxides de fer et de manganèse, de recueillir promptement le précipité, de le laver, de le calciner et de le peser.

Cet exposé succinct de l'état actuel de nos connaissances, sur les chaux de construction, m'a paru être une introduction utile aux applications que je vais faire des princi-

cipes connus à l'examen de quelques-uns des calcaires de nos provinces méridionales.

J'ai parlé, dans mon Mémoire sur la constitution géologique de la province de Namur, n° 102, des bancs calcaires qui sont percés dans les diverses carrières voisines du Docq, où se croisent les routes de Namur aux Quatre-Bras et de Charleroy à Gembloux, et j'ai rappelé que la pierre qu'on y extrait ne peut, *dit-on,* donner de la chaux par la calcination. Avant de chercher à détruire une assertion qui, chimiquement parlant, devait être considérée comme un véritable préjugé, j'ai cru devoir remettre à M. *Berthier*, avec quelques échantillons de roches, sur lesquelles je tâcherai de revenir un jour, un fragment du calcaire de *Potriaux*, en le priant de vouloir bien en faire l'analyse exacte.

Voici les résultats qu'il a eu la complaisance de me communiquer, à la fin du mois de février dernier.

Carbonate de chaux.	0,806
— magnésie.	0,016
— fer et de manganèse.	0,046
Argile	0,128
Eau.	0,004
	1,000

M. *Berthier* observe que la chaux produite par ce calcaire, doit être éminemment hydraulique. On voit, en

effet, qu'il contient près de 14 d'argile, p. °/₀ de carbonate de chaux pure.

Je songeais depuis long-temps à confirmer par une expérience directe, les résultats indiqués par l'analyse chimique. En me rendant, à cet effet, il y a une quinzaine de jours, à la carrière de Potriaux, j'appris qu'on avait essayé de faire de la chaux à celle de Humerée, qui en est très-voisine, et bientôt je m'aperçus que les prétendus défauts qu'on lui attribuait, étaient autant de qualités hydrauliques. Je m'y transportai, et je reconnus que des portions de cette chaux, abandonnées dans une eau courante assez rapide, depuis environ deux mois, avaient acquis une dureté qui ne me permit plus de révoquer en doute sa propriété de pouvoir former des bétons avec les sables ordinaires. Je communiquai cette idée à l'un des intéressés, et l'engageai à en tirer parti. Cette carrière est effectivement située, de manière à assurer le succès d'une entreprise de ce genre. Elle est à l'embranchement de quatre routes : par celle de Charleroy, on peut se procurer, en tous temps, les qualités les plus convenables de houille, à la distance de deux à trois lieues; celle de Namur est d'autant plus avantageuse qu'elle facilite, après un transport par terre de quatre lieues, l'embarquement de la chaux sur la Meuse, par laquelle elle peut être dirigée vers les parties méridionales et vers les provinces septentrionales du royaume; enfin, la nouvelle route de Gembloux, Saint-Michel, etc., doit donner aux entrepreneurs un accès

facile dans tout le pays compris entre la Meuse et l'Escaut.

Quoique l'expérience la plus décisive eût établi la qualité hydraulique de la chaux de Humerée, cependant il convenait d'y rechercher aussi la présence et la quantité de l'argile, et il devenait assez intéressant de comparer, sous ce rapport, le calcaire qui la fournit avec ceux dont on obtient des produits de même nature, dans les carrières ouvertes :

1° Au sud et près de Tournai, sur les communes d'Antoing, Vaux, Ramecroix (rive droite de l'Escaut), Bruyelles, Calonne, Hollain, Chercq (rive gauche de ce fleuve);

2° Sur la commune de Castiau, le long de la route de Mons à Bruxelles;

3° Sur celle de Viesville;

4° Sur celle de Thiméon.

Et comme ces diverses localités se trouvent au nord de la bande calcaire qui forme, de ce côté, la limite du grand bassin houiller qui commence à Samson (province de Namur), et traverse la moitié de cette province et toute celle de Hainaut, on était naturellement conduit à supposer, avec assez de vraisemblance, que les pierres à chaux hydraulique qui y sont exploitées, pourraient bien faire partie d'un système distinct de couches appartenant à la bande calcaire dont j'ai décrit, n°s 101 et 102, le trajet dans la province de Namur, par Sombreffe, Golzinne, Émine, Rhisne, Gelbressée et Marchovelette. J'ai donc soumis à un examen,

dont on trouve les résultats consignés dans le tableau qui termine cette Note, onze échantillons provenant des diverses carrières rappelées ci-dessus, et un douzième, pris pour terme de comparaison, parmi les pierres qui fournissent de la chaux éminemment grasse.

Le résultat que présente l'essai chimique de la pierre de Potriaux, portée sous le nº 7, est bien loin de s'accorder avec celui que l'analyse chimique a donné à M. *Berthier*. Cette grande différence pouvant inspirer quelque méfiance sur l'exactitude de mon travail, je dois dire, d'abord, que je l'ai exécuté avec tous les soins dont je suis capable; j'observe ensuite, qu'ayant calciné deux morceaux de la pierre qui a fait l'objet de mon essai, par la voie humide j'en ai obtenu, en moins d'une demi-heure, une chaux qui n'a pas absorbé une grande quantité d'eau et n'a pas foisonné considérablement; mais qui, placée depuis cinq jours sous l'eau, ne montre pas encore de signes bien prononcés d'hydraulicité; enfin, je remarque que la pierre de Humerée, nº 8, qui provient, ainsi que je l'ai dit ci-dessus, d'une carrière très-voisine de la précédente, m'a présenté une quantité d'argile presque double; et, d'après ces diverses considérations, j'attribue la grande différence dans les teneurs en argile trouvée par M. *Berthier* et par moi, dans la pierre de Potriaux, à celle des bancs d'où sont provenus les échantillons examinés.

Les pierres de Tournai et de Castiau, nºˢ 1 et 2, m'ont donné des doses d'argile si faibles, qu'on ne doit, peut-être,

pas les considérer comme étant *naturellement* propres à fournir des chaux hydrauliques, par la calcination. Si donc la dernière observation que j'ai faite sur la différence probable de composition des diverses couches ou parties de couche d'une même carrière, n'est pas applicable aux pierres d'où l'on tire la chaux de Tournai, si connue par son excellente qualité, il faudra admettre avec M. le général *Treussart* [1], que « la bonté de la cendrée de Tournai, paraît tenir à ce que la houille que l'on emploie dans la cuisson de la chaux, contient une assez grande quantité d'argile qui se trouve calcinée dans un fort courant d'air, pendant la combustion. » Un fait bien connu de tous les chaufourniers et maçons des environs de Namur, tend à confirmer cette opinion de M. *Treussart*. Les chaux qu'on prépare au moulin à vent et sur les rives de la Meuse, sont éminemment grasses; mais on retire de chaque fournée une certaine quantité de *poussière* de chaux, mêlée de cendres de houille, qui proviennent des lits du combustible, dans lesquels sont venus tomber et s'arrêter les plus petits éclats de calcaire, obtenus soit par le cassage, soit par la décrépitation. Or, cette poussière présente aussi, à un assez haut degré, la propriété hydraulique, et il me paraît évident qu'elle la doit à l'argile que la chaux a pu enlever au combustible. Cependant, je me suis assuré qu'elle fait, dans l'acide hydro-

---

[1] *Annales de Chimie*, tom. XXXI, pag. 250.

chlorique, une effervescence lente et connue difficile, d'où il suit que, dans l'opinion de M. *Minard*, rappelée ci-dessus, l'imparfaite cuisson pourrait bien contribuer aussi à la qualité que présente cette espèce de *cendrée*.

Toutes les autres pierres, excepté la dernière, dont on trouve l'essai chimique dans le tableau prérappelé, contiennent des quantités d'argile qui permettent d'en attendre des chaux plus ou moins hydrauliques; mais, si l'on a égard à l'observation que j'ai faite ci-dessus, sur la composition variable des divers bancs calcaires que l'on recoupe dans une même carrière, on pensera qu'il convient, avant de leur attribuer définitivement cette propriété, de les essayer en grand, c'est-à-dire, par la cuisson d'une fournée ordinaire.

Je terminerai cette Note en faisant ressortir un fait géologique qui me paraît assez remarquable. Lorsque je réunis tous les renseignemens que j'ai pu me procurer par moi-même ou puiser dans quelques ouvrages de géologie, j'observe que, dans tous les points que je viens de rappeler, depuis Tournai jusqu'à Marchovelette, c'est-à-dire, sur une étendue de plus de vingt-cinq lieues, les bancs calcaires se distinguent de ceux du reste du pays par leur faible inclinaison, qui varie généralement de 20 à 30 degrés; qu'ils sont communément, très-minces, du moins à la surface, circonstance qui donne à la pierre la structure schisteuse; que leur texture est aussi plus constamment compacte que celle de nos pierres à chaux grasse, et qu'ils conservent cette composition chimique à laquelle ils doivent la propriété de fournir de la

chaux plus ou moins hydraulique. Du reste, leur position peu inclinée à l'horizon, ne peut être un motif suffisant pour les rapporter à une formation différente de celle de nos calcaires de transition; car, ainsi que l'observe M. *D'Omalius* (1) « l'inclinaison variant depuis le plan horizontal jusqu'au » plan vertical, c'est une des propriétés des terrains incli- » nés de se montrer quelquefois en couches horizontales. »

---

(1) *Journal des Mines*, tom. XXIV, p. 314.

NUMÉROS D'ORDRE.	CARRIÈRES d'où proviennent LES ÉCHANTILLONS EXAMINÉS.	COULEUR, TEXTURE de LA PIERRE.	PESANTEUR SPÉCIFIQUE.	ODEUR ARGILEUSE produite par L'INSUFFLATION.	RÉSIDU de la DISSOLUTION DANS L'ACIDE HYDROCHLORIQUE. NATURE.	RÉSIDU … POIDS p. % de calcaire.	OBSERVATIONS.
1	D'Hollain, près de Tournai . . .	Grise, à grains fins, avec lamelles de calc. spat. rar.	2,66	Très-prononcée .	Argile grise et quelques grains siliceux.	3,39	Cette chaux est considérée comme une des plus hydrauliques.
2	De Castiau	Id.	2,66	Presqu'insensible.	Argile légèr. colorée par le charbon . .	4,08	
3	De Viesville	Grise, à grains très-fins et très-serrés	2,62	Très-faible	Argile forte. colorée par le charbon . .	8,01	
4	De Thiméon (carrière exploitée).	Id.	2,64	Id.	Argile colorée par le charbon	5,75	
5	———— (carrière ouverte mais abandonnée).	Id.	2,63	Id.	Id.	5,46	
6	————	Grise, compacte, susceptible du plus beau poli.	2,63	Faible	Id.	6,10	
7	De Potriaux	Grise pâle et grise plus foncée, compacte.	2,72	Id.	Argile blanche...	5,48	M. Berthier a trouvé 12,8 p. % d'argile.
8	De Humerée	Grise, à grains fins . . .	2,69	Id.	Argile grise	9,68	La propriété hydraulique de cette chaux est constatée.
9	D'Émine (carrière la plus septentrionale)	Id.	2,70	Forte	Id.	8,02	Id.
10	De Gelbressée.	Id.	2,70	Presqu'insensible.	Argile blanche . . .	8,67	
11	De Marchovelette	Id.	2,70	Id.	Argile grise.	8,08	
12	Marbre noir des Grands Malades, près de Namur	Noire, compacte.	»	Assez forte.	Charbon	3,35	

ADDITION.

Les observations consignées à la page 265 de cette Notice, sur les différences de composition que présentent les pierres calcaires extraites, dans la même carrière, des différens bancs ou des différentes parties du même banc, et les conséquences que j'en déduis p. 267 ont été pleinement confirmées depuis, par les analyses complètes auxquelles M. *Bouesnel* a soumis divers échantillons que j'avais examinés. Je joins ici les résultats qu'il a obtenus, et dont il veut bien m'autoriser à enrichir cette Note.

	PIERRE CALCAIRE DE		
	POTRIAUX.	HUMERÉE.	
		très-compacte.	analogue au petit granit.
Carbonate de chaux	88,10	76,80	91,80
— — magnésie.	2,10	2,70	1,60
— — fer et manganèse . . .	4,10	4,10	1,80
Argile	5,00	15,20	3,00
Charbon.	néant.		
Pyrite	»	0,50	0,50
Eau	très-peu.		»
	99,30	99,30	98,70

FIN.

OBSERVATIONS

SUR LES

HYMENOPTÈRES D'EUROPE

DE

LA FAMILLE DES FOUISSEURS,

PAR P.-L. VANDER LINDEN, DOCTEUR EN MÉDECINE,

PRÉSENTÉES DANS LA SÉANCE DU 7 OCTOBRE 1826.

PREMIÈRE PARTIE.

SCOLIÈTES, SAPYGITES, POMPILIENS ET SPHÉGIDES.

INTRODUCTION.

Toutes les personnes qui cultivent l'entomologie, ont dû sentir l'insuffisance des ouvrages descriptifs pour l'étude de plusieurs ordres d'insectes, et surtout pour celle des Hyménoptères. Il existe, à la vérité, beaucoup de descriptions d'espèces nouvelles, mais elles se trouvent presque toujours éparses dans un grand nombre d'ouvrages, souvent très-difficiles à se procurer; et d'ailleurs elles ne sont presque jamais comparatives, ce qui nécessite des recherches longües et pénibles. Il serait donc à désirer que l'on rassemblât tout ce que l'on sait sur cet ordre, dans une monographie générale, ou au moins dans des monographies de famille. C'est ce que M. *Lepelletier de St.-Fargeau* a fait pour les Tenthredines. Mais les recherches faites jusqu'ici, même en Europe, sont encore trop incomplètes, pour que l'on puisse exécuter avec succès, un pareil travail pour toutes les familles. En attendant, il serait toujours utile de coordonner dans un seul cadre méthodique, tous les matériaux existans, afin de mieux faire connaître les lacunes qu'il faut

encore remplir. C'est ce que j'ai tâché de faire ici pour les espèces d'Europe de la famille des *Fouisseurs* de *Latreille*. Cet essai contient l'indication, sous leurs genres respectifs, des espèces déjà décrites, avec leur synonymie à peu près complète; des remarques sur celles d'entre elles qui n'ont été décrites qu'imparfaitement; enfin, la description détaillée des espèces qui m'ont paru encore inédites. J'ai suivi la méthode de *Latreille*, telle qu'il l'a présentée dans son dernier ouvrage (1). Quant à la synonymie, j'ai vérifié soigneusement presque toutes les citations, et lorsqu'il m'a été impossible de le faire, j'ai mis entre parenthèses, à la suite de la citation, le nom de l'auteur auquel elle a été empruntée. J'ai dû citer plusieurs espèces que je n'avais point sous les yeux; elles sont précédées d'un astérisque (*).

Cette première partie ne comprend que quatre tribus : les Scoliètes, les Sapygites, les Pompiliens et les Sphégides. Les quatre dernières, Bembecides, Larrates, Nyssoniens et Crabronites, seront l'objet de la seconde partie, que j'espère pouvoir terminer incessamment.

---

(1) *Familles Naturelles du Règne Animal*, Paris, 1825.

OUVRAGES

CITÉS DANS CET OPUSCULE (1).

AHR. FN. EUR. — Augusti Ahrensii, Fauna Insectorum Europæ, fasc. XII, 12° Halæ, 1812 — 1826.

Les 2 premiers fascicules sont d'Ahrens, le 3e de Germar et Kaulfuss, le 4e et suivans, de Germar.

* CHRIST. HYMEN. — J. L. Christ, Naturgeschichte, Klassification und Nomenclature der Insecten vom Bienen, Wespen und Ameisengeschlecht, mit LX ausgemalten Kupfert. Francfurt am Mein, 1791, 4°.

* COQUEB. ILLUSTR. — A. J. Coquebert : Illustratio iconographica Insectorum quæ in Musæis Parisinis observavit et in lucem edidit J. C. Fabricius, etc.; Decades III, 4°. Parisiis, 1799 — 1804.

DALM. ANAL. ENTOM. — J. W. Dalman, Analecta entomologica, cum tabulis IV æneis, Holmiæ, 1823, 4°.

DRURY. ILLUSTR. — D. Drury. Illustrations of natural History, etc., vol. III, 4° fig. col. London, 1770 — 1782.

---

(1) C'est à l'amitié de M. *Robyns*, amateur distingué de cette ville, et possesseur d'une riche collection d'insectes, que je dois l'avantage d'avoir pu consulter, à tout moment, la plupart des ouvrages précieux que je cite. Sa bibliothéque, riche surtout en ouvrages sur l'entomologie, est toujours ouverte à ceux qui s'occupent d'histoire naturelle. M. le baron *De Wellens*, bourgmestre de cette ville, et M. *Drapiez*, professeur de chimie au musée, dont les belles collections sont connues de tout le monde, ont aussi eu la complaisance de me communiquer quelques ouvrages rares et intéressans.

N. B. Je n'ai pas pu consulter les ouvrages précédés d'un astérisque.

ENC. MÉTH. — Encyclopédie méthodique, etc.; partie de l'histoire naturelle; Entomologie, par Olivier, Latreille, Godart, Lepelletier de St.-Fargeau, de Serville, Guérin.

FABR. S. E. — J. Chr. Fabricii, Systema Entomologiæ sistens Insectorum classes, Ordines, Genera et species, etc. Flensburgi et Lipsiæ, 1775, 8°.

FABR. SPEC. — Ejusdem Species Insectorum, etc. Hamburgi et Kilonii, 1781, tom. II, 8°.

FABR. MANT. — Ejusd. Mantissa Insectorum, etc. Hafniæ, 1787, tom. II, 8°.

FABR. E. S. — Ejusd. Entomologia systematica emendata et aucta, etc. Hafniæ 1792 — 1794, tom. IV, 8°.

FABR. E. S. SUPPL. — Ejusd. Supplementum Entomologiæ systematicæ, Hafniæ, 1798, 8°.

FABR. S. PIEZ. — Ejusd. Systema Piezatorum, etc. Brunsvigæ 1804, 8°. — *ibid.* 1822; editio nova priori similis.

FOURCR. ENT. PARIS. — A. F. De Fourcroy, Entomologia Parisiensis sive catalogus insectorum quæ in agro Parisiensi reperiuntur. Parisiis, 1785, tom. II, 12°.

* FRISCH. INS. GERM. — Frisch : Beschreibung von allerlei Insekten in Teutschland, tom. I — XIII. Berolini, 1730 — 1738, 4°, cum tab.

* DE GEER. INS. — Mémoires pour servir à l'Histoire des Insectes, par le baron Ch. De Geer, 7 vol. 4°, fig. Stockholm, 1752 — 1778.

DE GEER. RETZ. — Car. De Geer, Genera et species Insectorum extraxit, digessit, etc. A.-J. Retzius, Lipsiæ, 1783, 8°.

GEOFFR. INS. — Geoffroy : Histoire abrégée des Insectes qui se trouvent aux environs de Paris, etc. Paris, 1762, 2 vol. 4°, fig.; — et an VII, nouvelle édition revue, corrigée et augmentée d'un supplément considérable.

GERM. FN. EUR. — Voyez Ahrens.

GERM. REISE. N. DALM. — E. F. Germar : Reise nach Dalmatien und in

das Gebiet von Ragusa, mit kupf. Leipsig und Altenburg, 1817, 8°.

GMEL. — Car. a Linne, systema naturæ. Editio 13ª, cura Gmelin, Lipsiæ, 1788—1799, tom. III, in part. 10, 8°.

ILLIG. ED. FN. ETR. — Petri Rossii Fauna Etrusca, iterum edita et annotationibus perpetuis aucta; tom. secundus, a C. Illiger. Helmstadii, 1807.

JUR. HYMEN. — Nouvelle méthode de classer les Hymenoptères et les Diptères, par L. Jurine, tom. I. Hymenoptères, Geneve, 1807, 4°, fig. color.

KIRBY. TRANS. LIN. SOC. — W. Kirby: Ammophila, a new Genus of Insects, etc. Transactions of the Linnean society, tom. IV, London, 1798.

KLUG. MON. SIRIC. — Fr. Klug. Monographia Siricum Germaniæ atque generum illis adnumeratorum. Berolini, 1803, 4°, cum. tab. color.

LAM. AN. S. VERT. — Le chevalier de Lamark: Histoire naturelle des animaux sans vertèbres, 7 vol. 8°, Paris, 1815 — 1822.

LATR. H. N. — P. A. Latreille: Histoire naturelle, générale et particulière des Crustacés et des Insectes, faisant suite aux œuvres de Buffon, édition de Sonnini, 14 vol. 8°, Paris, an XIII, fig.

LATR. GEN. — P. A. Latreille: Genera Crustaceorum et Insectorum; tom. IV, 8°, fig. Parisiis et Argentorati, 1806 — 1809.

LATR. N. DICT. ED. 2. — Je cite ainsi les articles insérés par Latreille, dans le nouveau dictionnaire d'Histoire naturelle, par une société de naturalistes et d'agriculteurs, nouv. édit. 36 vol. 8°, fig. Paris, Déterville, 1816 — 1819.

LIN. S. N. — Caroli a Linne, Systema Naturæ, édit. 12ª. Holmiæ, 1766 — 68, tom. III, 8°.

LIN. FN. S. — Car. a Linne, Fauna Suecica, éditio altera, Stockholmiæ, 1761, 8°.

* LIN. MUS. ULR. — C. Linnæi Musæum Ludovicæ Ulricæ. Holmiæ, 1764, 8°.

PANZ. FN. G. — D. G. W. F. Panzer : Faunæ Insectorum Germaniæ initia, Nurnberg. Fascicul 110, 1795 et seq. 12°.

PANZ. REVIS. — Panzer : Kritische Revision der Insektenfaune Deutschlands, 2e band, Nurnberg, 1806.

ROEM. GEN. INS. — Roemer : Genera Insectorum Linnæi et Fabricii iconibus illustrata : Vitoduri Helveticorum, 1789, 4°, tab. col.

ROSSI. FN. ETR. — P. Rossii : Fauna Etrusca, sistens Insecta quæ in provinciis Florentina et Pisana præsertim collegit, tom. II, 4°. Liburn., 1790, c. tab. col.

ROSSI. FN. ETR. MANT. — P. Rossii : Mantissa insectorum, exhibens species nuper in Etruria collectas, tom. II, 4°. Pisis, 1792 — 1794, tab. col.

SCHÆFF. ICON. INS. RATISB. — J. C. Schæfferi, Icones Insectorum circa Ratisbonam indigenorum, methodo systematica illustratæ et indice systematico auctæ a S. W. F. Panzero, editio nova, Erlangæ, 1804.

* SCHR. ENUM. AUSTR. — Fr. de P. Schrank ; Enumeratio Insectorum Austriæ indigenorum, Augustæ Vindelicorum, 1781, 8°, fig.

SCOP. ENT. CARN. — J. A. Scopoli : Entomologia carniolica, exhibens insecta Carnioliæ indigena, Vindobonæ, 1763, 8°.

* SCOP. DEL. FL. ET FN. INS. — J. A. Scopoli : Deliciæ Floræ et Faunæ Insubricæ, Ticini, 1786 — 1788, fol. fig.

SPIN. INS. LIG. — Max. Spinola : Insectorum Liguriæ species novæ aut rariores, etc., tom. II, 4°, fig. Genuæ, 1806 — 1808.

* SULZ. INS. — J. H. Sulzer : Die Kennzeichen der Insecten, nach Anleitung des Ritters Carl Linnæus, etc., Zurich, 1761, 4°, fig.

VILL. ENT. — Caroli De Villers : Caroli Linnæi Entomologia, faunæ suecicæ descriptionibus aucta, etc., Lugduni, 1789, 4 vol., fig.

OBSERVATIONS

SUR LES

HYMENOPTÈRES D'EUROPE

DE LA

FAMILLE DES FOUISSEURS.

HUITIÈME ORDRE DE LA CLASSE DES INSECTES.

HYMENOPTÈRES.

QUATRIÈME FAMILLE.

FOUISSEURS.

PREMIÈRE TRIBU. — *SCOLIÈTES.*

G. Tiphia. *Fab. Oliv. Rossi. Latr. Cuv. Lam. Panz.* (*Fn. G.*) *Illig. Walck. Jur. Spin. — Sphegis species. Schæff. Scop. Schrank. Christ. — Bethyllus Panz* (*Revis*). *— Bethyli species? Fabr.*

I. TIPHIA FEMORATA.

T. femorata Fabr. Syst. Ent. 353. 1. Spec. Ins. I. 451. 1. Mant. I. 279. 3. Ent. Syst. Emend. II. 223. 1. Syst. Piez. 232. 1. Gmel. Ed. XIII^a Syst. Natur.

Lin. 1741. 4. Rossi Faun. Etr. II. n. 828. Latr. Hist. Nat. d. Crust. et Ins. XIII. 267. 1. ejusd. Gen. Crust. et Ins. IV. 117. Panz. Faun. Germ. 53. 3. fem. Spinola. Ins. Lig. I. 81. 1. Jurine. Hymen. p. 149. pl. 9, Gre. 11. fem.

Bethyllus femoratus. Panz. Krit. Revis. II. p. 134.

Sphex palmipes. Schrank. Enum. Austr. 778? (Rossi.)

Cette espèce se trouve dans presque toute l'Europe.

2. TIPHIA VILLOSA.

T. villosa Fabr. E. S. II. 227. 18. S. Piez. 235. 22. Latr. H. N. XIII. 267. 2. Jur. p. 147.

Bethyllus villosus Panz. Fn. Germ. 98, 16. mas. Ejusd. Krit. Revis. p. 134.

Bethylus villosus? Fabr. S. Piez. 236. 1.

On trouve cette espèce aux environs de Bruxelles; mon cabinet : en Hongrie; Fabricius : en France; Latreille.

Je crois que le *Bethylus villosus* de Fabricius, diffère de l'insecte décrit sous ce nom par Panzer. Ce dernier dit cependant l'avoir lui-même envoyé à Fabricius. D'un autre côté, Latreille dit avoir décrit sa *T. Villosa*, d'après un individu de la collection du professeur Desfontaines, étiqueté de la main de Fabricius. Ce dernier aurait-il placé le même insecte dans deux genres différens?

3. TIPHIA MORIO.

T. morio Fab. Mant. I. 280. 15. Ent. Syst. II. 227. 17. S. Piez. 235. 21. Gmel. 2742. 16. Panz. Fn. G. 55. 1.

Bethyllus morio. Panz. Krit Revis. p. 134.

Se trouve en Espagne; Fabricius : en France; mon cabinet : en Autriche; Panzer.

Remarque. Les trois espèces que je viens de citer, se ressemblent tellement par leurs formes, qu'il est très-difficile de leur assigner des caractères distinctifs; peut-être devra-t-on les réunir en une seule. Je n'ai jamais trouvé à Bruxelles un seul individu mâle de la *T. femorata*, quoique la femelle y soit très-commune; au contraire, on y trouve en très-grande abondance et à la même époque le mâle de la *T. villosa*, dont la femelle est très-rare. En outre, j'ai vu dans une collection un mâle de la *T. villosa* et une femelle de la *T. femorata* attachés à la même épingle, pour indiquer sans doute qu'ils avaient été saisis accouplés. D'après celà, il paraîtrait presque certain que ce ne sont que les deux sexes d'une même espèce. Cependant, j'ai reçu de Bordeaux deux individus mâles, entièrement semblables pour la couleur aux femelles de la *T. femorata*; et d'autre part, j'ai des femelles entièrement noires, se rapportant par conséquent à la *T. villosa*. Cependant, les nervures des ailes m'ont paru présenter quelques différences : chez les mâles de la *T. femorata*, la radiale s'étend plus vers le bout de l'aile que la seconde cubitale, tandis que chez la *T. villosa*, ces deux cellules en sont à égale distance, ou même la radiale semble moins allongée que la cubitale. Les femelles offrent aussi quelque différence dans la disposition de la nervure qui ferme la seconde cubitale. Chez celle de la *T. femorata*, cette nervure rencontre le

bord postérieur de la radiale à peu près à angle droit; dans celle de la *T. villosa*, elle se courbe avant de rencontrer la radiale, et le bord inférieur de celle-ci ne paraît en être qu'une continuation. J'ai cependant vu un individu de la *T. femorata*, qui présentait une disposition presque semblable. Quant à la *T. morio*, dont je n'ai vu jusqu'ici que des femelles, elle ne paraît différer de la femelle de la *T. villosa*, que parce qu'elle est plus grande et plus velue.

4. TIPHIA MINUTA. N. SP.

T. nigra, breviter griseo pubescens, tibiis apice tarsisque rufis. Mas.

Je ne connais que le mâle. Il a un peu plus de deux lignes de longueur, et est entièrement noir, avec un duvet court, grisâtre. La tête et le thorax sont finement pointillés; les deux pattes antérieures sont rousses, avec les hanches, les cuisses et la base des jambes noires; les quatre postérieures n'en diffèrent, que parce que la couleur noire des jambes s'étend presque jusqu'au bout, et que la couleur rousse de cette extrémité et des tarses est un peu moins claire. Les ailes sont un peu obscures avec le stigmate noir et grand. Quelquefois la nervure qui sépare les deux cellules cubitales manque; on ne voit alors qu'une seule cellule cubitale fort grande, ayant la forme que les deux cellules réunies ont ordinairement. J'ai un individu chez lequel la cellule radiale n'est pas entièrement fermée. La nervure qui

ferme la seconde cellule cubitale présente une convexité qui regarde le bout de l'aile.

Se trouve aux environs de Bruxelles et en Italie; mon cabinet.

G. Tengyra. *Latr.*

1. TENGYRA SANVITALI.

T. Sanvitali Latr. Gen. Ins. IV. p. 116.

Se trouve aux environs de Bruxelles; mon cabinet : en Toscane, en Piémont, à Paris; Latreille: à Liége; M. Wesmael.

Cet Insecte ressemble beaucoup aux Myzines mâles. De même que chez ceux-ci, l'extrémité du dernier segment de l'abdomen est bifide en dessus, et muni en dessous d'une pointe qui se recourbe entre les deux divisions de sa partie supérieure. Dans l'espèce connue, cette pointe dépasse à peine la partie supérieure; elle est beaucoup plus longue dans la *Myzine sexfasciata* que j'ai sous les yeux. Les ailes ne diffèrent de celles des Myzines que parce que les deux premières cellules cubitales sont réunies en une seule, à cause de l'avortement de la nervure qui doit les séparer, et dont on aperçoit des rudimens très-distincts chez plusieurs individus. Si cette nervure existait, le nombre des cellules et leur disposition seraient les mêmes dans les deux genres; il n'y aurait qu'une très-légère différence dans la

proportion relative des cellules. La *T. Sanvitali*, est entièrement noire, avec un duvet grisâtre, court et peu serré, mais plus long sur la tête et sous le ventre. Ses ailes sont incolores, avec les nervures et un grand stigmate noirs. On n'en connaît encore que le mâle. M. Wesmael soupçonne que les *Méthoques*, dont on ne connaît que les femelles, pourraient bien être celles des *Tengyres*. Ce qui donne du poids à cette conjecture, c'est que j'ai pris les uns et les autres le même jour, et précisément au même endroit. M. Wesmael a fait la même observation. D'ailleurs, les *Tengyres* ont les plus grands rapports avec les *Myrmoses* mâles; et les *Méthoques* n'en ont pas moins avec les individus aptères qu'on regarde comme les femelles des *Myrmoses*. Cette double analogie donne à la conjecture de M. Wesmael un degré de probabilité de plus. En poursuivant ces rapprochemens et en considérant la grande affinité qu'il y a entre les Tengyres et les Myzines mâles, on est porté à soupçonner que les femelles de ces dernières pourraient également être privées d'ailes. Et en effet, si la femelle de l'espèce assez commune dans le midi de l'Europe, était ailée, il serait fort singulier qu'on ne l'eût pas encore découverte. M. Latreille regarde comme femelles des Myzines, quelques *Tiphies* de Fabricius qui composent le genre *Plesie* de Jurine; mais ce rapprochement, quoique assez naturel, n'est fondé que sur l'analogie, et ne peut jusqu'ici être appliqué à la *Myzine* d'Europe. Illiger et quelques autres entomologistes ont cru devoir en faire deux genres différens.

G. Myzine. *Latr. Illig. Spin. Oliv. — Plesia. Jur. — Elidis species Fabr. Illig. — Tiphiæ spec. Fabr. Panz. — Sapygæ species Jur. — Scoliæ. spec. Rossi.*

1. MYZINE SEXFASCIATA.

Scolia sexfasciata Rossi Fn. Etr. Mant. II. Append. p. 136. Tab. 3. f. c. Fn. Etr. Ed. Illig. II. 116. 839.
Scolia sexcincta Rossi Fn. Etr. II. 73. 839.
Scolia volvulus Fab. Ent. Syst. Suppl. 256. 38.
Myzine Latr. H. N. XIII. p. 269.
Elis volvulus Fab. S. Piez. 249. 6. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 116. 839.
Myzine sexfasciata Spin. Ins. Lig. I. 78. 1.
Sapyga volvulus. Jur. Hymen. p. 160.
Var. B. *fasciis abdominalibus interruptis.*
Scolia cylindrica Fabr. E. S. II. 238. 38.
Elis cylindrica Fabr. S. Piez. 249. 5.
Sapyga cylindrica Panz. Fn. G. 87. 19? Jur. p. 160?
Hellus cylindricus Panz. Revis II. 162?
Myzine cylindrica Spin. Ins. Lig. I. 79. 2.

Cette espèce se trouve en Italie; Rossi : dans le midi de la France; Latreille : je l'ai reçue de Turin de M. le docteur Ferrero. La variété a été trouvée en Italie; Fabricius, Spinola : en Allemagne; Panzer.

Illiger croit que l'espèce de Panzer est différente de l'*Elis cylindrica* de Fabricius.

Remarque. Dans la synonymie de ce genre, j'ai suivi provisoirement la manière de voir de M. Latreille, indiquée dans l'article précédent.

G. Meria. *Illig. Latr.* — *Tachus. Jur. Spin.* — *Tiphiæ species Rossi. Panz.* (*Fn.*) *Spin.* — *Bethyli species Fabr.* — *Bethylli spec. Panz.* (*Revis.*)

1. MERIA TRIPUNCTATA.

Tiphia tripunctata Rossi Fn. Etr. II. 69. 831. Tab. VI. f. 10. Panz. Fn. G. 47. 20. (fem.) Latr. H. N. XIII. 268. 3. Spin. Ins. Lig. 1. 81. 4.
Bethylus Latreillii Fab. S. Piez. 237. 4.
Bethyllus tripunctatus Panz. Revis. II. 134.
Meria Latreillii Illig. Ed. Fn. Etr. II. 107. 831. Latr. Gen. IV. 114. et Nouv. Dict. Ed. 2. XX. 212.
Tachus Staphylinus Jur. Hym. p. 154. pl. 14.

J'ai reçu cette espèce de Turin, de M. le docteur Ferrero : elle se trouve aussi en Portugal; Illiger : en Espagne et dans le midi de la France; Latreille.

2. MERIA DIMIDIATA.

Tachus dimidiatus Spin. Ins. Lig. II. p. 31. Tab. 1. f. 1. (fem.)
Meria dimidiata Latr. Gen. IV. 114.

Se trouve aux environs de Gênes; Spinola.

G. Scolia. *Fab. Gmel. Rossi Latr. Cuv. Lam. Panz. Schrank. Walck. Illig. Spin. Jur.* — *Sphegis species. Lin. Schæff. Scop. Vill. Christ.* — *Apis species Schrank. Vill.* — *Vespæ spec. Christ.* — *Elidis*, *Tiphiæ spec. Fabr.*

I. *Trois cellules cubitales* (1).

a. *Une seule nervure récurrente reçue par la seconde cellule cubitale.*

1. SCOLIA HORTORUM.

S. Flavifrons Latreille H. N. XIII. 275. 4.
S. Hortorum. Latr. Gen. Ins. IV. 105.

---

(1) Ces divisions et subdivisions, sont empruntées à Latreille. Voyez son ouvrage : *Genera Insectorum*, etc. T. IV, p. 105.

Mas.

Sc. hortorum Fabr. Mant. I. 281. 12. Ent. Syst. II. 232. 18. S. Piez. 243. 24. Rossi Fn. Etr. II. 70. (Ed. Illig. III.) 834. Ejusd. Mant. I. 129. 287. Tab. 8. f. B. Gmel. 2737. 12. Spin. Lig. I. 76. 8.

Sphex Hortorum Vill. Ent. III. 243. 63.

Vespa tricuspidata Vill. III. 280. 35. Tab. 8. f. 19.

Scolia interrupta Scop. Del. Flor. et Faun. Insub. fasc. 2. p. 60. Tab. 22. f. 3. (Illig.)

Femina.

Scolia flavifrons Fab. Syst. Ent. 355. 3 Spec I. 452. 5. Mant. I. 280. 5. Ent. Syst. II. 229. 5. S. Piez. 240. 7. Rossi. Fn. Etr. II. 69. (109 Illig.) 832. Mant. I. 129. 285. Gmel. 2736. 5. Spin. I. 76. 1. Jur. p. 157.

Sphex bidens Sulz. Hist. Ins. T. 27. f. 3. Rœmer. Gen. Ins. T. 27. f. 3.

Sphex flavifrons Vill. Ent. III. 239. 50.

J'ai trouvé cette espèce en Italie; mon cabinet : en Espagne et en Portugal; Illiger; et dans le midi de la France; Latreille.

2. SCOLIA BIMACULATA.

S. bimaculata Latr. Gen. IV. 105.

Mas.

S. bimaculata Fabr. Spec. I. 452. 7. Mant. I. 281. 8. Ent. Syst. II. 231. 11. S. Piez. 241. 13. Rossi. Fn. Etr. II. 70. (III Ed. Illig.) 833. Mant. I. 129. 833. Tab. 8. f. c. Gmel. 2736. 8. Jurine p. 157.

Femina.

S. Flavifrons (varietas antennarum flagello rufo.) Rossi Fn. Etr. II. 69 (109 Illig.) 832.

Sphex bidens Lin. S. Nat. I. 943. 14. Gmel 2728. 14.

Les individus que j'ai examinés dans le cabinet de M. Robyns, viennent d'Espagne. On la trouve aussi en Italie; Rossi.

Cette espèce est très-voisine de la précédente, et Illiger est porté à croire qu'elle n'en est qu'une variété. Cependant elle est constamment plus petite et proportionnellement plus étroite. Les antennes du mâle sont jaunes avec les deux premiers articles noirs; et son abdomen n'a que deux taches jaunes placées sur le troisième segment. Le mâle de la *S. hortorum* a toujours les antennes entièrement noires et une bande jaune non interrompue sur le deuxième segment, entre les deux taches du troisième. La femelle diffère de celle de l'espèce précédente, en ce que les antennes au lieu d'être noires, sont rousses avec les deux premiers articles noirs; les ocelles ne sont point placés au milieu d'une tâche noire comme chez celle-là, et la bande jaune, du second segment de l'abdomen, est formée de deux taches assez éloignées l'une de l'autre, tandis que dans l'espèce précédente elle est à peine interrompue. J'observe de plus, dans la *S. bimaculata*, un petit enfoncement vers la base du premier segment abdominal qui ne se trouve point dans la femelle de la *S. hortorum*.

3. SCOLIA HÆMORRHOIDALIS.

S. hæmorrhoidalis Fabr. Mant. I. 280. 7. E. S. II. 230. 7. S. Piez. 240. 9. Gmel. 2736. 7. Spin. Ins. Lig. I. 74. 3. Jur. p. 157. Latr. Gen. IV. 105.

Sphex hæmorrhoidalis Vill. Ent. III. 243. 61.

Sphex versicolor Christ Hymen. 254. T. 24. f. 2. fem. (Illig.)
Drury. Illustr. II. Tab. 40. f. 3? fem.
Rœmer. Gen. Ins. Tab. 27. f. 4. mas.

On trouve cette espèce au midi de la France; Latreille : aux environs de Gênes; Spinola; et en Dalmatie; mon cabinet.

La *Sc. hæmorrhoidalis*, ressemble encore plus à la *Sc. hortorum* que la précédente. La forme, la grandeur et la disposition des taches est la même : seulement dans l'un et l'autre sexe de celle-là, la partie antérieure du thorax et la partie postérieure de l'abdomen sont couvertes de poils fauves, tandis que les poils de ces parties sont noirs dans la seconde. Dans une femelle que j'ai sous les yeux, il y a une tache jaune sur l'écusson, et vers la base du premier segment de l'abdomen, il y a un petit enfoncement comme dans la femelle de la *Sc. bimaculata*. Les deux bandes de l'abdomen, sont tout-à-fait interrompues et forment chacune deux taches bien distinctes. Dans la femelle de la *Sc. hortorum* la bande antérieure est à peine ou point interrompue.

b. *Deux nervures recurrentes reçues par la seconde cellule cubitale.*

4. SCOLIA KLUGII N. SP.

Sc. nigra, vertice toto luteo, mesothorace supra ferrugineo, abdominis segmento secundo maculis duabus, tertio et quarto fascia lata hujus postice emarginata, luteis. Femina.

La tête est noire, mais le vertex est jaune jusques devant et derrière les yeux : seulement il y a au milieu une petite tache brune, autour des ocelles; entre les antennes qui sont noires on voit une petite tache roussâtre qui paraît être interrompue. Le thorax est noir avec le mésothorax ferrugineux en dessus. L'abdomen est noir : mais en dessus le premier segment porte une petite tache rousse dans son milieu; le second a de chaque côté une tache arrondie, jaune; le troisième est entièrement couvert par une bande jaune, presqu'interrompue au milieu par une petite ligne brune; le quatrième a une bande de même couleur, échancrée au bord postérieur; ces deux derniers segmens sont bordés postérieurement de poils fauves; le cinquième est couvert de poils bruns, excepté au milieu où ils sont fauves; ceux qui bordent le second, sont bruns. Au ventre, les troisième et quatrième segmens sont bruns à la base; tous sont bordés de poils noirs. Le prothorax, le métathorax et la poitrine, ont un duvet noir. Les pattes sont noires, avec des poils de même couleur et des épines roussâtres. Les jambes de la première paire, ont, vers leur extrémité et au côté interne, une épine jaunâtre, mousse, crochue. Celles de la troisième paire, sont terminées par deux fortes épines également jaunâtres, dont l'extérieure plus courte, n'est que légèrement renflée au bout, tandis que l'intérieure assez longue se termine en spatule. Les ailes sont jaunes à la base et brunes avec un reflet bleuâtre à l'extrémité. Dans l'individu que j'ai sous les yeux, la troisième cellule cubi-

tale du côté droit, est divisée en trois petites cellules par deux nervures, partant d'un même point de la nervure intérieure, et allant s'insérer, l'une au bord antérieur, l'autre au bord extérieur; à l'aile gauche la même cellule est simple. De la même nervure qui sépare la troisième cellule cubitale de la seconde, naît à l'intérieur de cette dernière, une nervure qui se dirige vers la base de l'aile et se termine librement au milieu de la cellule. Du reste, les trois cellules cubitales, dont la seconde reçoit deux nervures recurrentes, font aisément distinguer cette espèce des précédentes auxquelles elle ressemble beaucoup par les couleurs.

J'ai acheté cette espèce à M. Hoffmann, marchand en objets d'histoire naturelle, de Munich, qui m'a dit l'avoir prise en Dalmatie. Il n'avait que des insectes d'Europe. Je l'ai dédiée à M. Klug, auquel on doit beaucoup d'utiles travaux sur les Hymenoptères.

5. SCOLIA INTERRUPTA.

S. interrupta Latr. Gen. IV. 105. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 115. 838.

Mas.

S. interrupta Fab. Spec. Ins. I. 454. 18. Mant. I. 282. 24. E. S. II. 236. 34. Rossi Fn. Etr. II. 72. (115 Illig.) 838. Gmel. 2738. 24. Panz. Fn. Germ. 62. 14. Revis. II. 139. Jur. p. 157.

Vespa nigricornis? Vill. Ent. III. 280. 43. Tab. 8. f. 21.

Sphex canescens Scop. Del. Flor. et Fn. Insub. fasc. 2. p. 66. Tab. 22. f. 8. (Illig. Latr.)

Elis interrupta Fab. S. Piez 249. 2. Spin. Ins. Lig. I. 77. 1.

Femina.

Sphex insubrica Scop. Del. l. c. p. 58. Tab. 22. f. 1. (Latr. Illig.)
Scolia sexmaculata Latr. H. N. XIII. 274. 3.

Se trouve en Italie; Rossi, Spinola : en Espagne et dans le midi de la France; mon cabinet.

J'ai suivi l'opinion de Latreille et d'Illiger, en désignant comme femelle de cette espèce le *Sphex insubrica* de Scopoli que je n'ai point vu. J'avais soupçonné que la *Sc. sexmaculata* de Fabricius, dont on ne connaît pas le mâle, était la femelle de cette espèce : et il est possible que l'espèce de Scopoli ne soit qu'une variété de celle-ci; du moins, elle doit en être très-voisine, puisque Latreille l'avait d'abord confondue avec elle. Ne pouvant décider cette question, je conserve ici l'espèce de Fabricius.

Obs. Le mâle a sous l'extrémité des jambes antérieures un appendice spiniforme, recourbé, et dilaté au bout en forme de palette ou de cuiller.

6. SCOLIA SEXMACULATA.

Sc. sexmaculata Fab. spec. 1. 452. 6. Mant. I. 280. 6. E. S. II. 229. 6. S. Piez. 240. 8. Gmel. 2736. 6. Rossi Fn. Etr. II. 71. (112. Ed. Illig.) 835. Mant. II. Append. T. 8. f. A. Jur. p. 157. Latr. Gen. IV. 106. Spin. Lig. I. 74. 2.
Sphex sexmaculata. Vill. III. 239. 49.

J'ai reçu cette espèce de Bordeaux : elle se trouve aussi en Italie; Rossi, Spin.

Obs. On ne connaît encore que la femelle. Latreille soup-

çonne que la *S. quinquecincta* Fab., pourrait en être le mâle : ce qui me semble plus qu'invraisemblable, vu la grande différence qui existe entre ces deux espèces. Je pencherais plutôt à croire que la *Sc. sexmaculata* est la femelle de la *S. interrupta* comme je l'ai dit plus haut.

7. SCOLIA QUINQUECINCTA. N. SP.

Sc. quinquecincta Fab. E. S. II. 234. 23. S. Piez 243. 29.
Elis quinquecincta Spin. Ins. Lig. I. 78. 2.

Cette espèce m'a été envoyée de Bordeaux, par M. Brelay. On la trouve aussi en Italie; Fab.

Obs. On ne connaît encore que le mâle, qui a environ 8 lignes de longueur.

De même que dans le mâle de la *S. interrupta*, on observe sous l'extrémité de ses jambes antérieures un appendice spiniforme blanchâtre, courbé et dilaté au bout, semblable aux deux appendices qu'on observe à l'extrémité des jambes postérieures de la *Scolia sexmaculata*.

8. SCOLIA MARGINATA. N. SP.

Sc. nigra, segmentis quatuor anterioribus abdominis antice rufescentibus postice griseo-ciliatis; tibiis tarsisque rufis, alis basi rufescentibus, apice fusco cærulescentibus. Femina.

J'établis cette espèce, d'après un individu femelle, appar-

tenant à la collection de M. Robyns, qui l'a reçu d'Espagne. Sa tête est noire, pointillée et a quelques poils gris à l'occiput. Les antennes sont noires et les mandibules brunâtres. Le thorax est noir, pointillé; mais le milieu du mésothorax n'a pas de points, et ils sont plus nombreux sur le métathorax qu'ailleurs : on observe des poils gris sur le prothorax, la poitrine et les côtés. Les pattes sont noires avec l'extrémité inférieure des cuisses, les jambes et les tarses bruns, garnis de poils gris; les épines qui terminent les jambes postérieures sont testacées, et l'intérieure est dilatée au bout en forme de spatule; vers l'extrémité des jambes antérieures et en dessous on observe un appendice testacé semblable, mais recourbé. Les ailes antérieures sont roussâtres avec l'extrémité d'un brun bleuâtre, plus foncé vers le bord antérieur. Les ailes postérieures sont légèrement jaunâtres presqu'incolores. L'abdomen est noir avec le bord antérieur des anneaux plus ou moins brunâtre, surtout inférieurement : la partie antérieure du premier, son bord postérieur en dessus, et celui des trois suivans en dessus et en dessous, sont garnis de poils gris serrés; le cinquième est bordé de poils bruns.

II. *Deux cellules cubitales.*

a. *La seconde cellule cubitale recevant les deux nervures recurrentes.*

* 9. SCOLIA ABDOMINALIS.

Sc. abdominalis Spin. Ins. Lig. I. p. 25. Latr. Gen. IV. 106.

Sc. rubra Jur. Hymen. p. 157. Pl. 9. Gen. 12. femina.

Se trouve aux environs de Gênes; Spinola.

10. SCOLIA AUREA.

S. aurea Latr. Gen. IV. 106.

Mas.

Sc. aurea Fabr. E. S. II. 231. 13. S. Piez. 241. 15. Coqueb. Illustr. Dec. 2. Tab. 13. f. 9.

Femina.

Tiphia ciliata Fabr. Mant. I. 279. 7. Gmel. 2741. 8. Coqueb. l. c. f. 8.
Scolia ciliata Fabr. E. S. II. 231. 12. S. Piez. 241. 14. Jur. Hymen. p. 157.

Se trouve en Espagne. Cabinet de M. Robyns.

b. *Une seule nervure recurrente, reçue par la seconde cellule cubitale.*

11. SCOLIA INSUBRICA.

Sc. insubrica Rossi Fn. Etr. II. 72 (114. Illig.) 837. Mant. II. Append. 10. 4. Tab. 8. fig. F. fem; G. g. mas. Latr. H. N. XIII. 274. 2. Gen. Ins. IV. 106.
Scolia tridens Spin. Ins. Lig. 1. 75. 4.

Mas.

Scol. tridens Fabr. E. S. II. 232. 17. S. Piez. 242. 21. Jur. Hymen. p. 157. mas.
Sphex fuciformis scop. Del. Fl. et Fn. Ins. Tab. 22 fig. 2?
Sphex quadricincta Scop. l. c. fig. 5. Var.

On la trouve aux environs de Florence; mon cab.; à Gênes, Spinola.

* 12. SCOLIA BIFASCIATA.

Sc. bifasciata. Rossi Fn. Etr. Mant. II. Append. 120. 105. Tab. 8. fig. H. h. mas. I. i. fem. Spin. Ins. Lig. I. 75. 5. Latr. Gen. IV. 106.
Scolia notata Fabr. E. S. Suppl. p. 255. S. Piez. 244. 31. fem. (Spin.)

On trouve cette espèce en Toscane; Rossi : et aux environs de Gênes; Spinola.

13. SCOLIA ERYTHROCEPHALA.

Sc. erythrocephala Fab. E. S. suppl. p. 255. S. Piez. 242. 23. Latr. Gen. IV. 106. Jur. Hymen. p. 157. Femina.

Du midi de l'Europe; Fabr. : d'Espagne; cabinet du comte Déjean (1).

---

(1) Un voyage que j'ai fait à Paris, pendant l'impression de ce Mémoire, m'a donné occasion de recueillir de nouveaux matériaux, surtout dans les riches collections de M. le général comte Déjean, pair de France, et de M. Bosc, professeur au jardin du Roi, qui ont bien voulu me permettre de les examiner à loisir, et de décrire les espèces nouvelles de cette famille qu'elles renferment. La collection d'Hymenoptres du comte Déjean est celle qui a appartenu à M. Latreille. Je dois aussi à la complaisance de ce dernier savant, et de MM. Guérin, à Paris, et Blondel fils, à Versailles, plusieurs espèces qui me manquaient.

Comme, après l'impression de la troisième feuille de mon Mémoire, des circonstances particulières ont retardé, jusqu'à mon retour, le tirage des suivantes, déjà composées, j'ai pu faire à cette partie quelques additions et corrections qui sont le résultat de mes nouvelles observations.

J'ai aussi pu consulter depuis plusieurs ouvrages que je n'avais pas eus à ma disposition, et dont j'ai vérifié les citations, savoir : Coquebert, *Illustrationes iconographicæ, etc.*; Christ, *Naturgeschichte, etc.;* Scopoli, *Deliciæ, etc.*

Fabricius n'a décrit que la femelle. Les individus de la collection du comte Déjean, ont le vertex ferrugineux avec une tache noire au milieu. Les antennes sont rousses avec les deux premiers articles noirs. Les jambes antérieures ont en dessous un crochet dilaté à l'extrémité.

Il y a dans la même collection, sous le nom de *Scolia errans*, plusieurs individus mâles qui me semblent appartenir à cette espèce-ci. Le corps est noir, à l'exception de deux bandes jaunes sur l'abdomen; l'une large et entière sur le troisième segment; l'autre plus étroite, tantôt entière, tantôt interrompue, sur le quatrième. Les ailes sont jaunâtres à la base, d'un noir bleuâtre à l'extremité. Les pattes sont noires. Longueur 10 à 12 lignes. D'Espagne.

15. SCOLIA DEJEANII.

S. Nigra, abdominis segmentis 2 et 3, fascia lata, maris segmento quarto fascia tenui, luteis; vertice ferminæ ferrugineo; alis nigris.

Le male est noir; quatre points jaunes forment une petite ligne transversale, interrompue entre les yeux et les antennes; il y a une ligne de même couleur derrière les yeux. Une large bande jaune occupe le dessus des deuxième et troisième segmens de l'abdomen; sur le quatrième, il y en a une plus étroite et sinueuse. Les pattes sont noires, les jambes antérieures ont en dessous un crochet assez fort. Les ailes antérieures sont noires, moins foncées vers l'ex-

trémité, les postérieures sont noirâtres. Longueur 8 à 9 lignes.

La femelle est noire; l'occiput ferrugineux, avec une tache noire renfermant les ocelles. Antennes ferrugineuses, avec la base noirâtre. Le thorax a en dessus une teinte roussâtre. L'abdomen présente seulement les deux larges bandes jaunes qui couvrent les deuxième et troisième segmens, et qui ont de chaque côté, au bord externe, un gros point noir formant une échancrure dans le jaune. Pattes noires, munies de beaucoup d'épines et de poils roux et noirs, mêlés. Ailes comme dans le mâle. Longueur 10 à 11 lignes.

Cette espèce se trouve en Crimée; cabinet du comte Déjean.

15. SCOLIA HIRTA.

Apis hirta Schrank. Enum. Ins. Austr. nº 22. Vill. Ent. III. 301. 37.
Sc. bicincta Rossi Fn. Etr. II. 71. (113) 836. Mant. II. Append. 118. 103. Tab. 8. fig. D. d. d. mas. E. fem. Ahrens. Faun. Eur. 2. 18. mas.
Vespa bicincta. Vill. Ent. III. 280. 37 ? fem.
Sphex bicincta Scop. Del. Fl. et Fn. Ins. 61. Tab. 22. f. 4. (Mas.)

Des environs de Bologne et de Florence; mon cabinet.

Obs. Latreille et Illiger confondent cette espèce avec celle que Panzer a figurée et décrite sous le nom de *Sc. signata.* Je crois que c'est une erreur, d'après la comparaison que

j'ai faite des individus que je possède, avec la description de Rossi qui leur convient parfaitement, et avec celle de Panzer qui présente beaucoup de différences, exposées plus bas.

Fabricius a décrit sous le nom de *Sc. bicincta*, une espèce différente, propre à l'Amérique, et que Rossi avait crue identique avec la sienne.

* 16. SCOLIA SIGNATA.

Sc. signata Panz. Fn. G. 62. 13. mas. Revis. p. 138. Spin. Ins. Lig. I. 76. 6? Schœff. Icon. Ratisb. T. 147. f. 1. 2? mas. Ejusd. Elem. T. 115? mas.

Des environs de Nuremberg; Panzer : de Gênes? Spinola.

Obs. Comme je l'ai dit plus haut, l'espèce précédente a été confondue avec celle-ci. Cependant, en la comparant avec la figure et la description de Panzer, elle m'a paru évidemment différente. Les ailes antérieures de cette dernière, sont jaunâtres à la base et au bord antérieur, et obscures à l'extrémité, tandis qu'elles sont entièrement d'un noir bleuâtre dans la précédente. La figure de Panzer représente un mâle ayant sur la première bande jaune de l'abdomen, un point noir libre, de chaque côté, que je n'ai jamais vu dans le mâle de la *Sc. bicincta*; les femelles seules, ont sur cette bande, un point noir de chaque côté, mais contigu a la couleur noire latérale. Par

les ailes, la *Sc. signata* Panz., se rapproche de la *Sc. insubrica* de Rossi, qui les a semblables; mais elle en diffère, en ce que dans cette dernière, la première bande jaune de l'abdomen est toujours interrompue, et qu'on en voit constamment une troisième, plus étroite sur le quatrième segment.

C'est d'après Panzer que j'ai rapporté à cette espèce, les figures de Schœffer; peut-être devrait-on les rapporter plutôt à l'espèce précédente.

17. SCOLIA QUADRIPUNCTATA.

Sc. quadripunctata Fabr. Syst. Ent. 356. 8. Spec. 1. 454. 16. Mant. I. 282. 22. E. S. II. 236. 32. S. Piez. 245. 39. Rossi Fn. Etr. II. 73 (117). 840. Gmel. 2738. 22. Panz. Fn. G. 3. 22. et Revis. p. 139. mas. Coqueb. Illustr. Dec. 2. T. 13. f. 13. mas. Latr. H. N. XIII. 273. 1. Gen. Ins. IV. 106. Jur. p. 157.

Sphex quadripunctata Scop. Del. Fl. et Fn. Ins. 2. 65. T. 22. f. 7. Vill. Ent. III. 240. 53.

Scolia sexpunctata Rossi Fn. Etr. Mant. I. 130. 288. Append. T. 8. f. L. mas. f. M. fem. Var. Spin. Ins. Lig. I. 76. 7.

Scolia violacea Panz. Fn. G. 66. 18. et Revis p. 138. feminæ var.

Schœff. Icon. Ratisb. Tab. 132. f. 6. mas.

On la trouve en Italie et au midi de la France; mon cabinet : en Allemagne; Panzer : aux environs de Paris; Latreille.

Obs. Cette espèce offre dans les deux sexes, beaucoup de variétés pour le nombre et la position des taches.

Le mâle n'en a ordinairement que quatre, rarement six

sur l'abdomen; mais dans la femelle, outre les quatre taches ordinaires, il y en a souvent deux autres sur le quatrième anneau et quelquefois deux points sur le premier. Quelques individus ont une petite tache jaune derrière chaque œil et une autre à chaque épaule.

18. SCOLIA BIGUTTATA.

S. atra; abdominis segmento tertio, maculis duabus sæpe in fasciam confluentibus luteis; alis nigris. Mas.

Tout le corps est noir, à l'exception de deux taches jaunes sur le troisième segment de l'abdomen; ces taches se réunissent souvent en une bande échancrée à sa partie antérieure. Les pattes sont noires; et les jambes antérieures n'ont point de crochet sous leur extrémité. Les ailes sont noires, un peu plus claires vers le bout et au côté interne. Longueur 6 à 7 lignes. Je n'ai vu que le mâle.

Se trouve en Espagne; cabinet du comte Déjean. Elle y porte le nom que je lui ai conservé.

---

* 19. SCOLIA SCUTELLATA.

S. scutellata Fab. Ent. Syst. II. 232. 15. S. Piez. 241. 17.

Du royaume de Naples; Fabricius.

J'ignore dans quelle section doit être placée cette espèce, que je n'ai point vue et dont personne n'a parlé depuis Fabricius.

DEUXIÈME TRIBU. — *SAPYGITES.*

G. POLOCHRUM. *Spinola*, *Latr.*

I. POLOCHRUM REPANDUM.

P. repandum Spin. Ins. Lig. I. p. 20. Tab. 2. f. VIII. A. fem. B. mas. Latr. Gen. IV. 109. Enc. meth. Ins. X. p. 174.

Cette espèce se trouve aux environs de Gênes; Spinola. J'ai pris deux mâles dans le jardin botanique de Bologne.

G. SAPYGA. *Latr. Klug. Jur. Spin. — Hellus Fabr. Panz. (Revis.) — Masaridis spec. Panz. (Fn.) — Sphegis Spec. Vill. — Scoliæ spec. Gmel. — Apis spec? Lin. Schœff. Vill.*

I. SAPYGA PUNCTATA.

S. punctata Klug. Monogr. Sir. p. 61. T. VII. f. 4. fem. 5. 6. mas. Latr. H. N. XIII. 272. 1. Spin. Ins. Lig. I. 76. 1.
S. sexpunctata Latr. Nouv. Dict. Ed. 2. XXX. 179.
Hellus quadriguttatus Panz. Revis II. 142.

MAS.

Var. A. *Punctis abdominalibus quatuor.*
Scolia quadriguttata Fabr. Spec. Ins. I. 454. 15. Mant. I. 282. 20. E. S. II. 235. 29. Gmel. 2738. 20.
Sphex quadriguttata. Vill. Ent. III. 240. 52.
Sapyga quadripunctata Panz. Fn. G. 87. 20.
Sapyga punctata? Panz. Fn. G. 100. 17.
Hellus quadriguttatus Fab. S. Piez. 247. 3.
Var. B. *Punctis abdominalibus sex.*
Scolia sexguttata Fab. Ent. Syst. II. 235. 30.

Hellus sexguttatus Fab. S. Piez. 247. 4.

Var. C. *Punctis abdominalibus octo.*

Sapyga decipiens Enc. meth. Ins. X. 338. 2. Klug. Monogr. Sir. Tab. VII. fig. 6.

Sapyga prisma. mas. Jur. p. 160.

Var. D. *Punctis abdominalibus decem.*

Sapyga decemguttata Jur. Hym. p. 160. pl. 9. Gen. 13.

FEMINA.

Scolia quinquepunctata Fabr. Spec. Ins. I. 453. 14. Mant. I. 282. 18. E. S. II. 235. 27. Vill. Ent. III. 240. 51. Gmel. 2737. 18.

Sirex pacca Fabr. Mant. I. 258. 15. E. S. II. 129. 17. Vill. Ent. III. 131. 11. Gmel. 2673. 16.

Hellus sexpunctatus Fab. S. Piez. 246. 1.

Hellus pacca Fab. ib. 247. 6.

Sapyga punctata Latr. Gen. Tab. XIII. f. 9.

Schæff. Icon. Ins. Ratisb. Tab. 195. f. 7. 8.

Des environs de Bruxelles; mon cabinet : on la trouve aussi en France; Latreille : et en Allemagne; Panzer, Klug.

2. SAPYGA PRISMA.

Scolia prisma Fabr. Mant. I. 282. 21. E. S. II. 236. 31. Gmel. 2738. 21. fem.

Sphex prisma Vill. Ent. III. 244. 66. fem.

Masaris crabroniformis Panz. Fn. G. 47. 22. fem.

Sapyga prisma Klug. Monogr. Sir. p. 63. Tab. VII. fig. 7. fem. 8 mas. Latr. H. N. XIII. 273. 2. Nouv. Dict. Ed. 2. XXX. p. 179. Jur. Hym. p. 160. (sed femina tantum.)

Hellus prisma Fab. S. Piez. 247. 5. Panz. Revis, II. 142. fem.

Se trouve en Allemagne; Fabr., Panz., Klug : à Paris; Latreille : à Liége; cab. de M. Wesmael.

Obs. Latreille croit que la *Sap. punctata* de Panzer (Fn. 100. 17.), est le mâle de cette espèce, et l'*Apis clavicornis* Lin. Il me semble que l'une et l'autre doivent être rapportées à l'espèce précédente.

* 3. SAPYGA VARIA.

S. varia. Lepell. et Serv. Enc. meth. Ins. X. 338. 1.

Des environs de Paris; Lepelletier et Serville.

* 4. SAPYGA ANNULATA.

S. annulata Panz. Fn. E. 106. 18.

Se trouve en Allemagne; Panzer.

* 5. SAPYGA? BIGUTTATA.

Scolia biguttata. Fab. Mant. I. 282. 19. Ent. Syst. 11. 235. 28. (errore sub S. 8-guttatæ nomine.)
Hellus biguttatus. Fab. S. Piez. 247. 2.

Se trouve en Espagne; Fabr. Je doute que cette espèce appartienne à ce genre.

TROISIÈME TRIBU. — *POMPILIENS.*

G. POMPILUS *Latr. Panz. (Revis) Spin. Illig. — Pompili species Fabr. Jur. Panz. (Fn.) — Sphegis species Lin. et multorum. — Ichneumonis species Geoffr. Fourc. — Cryptocheilus Panz. — Miscus fam.* 2. *Jurine.*

Remarque. Ce genre nombreux en espèces, aurait besoin

d'être revu avec soin, car la plupart de celles qu'on connaît ont été décrites incomplétement et leur synonymie est souvent fautive; il y en a aussi beaucoup d'inédites. N'ayant point sous les yeux un nombre suffisant d'espèces pour entreprendre une monographie, je me bornerai à exposer les observations que j'ai faites sur les espèces que j'ai pu étudier, en y joignant la description de celles qui m'ont paru nouvelles.

On a cherché à introduire dans ce genre quelques divisions, pour en faciliter l'étude. A l'article Pompile de l'Encyclopédie méthodique, MM. Lepelletier de St.-Fargeau et De Serville, ont établi une première division d'après la forme de la première cellule cubitale, qui est tantôt triangulaire ou très-rétrécie à sa partie antérieure, tantôt presque carrée. Mais ce caractère est inconstant; car on passe insensiblement d'une forme à l'autre, et j'ai vu, dans une même espèce, cette cellule tantôt très-rétrécie antérieurement, tantôt presque pas. Les jambes postérieures pourraient peut-être fournir un bon caractère de division. Dans plusieurs espèces leur côté extérieur, au moins chez les femelles, est dentelé en scie, tandis que dans les autres, il n'offre que quelques épines latérales, plus ou moins longues, quelquefois presque nulles. Dans quelques espèces, les tarses antérieurs des femelles sont pectinés au côté extérieur, caractère qui pourrait également être employé pour établir une division. Mais ces particularités étant presque toujours omises dans les

descriptions des auteurs, je ne puis en faire usage dans ce travail, où je dois citer beaucoup d'espèces que je n'ai pas vues. J'aurai soin cependant de les indiquer, pour toutes celles que j'ai pu examiner. Quant aux subdivisions établies dans l'Encyclopédie méthodique d'après les couleurs et les taches de l'abdomen, je crois qu'on ne peut pas en faire usage; d'abord parce qu'elles ont l'inconvénient d'éloigner des espèces très-voisines par leur conformation; et surtout parce qu'il y a des espèces dont l'abdomen est tantôt tacheté et tantôt de couleur uniforme, tandis que chez d'autres, ces différences dépendent des sexes.

1. POMPILUS NIGER.

Sphex nigra Fabr. Syst. Ent. 350. 22. Spec. I. 448. 32. Mant. 1. 276. 37. E. S II. 211. 51. Rossi. Fn. Etr. 11. 64. (98. Illig. Ed.) 819. Vill. Ent. III. 238. 45. Gmel. 2730. 62.

Pompilus niger Fabr. Ent. S. suppl. 247. 8. S. Piez. 191. 15. Panz. Fn. G. 71. 19. (fem.) Krit. Revis. II. 118. Jur. Hym. p. 121. Lepel. et Serv. Enc. meth. Ins. X. 180. 4. (mas.)

J'ai pris cet insecte aux environs de Bruxelles et en Italie. On le trouve aussi à Paris; Enc.: et en Allemagne; Panz.

Je crois que Fabricius n'a connu que la femelle, qui est entièrement noire avec un reflet blanchâtre à la base des second, troisième et quatrième segmens de l'abdomen, et aux quatre hanches postérieures. Les ailes sont nuagées d'obscur avec l'extrémité noire; leur troisième cellule cubitale est triangulaire. Les jambes postérieures n'ont que quelques faibles épines latérales, et les tarses antérieurs ne

sont point pectinés. Les individus mâles que je crois devoir rapporter à cette espèce, sont un peu plus petits et proportionnellement plus étroits. Ils ont un duvet blanchâtre au devant de la tête, et quelques poils roussâtres à l'extrémité de l'abdomen. Dans quelques individus de ce sexe, la troisième cellule cubitale est petiolée; caractère qui les placerait dans la seconde division du genre Miscus de Jurine, que Latreille a, avec raison, réunie aux Pompiles.

Le *P. niger* pourrait bien n'être qu'une variété toute noire du *P. viaticus*.

2. POMPILUS PULCHER.

P. pulcher Fabr. E. S. suppl. 249. 19. S. Piez. 193. 27. Spin. I. 69. 4.

Var. B. *Corpore fere toto cinereo-micante.*

Sphex plumbea Fabr. Mant. I. 278. 64. E. S. II. 220. 92. Rossi. Fn. Etr. Mant. I. 127. 280. Vill. Ent. III. 242. 57. Gmel. 2733. 83. (an mas ?)

Pepsis plumbea Fabr. S. Piez. 215. 40.

Pompilus pulcher. Coqueb. Illustr. 2. 52. Tab. 12. f. 8.

Var C. *Nigra, margine postico segmentorum abdominis* 1. 2. 3. *interruptè cinereis.*

Larra sexmaculata Spin. Lig. I. p. 16. Tab. 1. f. 6. (mala.) et II. p. 74.

Se trouve aux environs de Bruxelles; mon cabinet : en Italie; Rossi, Spinola : en Espagne; Fabricius.

Dans la femelle, la troisième cellule cubitale est un peu rétrécie à sa partie antérieure et plus petite que la seconde. Les jambes postérieures ont quelques épines latérales. (Les épines terminales existent dans toutes les espèces.) Les tarses antérieurs sont pectinés au côté externe.

Ordinairement les segmens de l'abdomen n'ont, postérieu-

rement, qu'une étroite bordure formée par un duvet blanchâtre. Dans quelques individus, ce duvet occupe presque tout le segment à l'exception du bord antérieur; c'est la variété B. Dans d'autres, il forme une bande étroite, mais interrompue, de sorte qu'il y a deux taches sur chaque segment, plus marquées sur les 2e, 3e et 4e, comme dans la variété C. Longueur 5 à 6 lignes.

Le mâle est noir, presque entièrement couvert d'un duvet cendré, à l'exception du bord antérieur des segmens de l'abdomen, qui est lisse; ce bord lisse est large dans le second segment et très-étroit dans les autres; les antennes, le ventre et les tarses sont moins cendrés que les autres parties; le devant de la tête est un peu argenté. Le corps est beaucoup plus étroit que celui de la femelle. La troisième cellule cubitale est très-rétrécie antérieurement, et plus petite que la seconde. Il a 2 à 3 lignes de longueur.

Le *Pepsis plumbea*, Fabr., paraît se rapporter au mâle, puisqu'il lui donne l'épithète de *minuta*.

3. POMPILUS CINGULATUS.

P. Niger, margine postico prothoracis, metathorace postice, abdominis fasciis tribus, mari subintegris, feminæ interruptis, marisque fronteet ano cinereo micantibus.

Sphex cingulata Rossi. Fn. Etr. II. 64. 818. (mas.)
Pompilus pulcher. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 98. 818. (mas.)

Cette espèce se trouve dans le midi de la France; cab.

de M. Bosc : en Dalmatie ; cab. de M. Robyns : en Italie ; Rossi : en Portugal ; Illiger.

Le mâle est d'un beau noir, et le vertex a un duvet de même couleur ; le devant de la tête, le bord postérieur du prothorax et la partie postérieure du métathorax sont d'un gris luisant, formé par un duvet court ; une bande presqu'interrompue au bord postérieur des trois premiers segmens de l'abdomen, et le bord antérieur du dernier segment en dessus, ainsi qu'une bande étroite largement interrompue au bord postérieur des trois premiers segmens en dessous, sont de la même couleur. Les ailes sont un peu obscures avec l'extrémité bordée de noir. La troisième cellule cubitale est fortement rétrécie à sa partie antérieure, et à peu près de la grandeur de la seconde. Les pattes sont noires ; les jambes de la troisième paire ne sont point dentelées, mais garnies de quelques épines latérales ; les tarses antérieurs ne sont pas pectinés. Le métathorax est sans stries, et présente une ligne longitudinale au milieu et deux impressions près du bord postérieur. Longueur 5 à 6 lignes.

La femelle est un peu plus grande et un peu plus épaisse que le mâle. Elle en diffère aussi par les bandes cendrées de l'abdomen qui sont interrompues et forment deux taches sur chacun des trois premiers segmens. Les tarses antérieurs sont ciliés au côté externe.

J'ai adopté le nom spécifique de Rossi, donné d'abord par Fabricius à un insecte de la Nouvelle-Hollande de son genre *Liris*, qu'il avait auparavant placé parmi les Pom-

piles. Rossi avait cru devoir y rapporter l'espèce que nous venons de décrire. Si l'espèce de Fabricius était un *Pompile*, ce qui n'est pas probable, il faudrait changer le nom spécifique de celui-ci.

* 4. POMPILUS MICANS.

Larra micans Spin. Ins. Lig. I. p. 14. Tab. 1. f. 5.
Pompilus micans Spin. II. p. 75.

Des environs de Gênes; Spinola.

Je ne connais pas cette espèce, que Spinola avait d'abord regardée comme un Larre; il soupçonne que c'est une variété du *P. pulcher*, plus grande, puisqu'elle a 10 lignes de longueur, tandis que celui-là n'en a environ que 6, ou encore moins. Si c'est un Pompile, le nom devra être changé, puisqu'il a déjà été appliqué, par Fabricius, à une espèce d'Amérique.

5. POMPILUS BIFASCIATUS.

Sphex bifasciata Fabr. E. S. II. 212. 58.
Pompilus bifasciatus Fabr. E. S. Suppl. 248. 16. S. Piez. 193. 26. Panz. Fn. G. 86. 12. (fem.) Revis. II. 119. Latr. H. N. XIII. 281. 4. Coqueb. Illustr. 1. 20. T. 4. f. 11. Spin. Lig. I. 69. 3. et II. p. 78. Jur. Hym. p. 121.
Sphex fasciata Vill. Ent. III. 253. 94?
Ichneumon Geoffr. II. 337. 37?

On le trouve aux environs de Bruxelles; cabinet de M. Wesmael : à Gênes; Spinola : à Paris; Latreille.

Je ne connais que la femelle.

Spinola pense que cette espèce n'est qu'une variété du *P. exaltatus* Fabr. Mais un examen attentif fait voir qu'il en diffère non-seulement par la couleur toute noire de l'abdomen, mais aussi par d'autres caractères importans, et surtout par les jambes postérieures qui n'ont point, comme dans celle-là, de dentelures latérales en scie, mais sont entièrement lisses, n'offrant au lieu d'épines que quelques poils. Le côté interne des jambes de devant, l'extrémité des autres et celle des articles des tarses sont roussâtres. Les tarses antérieurs ne sont point ciliés au côté externe. La troisième cellule cubitale est médiocrement rétrécie à sa partie antérieure, de même longueur, mais plus large que la seconde. Le métathorax est lisse, luisant, très-finement pointillé; ce qui distingue très-bien cette espèce de la suivante, dont le métathorax est mat et très-finement ridé en travers.

6. POMPILUS VARIEGATUS.

Sphex variegata Lin. S. N. I. 944. 18. Fn. Suec. 1655. Gmel. 2730. 18. Vill. Ent. III. 231. 30.

Pompilus hircanus Fabr. E. S. Suppl. 251. 30. S. Piez. 195. 40. Panz. Fn. G. 87. 21. Krit. Revis. II. 119. Jur. p. 122. Spin. II. 172. 12. Enc. meth. X. 180. 7.

Pompilus variegatus Var. II. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 99. 820. (sub *Sph. exaltata* R.)

Se trouve en France; Fabr. : en Allemagne; Panzer : en

Italie ; Spinola : aux environs de Bruxelles ; cab. de M. Wesmael.

J'ai un mâle, pris en Italie, que je crois devoir rapporter à cette espèce, dont il me semble qu'on n'a décrit jusqu'ici que la femelle. Il est entièrement noir à l'exception d'un peu de roussâtre qu'on voit aux côtés des deux premiers segmens de l'abdomen ; les quatre jambes antérieures ont aussi cette dernière couleur. Les ailes, qui sont en partie blanches, ont, vers le milieu, une petite raie transversale noire ; l'extrémité est noire avec une tache transparente. La troisième cellule cubitale est à peine rétrécie à sa partie antérieure, et plus grande que la seconde. Je n'ai vu aucune petite épine latérale aux jambes postérieures ; mais les épines terminales sont assez fortes.

La femelle se distingue très-bien de celle de l'espèce précédente, à laquelle elle ressemble beaucoup par le métathorax, qui est d'un noir mat et très-finement ridé en travers. Les jambes postérieures ont quelques faibles épines latérales.

Plusieurs auteurs regardent cette espèce comme une variété du *P. exaltatus* Fabr. dont elle diffère, non-seulement par la couleur mais encore par les jambes postérieures qui ne sont pas dentelées en scie comme dans cette dernière.

7. POMPILUS APICALIS. N. SP.

P. Niger leviter cinereo pubescens, metathorace transversim striato, tibiis porticis sublævibus, alis nigricantibus apice albis. Femina.

P. Apicalis. Wesmael. Collect.

Je ne connais que la femelle. Elle est entièrement noire avec un léger reflet cendré, plus marqué au devant des antennes et sur les hanches. Les mandibules ont une tache rousse près de leur extrémité. Une ligne enfoncée longitudinale s'étend de la base des antennes jusqu'à l'ocelle antérieur. Le thorax est à peine plus long que l'abdomen, ayant le métathorax strié en travers et marqué d'une impression longitudinale. Les tarses antérieurs ne sont point ciliés, et les jambes postérieures paraissent entièrement lisses, leurs épines latérales étant extrêmement courtes. Ailes antérieures noirâtres, surtout vers la cellule radicale, avec l'extrémité blanche; leur 3[e] cellule cubitale est peu rétrécie antérieurement, et à peine plus grande que la seconde. Les postérieures sont blanches avec le bout obscur. Longueur 5 lignes.

Cette espèce m'a été envoyée de Bordeaux par M. Brelay. M. Wesmael en a pris, aux environs de Bruxelles, un individu plus petit, n'ayant que 4 lignes de longueur, et qui diffère encore du mien en ce que la troisième cellule cubitale est plus rétrécie à sa partie antérieure.

8. POMPILUS SERICEUS. N. SP.

P. Niger argenteo sericeus, metathorace lingitudinaliter impresso haud striato, tibiis porticis spinulosis minime serrulatis; alis basi albis, apice nigricantibus. Femina.

Pompilus sericeus. Wesmael. Collect.

Je ne connais que la femelle. Elle est noire, entièrement couverte d'un très-court duvet, gris argenté. On voit entre la base des antennes et l'ocelle antérieur une ligne enfoncée. Le métathorax n'est pas strié; il présente aussi une impression longitudinale qui, avant d'arriver au bord postérieur, est limitée par une impression transversale. L'abdomen n'est guère plus long que le thorax, et point du tout pétiolé. Les tarses antérieurs ont quelques cils assez longs au côté externe. Les jambes postérieures ont quelques épines latérales; les épines terminales sont noires. Ailes blanches à la base, noirâtres au bout; aux antérieures cette teinte s'étend jusque près du milieu. La troisième cellule cubitale est très-rétrécie antérieurement, à peu près de la longueur de la seconde.

Cette espèce se trouve aux environs de Bruxelles; M. Wesmael. Il n'en a pris qu'un seul individu qui a près de 3 lignes de longueur. J'en ai reçu un de Bordeaux qui en a 4 et demie.

9. POMPILUS PETIOLATUS. N. SP.

P. Niger, immaculatus, abdomine breviter petiolato, alarum cellula cubitali tertia antice parum angustata, tibiis posticis haud serrulatis.

Femelle. Tout le corps est noir, couvert d'un duvet grisâtre très-court, plus sensible à la partie postérieure de la tête, aux deux extrémités du thorax et au bout de l'abdo-

men. Le métathorax est à peine rebordé postérieurement. L'abdomen est ovale, à peine plus long que le thorax, et a un pédicule court, mais très-distinct. Les ailes ont à peine une légère teinte obscure; leur troisième cellule cubitale est peu rétrécie antérieurement et beaucoup plus grande que la seconde; les jambes postérieures n'ont que de très-petites épines latérales, et les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Longueur 4 à 5 lignes. C'est probablement la femelle de l'espèce suivante.

Assez commun aux environs de Bruxelles; mon cabinet.

J'ai vu dans le cabinet de M. Bosc un *Pompile* qui ne diffère de celui-ci que par les pattes qui sont entièrement fauves. Tout le corps avait aussi un reflet gris soyeux beaucoup plus marqué. Il vient des environs de Lyon.

10. POMPILUS PUNCTUM.

Sphex punctum Fabr. Spec. I. 448. 33. Mant. 1. 276. 39. Vill. Ent. III. 238. 46. Gmel. 2730. 64.
Evania punctum. Fabr. E. S. II. 194. 6.
Ceropales punctum Fabr. S. Piez. 187. 9.
Pompilus punctum Panz. Fn. G. 86. 12. mas. Jur. Hym. p. 122.

Je ne suis pas bien certain que l'espèce que je désigne sous ce nom, soit la même que celle de Fabricius et de Panzer. Elle est noire avec deux bandes blanches sur le devant de la tête, une de chaque côté, s'étendant le long de l'œil jusqu'à l'extrémité du chaperon. Il y a aussi un point blanc

sur le dernier segment abdominal. Les ailes et les pattes sont comme dans l'espèce précédente, dont celle-ci est probablement le mâle; car je n'ai trouvé que des individus de ce sexe, qui ont les plus grands rapports avec ceux de l'espèce précédente, dont je n'ai encore vu que des femelles. Fabricius ne fait pas mention des deux bandes blanches du devant de la tête, ce qui rend son espèce douteuse. Longueur environ 4 à 5 lignes.

Des environs de Bruxelles; mon cabinet.

Obs. Ce Pompile porte dans la collection de M. Bosc le nom de *P. albigena*, Brébisson.

II. POMPILUS HYALINATUS.

Sphex hyalinata Fabr. E. S. II. 212. 56.
Pompilus hyalinatus Fabr. suppl. 248. 13.
Liris hyalinata Fabr. S. Piez. 230, 11.

Comme je conserve quelques doutes sur l'identité de l'espèce que j'ai sous les yeux avec celle de Fabricius, à laquelle je crois devoir la rapporter, je vais en donner la description. Je ferai cependant observer que dans le cabinet de M. Bosc, elle porte le nom de *Liris hyalinata*. Fabr.

Je ne connais que le mâle. Il est noir avec un duvet grisâtre fort court, plus sensible à la tête et au thorax. Les mandibules sont ferrugineuses au bout; le dernier segment de l'abdomen a en-dessus un point blanc. Les pattes sont noires; mais aux deux antérieures, le bout des cuisses, le

côté interne des jambes et les tarses sont rougeâtres; les quatre cuisses postérieures sont également rouges, et cette couleur s'étend souvent au-delà de la moitié de leur longueur, dans la dernière paire; quelquefois il n'y a que celles-ci qui soient rouges au bout. Les jambes postérieures n'ont que de très-petites épines latérales, assez nombreuses; les épines terminales sont blanches. Les ailes ont à peine une légère teinte obscure; leur troisième cellule cubitale est peu rétrécie antérieurement et beaucoup plus grande que la seconde. L'abdomen est aussi long que la tête et le thorax réunis; le dernier segment est plan en-dessous, presque tronqué au bout. Longueur, 4 lignes environ.

Se trouve aux environs de Bruxelles; mon cabinet : à Paris; cab. de M. Bosc.

Fabricius dit que les quatre cuisses postérieures et les quatre jambes antérieures sont rousses. Dans mes individus, les cuisses postérieures ne sont rousses qu'au bout, et les deux jambes antérieures seules, sont rousses, et seulement au côté interne. Il ne parle pas du point blanc du dernier segment abdominal qui, en effet, est quelquefois peu apparent.

12. POMPILUS NOTATUS.

P. Niger, antennis thorace paulo longioribus, abdominis segmento secundo supra fascia rubra sæpe obsoleta, pedibus partim nigris partim rubris, tibiarum spinulis terminalibus fuscis. Mas.

Sphex notata Rossi Fn. Etr. Mant. I. 127. 281.

Pompilus gutta Spin. Ins. Lig. II. p. 40.

Se trouve aux environs de Bruxelles; cab. de M. Wesmael : à Gênes; Spinola : en Toscane; Rossi.

Ce Pompile est très-voisin du précédent; mais ses antennes sont un peu plus longues et plus grêles. Le corps est noir; le second segment de l'abdomen a ordinairement une bande rouge, quelquefois peu distincte ou nulle; quelquefois aussi on observe une petite tache de cette couleur de chaque côté du premier. La couleur des pattes varie. Les deux antérieures ont les cuisses noires, quelquefois ferrugineuses au bout, les jambes roussâtres avec un éperon de même couleur, les tarses bruns, ordinairement roux à la base. La seconde paire a les cuisses noires, ayant ordinairement au côté externe, et vers l'extrémité, une tache rouge, les jambes tantôt rougeâtres tantôt noires, les tarses noirs. La troisième paire a les cuisses rouges, avec du noir plus ou moins étendu à la base et à l'extrémité, les jambes semblables aux cuisses ou entièrement noires, les tarses noirs. Les deux dernières paires ont les épines terminales des jambes brunes; dans l'espèce précédente elles sont blanches et un peu plus longues. Les jambes postérieures ne sont point dentelées, mais offrent plusieurs épines latérales faibles et très-courtes. Tarses antérieurs non ciliés. Ailes blanches, légèrement obscures à l'extrémité; leur troisième cellule cubitale est peu rétrécie antérieurement, de la grandeur de la seconde.

J'ai donné une description détaillée de cette espèce, parce que celles de Spinola et de Rossi étant très-incomplètes,

laissent quelques doutes sur l'identité de leurs espèces avec la mienne.

13. POMPILUS CINCTELLUS.

P. Niger, cano pubescens, clypeo albido, macula nigra; fronte puncto utrinque ad marginem internum oculi, prothoracis lineola utrinque, albidis; pedibus rufis; alis albis, anticis ante apicem fascia fusca.

P. cinctellus Spin. Ins. Lig. II. p. 39?

Les pattes de l'espèce que je désigne ici diffèrent un peu de la description de Spinola. Elles sont fauves, avec toutes les articulations et les deux derniers articles des tarses bruns. Le métathorax a une ligne enfoncée longitudinale, qui n'atteint pas le bord postérieur. La troisième cellule cubitale varie de forme, tantôt elle est assez fortement rétrécie à sa partie antérieure, tantôt elle ne l'est presque pas; elle est presque de même grandeur que la seconde. Les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Les jambes postérieures n'ont que quelques épines latérales et ne sont pas dentelées au côté externe. Femelle. Longueur, environ 4 lignes.

M. Wesmael a dans sa collection des individus mâles, pris aux environs de Bruxelles, qui doivent probablement être rapportés à cette espèce. Le corps est noir, couvert d'un très-court duvet soyeux qui lui donne un reflet argenté, surtout au métathorax, lequel a aussi, comme chez la femelle, un enfoncement longitudinal. Il y a de même

un point blanc près du bord interne des yeux, placé comme chez la femelle. Pattes noires; à la base des jambes postérieures il y a une tache blanche au côté externe, et elles n'ont pas d'épines latérales. Les cellules des ailes sont parfaitement semblables à celles de la femelle; mais la bande noirâtre est moins distincte.

Il y a dans la même collection un Pompile mâle qui n'est peut-être qu'une variété de celui-ci. Il en diffère seulement par l'absence des taches blanches à la tête et aux jambes postérieures, et par la présence de quelques faibles épines latérales à ces dernières.

Des environs de Bruxelles; mon cabinet : de Gênes; Spinola.

14. POMPILUS SANGUINOLENTUS.

Sphex sanguinolenta Fabr. E. S. II. 211. 54.
Pompilus sanguinolentus Fabr. S. Piez. 192. 19. Enc. méth. Ins. X. 180. 6.

M. Wesmael en a pris un individu aux environs de Bruxelles : il se trouve aussi aux environs de Paris; cabinet de M. Bosc : en Allemagne; Fabricius.

Cette espèce a un port particulier qui la rapproche des *Salius*. Le prothorax est à peu près aussi long que large, et les angles postérieurs du métathorax se prolongent en arrière en forme d'épines. La troisième cellule cubitale est à peine rétrécie à sa partie antérieure. Les tarses de devant ne sont pas ciliés, et les jambes postérieures ne paraissent point dentelées en scie.

15. POMPILUS MELANARIUS. N. SP.

P. Ater, abdominis segmentis antice cinerescentibus, alis infuscatis apice nigris.

Je n'ai vu qu'une femelle. Elle est d'un noir luisant, avec un reflet grisâtre à la base des anneaux de l'abdomen. La tête a derrière les antennes une ligne longitudinale enfoncée, qui se prolonge jusqu'à l'ocelle antérieur qui est placé dans une petite fossette. Les angles postérieurs du métathorax sont arrondis. Les ailes sont obscures avec une bande plus foncée à l'extrémité; leur troisième cellule cubitale est un peu rétrécie antérieurement, de même grandeur que la seconde. Les jambes postérieures n'ont que quelques épines latérales assez faibles; les tarses antérieurs sont pectinés, mais pas très-fortement. L'abdomen est légèrement aplati, un peu plus long que la tête et le thorax réunis. Longueur, environ 9 lignes.

Se trouve en Espagne; cabinet de M. Robyns.

16. POMPILUS FUSCIPENNIS. N. SP.

P. Ater opacus, secundo abdominis segmento utrinque macula rufa, alis infuscatis apice nigris.

Tout le corps est d'un noir mat, à l'exception du second segment de l'abdomen, qui a, de chaque côté, une tache rousse plus ou moins apparente; ces taches se touchent en-dessus, dans

le mâle. Le métathorax paraît très-légèrement chagriné et a dans son milieu une ligne enfoncée longitudinale; ses angles postérieurs sont aigus. Les ailes sont fuligineuses avec l'extrémité noire; leur troisième cellule cubitale est notablement rétrécie en-devant, et à peu près de la grandeur de la seconde. Les jambes postérieures n'ont que très-peu d'épines latérales, faibles; celles qui les terminent sont assez fortes. Les tarses antérieurs sont pectinés, mais assez faiblement. L'abdomen est légèrement aplati dans la femelle, à peu près de la longueur de la tête et du thorax réunis. Longueur du mâle 6 lignes, de la femelle 9 lignes.

Cette espèce, qui est très-voisine de la précédente, vient aussi d'Espagne; cabinet de M. Robyns.

17. POMPILUS DIMIDIATUS.

Sphex dimidiata Fabr. E. S. II. 209. 45.
Pompilus dimidiatus Fabr. S. Piez. 189. 10.

De l'archipel de la Grèce; cabinet du comte Déjean : de Barbarie; Fabricius.

Comme la description incomplète de Fabricius laisse quelques doutes sur l'identité de son espèce avec le seul individu que j'ai pu examiner, je vais en donner une de celui-ci. C'est une femelle. Tout le corps est noir à l'exception de la tête et de la partie supérieure du prothorax et du métathorax qui sont d'un jaune fauve; cette couleur forme une espèce de triangle dont la base est en avant et le

sommet à l'écusson. Le chaperon a une tache noire à sa base; et de la base des antennes partent deux lignes brunes qui se dirigent en arrière et se réunissent avant d'arriver au bord postérieur de la tête. Les jambes postérieures ne sont pas dentelées en scie, ni les tarses antérieurs ciliés au côté externe. Ailes noires, ayant la troisième cellule cubitale un peu rétrécie antérieurement, et à peine plus grande que la seconde. Longueur 9 lignes.

18. POMPILUS LUTEIPENNIS.

P. luteipennis Fabr. S. Piez. 198. 54.

Fabricius le dit de Barbarie. On le trouve aussi en Espagne; cabinet de M. Robyns.

Dans cette espèce, la troisième cellule cubitale n'est que peu rétrécie antérieurement, et à peine plus grande que la seconde. Les jambes postérieures ont des dentelures en scie au côté externe, et plusieurs rangées de petites épines assez rapprochées. Les tarses antérieurs ne sont point pectinés.

Fabricius décrit une variété dont l'abdomen a deux grandes taches ferrugineuses sur le second segment de l'abdomen. Je crois qu'il faut rapporter à cette variété, un individu du cabinet de M. Robyns, qui a ces deux taches. En outre, le prothorax offre, à son bord postérieur, deux grandes taches fauves, à peine séparées par une ligne noire. Le métathorax est de la même couleur, avec deux lignes noires

longitudinales. Le bout des ailes manque, ce qui laisse en doute, s'il est noir comme dans le précédent. D'ailleurs, je ne vois aucune différence dans les nervures. Les pattes aussi sont semblables.

19. POMPILUS QUADRIPUNCTATUS.

Sphex quadripunctata Fabr. Mant. I. 278. 62. E. S. II. 219. 89. Gmel. 2733. 82. Vill. Ent. III. 241. 56.

Pepsis quadripunctata Fabr. S. Piez. 215. 39.

Sphex octomaculata Rossi. Fn. Etr. II. 65. (102, Illig.) 824. Append. Tab. VI. f. D. Var.

Pompilus octomaculatus Illig. Ed. Fn. Etr. II. 102. 824. Var.

Se trouve en Espagne; Fabricius : aux environs de Montpellier; cabinet de M. Bosc.

Cette espèce ayant souvent été confondue avec la suivante, il est nécessaire de donner de toutes deux une description détaillée.

Dans celle-ci, la tête est noire avec une ligne jaunâtre au bord interne des yeux, et une autre plus courte près de leur bord postérieur. Labre et partie supérieure des mandibules d'un brun roussâtre. Antennes et palpes bruns. Thorax et abdomen noirs : une bande étroite et interrompue au bord postérieur du prothorax, un point à l'écusson et souvent un autre sur le milieu du mésothorax, deux taches transversales sur le milieu des deuxième, troisième et quatrième segmens de l'abdomen, presque réunis sur le dernier et quelquefois deux points sur le cinquième, jaunes. Ailes

d'un jaune foncé; les antérieures noires à l'extrémité; leur troisième cellule cubitale est peu rétrécie antérieurement, et un peu plus grande que la seconde. Pattes d'un rouge brun, avec les hanches et les cuisses jusque près de leur extrémité noires; quelquefois les cuisses sont entièrement rougeâtres. Jambes postérieures dentelées en scie au côté externe; tarses antérieurs point ciliés. Femelle. Longueur 7 lignes.

La description de Fabricius s'applique très-bien aux individus de la collection de M. Bosc, d'après lesquels la mienne a été faite, si ce n'est que les taches sont jaunes tandis que Fabricius dit qu'elles sont ferrugineuses. Cette espèce est d'ailleurs très-voisine de la suivante, avec laquelle Fabricius paraît l'avoir confondue. Ce qui m'a décidé à rapporter celle-ci au *P. quadripunctatus*, c'est que Fabricius dit que le labre est ferrugineux : ce caractère existe ici, mais dans l'espèce suivante il est toujours noir. D'ailleurs, le *P. quadripunctatus* a les jambes postérieures dentelées en scie, tandis qu'elles ne le sont pas dans l'espèce suivante. Rossi dit que les quatre jambes postérieures de son *Sphex octomaculata*, présentent ce caractère; c'est pour cette raison que je le cite ici. Cependant il serait possible qu'il appartînt à une espèce distincte.

20. POMPILUS OCTOPUNCTATUS.

P. octopunctatus Panz. Fn. G. 76. 17.

P. quadripunctatus Latr. H. N. XIII. 282. 9. Gen. Ins. IV. 64. Jur. p. 122. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 102. 823. Enc. méth. X. 181. 10.

P. punctatus Spin. Ins. Lig. I. 70. 9?
Cryptocheilus quadripunctatus Panz. Revis. II. 121.
Sphex quadripunctata Rossi Fn. Etr. II. 65. (102 Illig.) 825.
Sphex vaga Scop. Carn. 295. 785. (Spin.)

Se trouve au midi de la France; mon cabinet : en Dalmatie; cabinet de M. Robyns : en Allemagne; Panzer : en Italie; Rossi.

La femelle est noire, couverte de villosités de même couleur. Antennes rousses avec l'extrémité brune; palpes bruns, plus pâles à la base. Les yeux sont bruns, bordés au côté interne et en arrière, d'une raie jaune. Thorax et abdomen noirs : le bord postérieur du prothorax, une bande transversale plus ou moins interrompue à la base des second, troisième, quatrième, et quelquefois des deux suivans, jaunes. Le métathorax a, vers sa base, une légère impression longitudinale. Les ailes sont fauves, mais leur extrémité et le bord interne des postérieures sont noires. Leur troisième cellule cubitale est peu rétrécie antérieurement et à peu près de la grandeur de la seconde. Pattes roussâtres avec les hanches et les cuisses noires; ces dernières sont roussâtres au bout, et l'extrémité des tarses est noire. Les jambes postérieures ne sont point dentelées, mais ont un assez grand nombre d'épines latérales. Les tarses antérieurs ne sont pas pectinés. Longueur 7 à 8 lignes.

Le mâle est un peu plus petit que la femelle; ses antennes sont entièrement jaunes; du reste il lui ressemble pour les couleurs. Longueur 6 lignes.

21. POMPILUS VARIABILIS.

Sphex variabilis Rossi. Fn. Etr. II. 64. (99) 821.
Pompilus variabilis Illig. Ed. Fn. Etr. II. 99. 821.
Pompilus decemguttatus. Jur. Hymen. Pl. 8. Varietas. (Illig.)

Se trouve en Toscane; Rossi : en Portugal; Illiger : en Espagne; cabinet de M. Robyns.

Cette espèce est voisine du *P. rufipes*; mais comme Rossi l'a fait remarquer, elle s'en distingue très-bien par les jambes postérieures qui ont une double rangée de dentelures.

J'ai examiné dans le cabinet de M. Robyns, une femelle de la variété I d'Illiger. Elle n'a pas de point blanc à l'écusson; la troisième cellule cubitale est à peine rétrécie à sa partie antérieure, et un peu plus grande que la seconde; les jambes postérieures sont dentelées en scie; les tarses antérieurs ne sont point pectinés.

22. POMPILUS FABRICII.

Sphex variegata Fabr. E. S. II. 211. 53.
Pompilus variegatus Fabr. E. S. Suppl. 247. 10. S. Piez. 191. 17. Panz. Fn. G. 77. 12. Latr. H. N. XIII. 281. 5. Enc. méth. X. 180. 8.

Se trouve aux environs de Paris; cabinet de M. Bosc : en Saxe; Fabricius.

Ayant restitué le nom de *variegatus* à l'espèce primitivement établie sous cette dénomination par Linné, j'ai dû

changer le nom de celle-ci, à laquelle Fabricius l'avait mal à propos transporté, en donnant à l'autre le nom de *P. hircanus*.

La femelle a les jambes postérieures dentelées en scie au côté externe; les tarses antérieurs ne sont point pectinés; la troisième cellule cubitale est à peine rétrécie antérieurement, et plus grande que la seconde.

Je ne connais pas le mâle.

23. POMPILUS ALBONOTATUS. N. SP.

P. ater strigis quatuor capitis ad oculos, margine postico prothoracis, puncto mesothoracis, segmentorum abdominis 2, 3 et 5 punctis duobus, albis; pedibus fulvis basi nigris. Femina.

Je ne connais que la femelle. Elle est noire; il y a un petit point blanc au bord interne des yeux et un autre près de leur bord postérieur. Le bord postérieur du prothorax, un point sur le milieu du mésothorax, et deux points à la base des deuxième, troisième et cinquième segmens de l'abdomen, sont également blancs. Pattes fauves avec les hanches et la base des cuisses, noires; jambes postérieures point dentelées, mais ayant quelques épines latérales assez longues; tarses antérieurs pectinés. Ailes brunâtres avec une bande terminale plus foncée; leur troisième cellule cubitale n'est presque pas rétrécie du côté de la radiale, et à peine plus grande que la seconde.

Se trouve en Dalmatie; cabinet du comte Déjean.

24. POMPILUS RUFIPES.

Sphex rufipes Lin. S. N. II. 945. 29. Fn. S. 1659. Gmel. 2731. 29. Vill. Ent. III. 235. 37. Fabr. S. E. 351. 29. Spec. I. 449. 40. Mant. I. 277. 47. E. S. II. 214. 66.

Pompilus rufipes Fabr. E. S. Suppl. 250. 27. S. Piez. 195. 37. Latr. H. N. XIII. 281. 6. Panz. Fn. G. 65. 17. Revis. II. 119. Jur. p. 121. Spin. I. 69. 6. Enc. méth. X. 180. 3.

Var. B. *thorace immaculato, abdomine maculis tantum duabus.*

Sphex fuscata. Fab. E. S. Suppl. 248, 14.

Pompilus fuscatus Fab. Suppl. 248. 14. S. Piez. 192. 22.

Des environs de Bruxelles; mon cabinet. Il paraît que cette espèce se trouve aussi dans presque toute l'Europe.

Toute la synonymie se rapporte à la femelle. Elle a les tarses antérieurs pectinés; les jambes postérieures ne sont point dentelées en scie, mais ont quelques épines latérales. La troisième cellule cubitale est peu rétrécie en avant, et à peu près de la grandeur de la seconde. J'en possède une variété dont l'abdomen a deux petites taches blanches sur le quatrième segment. M. Bouillon a pris aux environs de Bruxelles la variété B. Je crois que c'est à elle que doit se rapporter le *P. fuscatus* de Fabricius, qu'on a jusqu'à présent rapporté au mâle d'une espèce d'Alyson. Il est bien vrai que Panzer a figuré sous ce nom une espèce de ce dernier genre; mais, dans la revue critique de sa faune, il a fait observer lui-même que l'espèce de Fabricius est différente de la sienne.

Le mâle n'a pas encore été décrit. Il est noir; un peu plus

petit et proportionnellement plus étroit et plus allongé que la femelle. Un duvet court, d'un blanc soyeux couvre le devant de la tête et le thorax; il est plus épais à la tête, au prothorax et au métathorax. L'abdomen a ordinairement deux points blancs à la base du deuxième segment; ces points manquent quelquefois, mais il y a toujours une bande blanche interrompue à la base du troisième segment, et un point blanc sur le dernier. Pattes noires; cuisses et jambes de la dernière paire roussâtres à l'extrémité. Les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Du reste les pattes et les ailes comme chez la femelle. Longueur 4 lignes.

25. POMPILUS BIPUNCTATUS.

Femina.

Sphex bipunctata Fabr. E. S. II. 214. 67.

Pompilus bipunctatus Fabr. E. S. suppl. 251. 28. S. Piez. 195. 38. Panz. Fn. G. 72. 8. Revis. II. 119. Latr. H. N. XIII. 282. 7. Gen. Ins. IV. 64. Jur. p. 121. Spin. I. 67. 7. Enc. méth. X. 180. 9.

Ichneumon tripunctator. Fabr. suppl. 226. 135? Coqueb. Illustr. I. 17. Tab. 3. f. 10.

Mas.

Sphex 6-punctata. Fabr. E. S. IV. Append. p. 457. 57-8.

Pompilus 6-punctatus. Fabr. Suppl. 248. 15.

Salius 6-punctatus Fabr. S. Piez. 125. 3. Spin. Ins. Lig. I. p. 5.

Sphex lævigata Rossi. Fn. Etr. Mant. Append. 118. 102. Tab. 6. f. P. Var?

Salius femoratus Spin. Ins. Lig. I. p. 4. Tab. I. f. 1. Var?

Se trouve aux environs de Paris, en Italie et dans le midi de la France; mon cabinet.

Spinola est le premier qui ait regardé le *Salius 6-punctatus Fabr.*, comme le mâle du *Pompilus bipunctatus*; et il me paraît que c'est avec raison. En effet, l'un et l'autre se trouvent toujours dans les mêmes endroits, et présentent beaucoup de caractères analogues; de plus, on ne connaît que des mâles du *Salius 6-punctatus* et des femelles du *P. bipunctatus*. Le mâle se rapproche bien des *Salius* par le prothorax presque aussi long que large; mais ses mandibules sont bidentées, tandis que suivant Latreille, celles des *Salius* n'ont point de dents.

La couleur des pattes varie beaucoup : chez la femelle, elles sont souvent entièrement noires, et quelquefois les quatre cuisses postérieures et les jambes de la dernière paire sont fauves. Chez le mâle, les quatre cuisses postérieures ou les deux dernières seulement sont plus ou moins fauves. Le mâle varie beaucoup pour les taches blanches : tantôt il y en a deux au métathorax et quatre à l'abdomen (*S. 6-punctatus* Fabr.), tantôt il y en a deux de moins à l'abomen (*Sphex Lævigata* Rossi). Suivant Spinola il y a des individus qui n'ont pas de taches à l'abdomen, et d'autres qui sont entièrement noirs. Les ailes sont légèrement obscures, et ont à leur extrémité une bande noirâtre; leur troisième cellule cubitale est à peine rétrécie vers la radiale et un peu plus grande que la seconde. Les jambes postérieures de la femelle ont au côté externe

un grand nombre d'épines courtes, mais assez fortes et très-rapprochées; ce qui les fait paraître dentelées lorsqu'on les regarde de profil. Celles du mâle n'ont que très-peu d'épines plus faibles et plus espacées. Les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Le métathorax présente des rides transversales très-distinctes chez les femelles; celui du mâle est lisse.

J'ai reçu de Bordeaux une femelle de Pompile très-voisine de celle du *P. bipunctatus*, dont ce n'est probablement qu'une variété. Elle est un peu plus grande ayant 6 lignes de longueur; le métathorax a des rides plus irrégulières et offre une impression longitudinale bien marquée; le second segment de l'abdomen a une teinte rougeâtre, et n'a pas de taches blanches; celle du quatrième segment paraît formée de deux taches rondes, réunies. Tout le corps a un reflet argenté qui n'existe pas dans les autres individus, et la bande qui termine l'aile est plus foncée. Les pattes sont noires, avec les jambes et les tarses comme chez le *bipunctatus* décrit plus haut. Les cellules des ailes sont aussi semblables.

* 26. Pompilus tripunctatus.

P. tripunctatus Spin. Ins. Lig. II. p. 35. Tab. V. f. 21.

Des environs de Gênes; Spinola.

Cette espèce est voisine de la précédente : mais c'est le

troisième segment et non le second qui porte deux taches blanches ; il y en a aussi une sur le quatrième.

* 27. POMPILUS ELEGANS.

P. elegans Spin. Ins. Lig. I. p. 12.

Des environs de Gênes ; Spinola.

28. POMPILUS ATERRIMUS.

Sphex aterrima Rossi Fn. Etr. II. 63 (96) 815. Tab. VI. f. 3. 4.
Pomp. aterrimus Illig. Ed. Fn. Etr. II. 96. 815.

Se trouve en Toscane ; Rossi et cabinet de M. Bosc.

Dans cette espèce, les jambes postérieures ne sont pas dentelées, ni les tarses antérieurs pectinés au côté externe : la seconde cellule cubitale est assez fortement rétrécie vers la radiale.

29. POMPILUS THORACICUS.

Sphex thoracica Rossi. Fn. Etr. Mant. II. Append. 118. 101. Tab. 3. f. F.

Se trouve en Toscane ; Rossi : dans l'île de Curzola en Dalmatie ; cabinet du comte Déjean.

L'individu que j'ai pu examiner, dans la collection de M. le comte Déjean, a le prothorax coupé carrément sur

les côtés; les arêtes longitudinales qui séparent la partie supérieure des latérales sont légèrement crénelées; le premier segment de l'abdomen n'a pas les deux points rouges qu'on voit dans la figure de Rossi. Les jambes postérieures ne sont point dentelées, ni les tarses antérieurs pectinés. La troisième cellule cubitale est assez fortement rétrécie antérieurement, et un peu plus petite que la seconde. Longueur 7 lignes.

30 POMPILUS EXALTATUS.

Sphex exaltata Fab. S. E. 151. 31. Spec. I. 449. 42. Mant I. 277. 49. E S. II. 214. 69. Vill. Ent. III. 239. 47. Gmel. 2731. 69. Rossi Fn. Etr. I. 64. (99). 820.

Sphex gibba Scop. Ent. Carn. 786. (Illig.)

Sphex albo-maculata Schrank. Ins. Austr. 383. 775. Vill. Ent. III. 249. 80. Gmel. 2734. 87.

Pompilus exaltatus Fabr. E. S. suppl. 251. 31. S. Piez. 195. 41. Panz. Fn. G. 86. 10. Revis II. p. 119. Latr. H. N. XIII. 281. 3. Spin. Ins. Lig. I. 70. 8. Jur. p. 122. Enc. méth. X. 182. 15.

Pompilus variegatus Var. I. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 99. 820.

Schæff. Icon. Ins. Ratisb. Tab. 270. f. 6.

Var. B. *Pedum posticorum femoribus apice, tibiis basi, omniumque geniculis, rufis.*

Se trouve aux environs de Bruxelles et dans presque toute l'Europe.

Dans cette espèce, la troisième cellule cubitale est un peu rétrécie antérieurement, et un peu plus grande que la seconde. Les jambes postérieures sont légèrement dentelées

en scie. Les tarses antérieurs ne sont point pectinés. La taille varie de 3 à 6 lignes.

31. POMPILUS FASCIATELLUS.

P. fasciatellus. Spin. Ins. Lig. II. 37. Tab. V. f. 22.

Se trouve aux environs de Bruxelles et en Italie; mon cabinet.

Cette espèce est très-voisine du *P. exaltatus*, dont je l'avais d'abord cru une variété n'ayant vers l'extrémité des ailes qu'une simple bande noirâtre, qui n'atteint pas le bord interne. Mais M. Wesmael m'a fait remarquer qu'il présente aussi des différences plus importantes. En effet, dans le *P. fasciatellus* le thorax est proportionnellement moins allongé que dans le *P. exaltatus*; et le prothorax du premier est coupé brusquement et perpendiculairement à sa partie antérieure, tandis que celui du dernier s'abaisse insensiblement d'arrière en avant. Chez celui-là, la seconde cellule cubitale est plus rétrécie vers la radiale, et proportionnellement plus longue que chez le *P. exaltatus*. L'un et l'autre a le métathorax lisse.

* 32. POMPILUS ALBIFRONS.

P. albifrons. Dalman, Analecta Entomologica, 97. 12.

Se trouve en Suède; Dalman.

Suivant Dalman, cette espèce est de la grandeur et de la forme du *P. exaltatus;* sa couleur est noire, avec le front blanc marqué d'une tache noire, et les trois premiers segmens de l'abdomen d'un roux ferrugineux; les ailes sont obscures sans taches.

33. POMPILUS FUSCUS.

Sphex fusca Fabr. S. E. 349. 19. Spec. I. 447. 29. Mant. I. 276. 34. E. S. II. 210. 46. Rossi. Fn. Etr. II. 62. (95) 813.

Pompilus fuscus Fabr. E. S. Suppl. 246. 3. S. Piez. 189. 11. Panz. Fn. G. 65. 15. Revis. II. 118. Spin. I. 67. 1. Jur. p. 121. Enc. méth. Ins. X. 182. 16.

Pompilus gibbus. Latr. H. N. XIII. 280. 2?

Se trouve aux environs de Bruxelles, et probablement dans presque toute l'Europe. Il est très-voisin du précédent; mais on peut facilement le distinguer par le métathorax qui, vu à la loupe, paraît finement strié en travers, tandis qu'il est lisse dans le *P. exaltatus*. Les jambes postérieures sont aussi plus fortement dentelées en scie; elles le sont même légèrement chez le mâle. Les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Les ailes ont des nébulosités sur le disque; leur troisième cellule cubitale n'est que peu rétrécie à sa partie antérieure, et un peu plus grande que la seconde.

Les auteurs ne sont point d'accord sur la synonymie de Linné. Illiger pense que ce Pompile est le *Sphex fusca* de cet auteur; Latreille, au contraire, croit que ce dernier

se rapporte au *P. viaticus*. N'ayant point les données nécessaires pour décider cette question, d'ailleurs peu importante, j'ai pris le parti d'omettre la synonymie de Linné, afin d'éviter la confusion qui pourrait en résulter.

34. POMPILUS AFFINIS. N. SP.

P. ater abdominis basi rufo-ferrugineo, metathorace irregulariter rugoso, alis albis apice nigris.

Des environs de Bruxelles ; mon cabinet.

Cette espèce doit avoir été confondue avec la précédente, dont elle est très-voisine; mais elle en diffère par plusieurs caractères. Le métathorax est plus fortement ridé, et les rides sont irrégulières; dans le *P. fuscus*, ces rides sont très-fines, et peuvent être regardées comme des stries transversales. La partie fauve de l'abdomen a un reflet blanchâtre très-marqué; il est presque nul dans le *P. fuscus*. Les dentelures en scie des jambes postérieures sont moins fortes dans le *P. affinis*. Ses ailes sont blanches sans nébulosités sur le disque, et terminées par une bande noire assez foncée et ayant une teinte cendrée. Cette bande terminale est moins large et moins foncée chez le *P. fuscus*, et elle a une teinte roussâtre de même que les nébulosités qui se trouvent sur le disque de l'aile. Dans les deux espèces, les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Femelle. Longueur 7 à 8 lignes.

Le mâle est un peu plus petit; les rides de son métathorax sont un peu plus régulières et transversales; les jambes postérieures ne sont pas dentelées. Longueur 6 lignes.

35. POMPILUS GIBBUS.

Sphex gibba Fabr. S. E. 350. 23. Spec. I. 448. 34. Mant. I. 276. 40. E. S. II. 212. 59. Rossi. Fn. Etr. II. 63. (97. Illig.) 816. Scop. Ent. carn. 783 (Rossi.)
Pompilus gibbus Fab. E. S. suppl. 249. 17. S. Piez. 193. 27. Panz. Fn. G. 77. 13. (fem.) Revis. II. 119. Enc. méth. Ins. X. 179. 2.

Commun aux environs de Bruxelles. On le trouve aussi dans presque toute l'Europe

Cette espèce varie beaucoup pour la taille, depuis 2 1/2 jusqu'à 6 lignes. Il y a aussi des individus proportionnellement plus étroits que les autres, mais ne présentant aucune autre différence. La troisième cellule cubitale est tantôt triangulaire, tantôt quadrangulaire, mais un peu plus de moitié plus étroite à sa partie antérieure; ordinairement elle est de la grandeur de la seconde, mais elle est plus grande dans quelques individus, d'ailleurs semblables aux autres. Les jambes postérieures n'ont point de dentelures en scie, mais les tarses antérieurs sont légèrement pectinés au côté externe. Dans le mâle, le devant de la tête a un duvet blanchâtre luisant; le sixième segment de son abdomen est échancré postérieurement en dessus; le septième est velu, entier et marqué d'une légère carène longitudinale. J'ai un individu de ce sexe, qui a la tête et le thorax cou-

verts d'un duvet argenté fort serré et très-luisant; le bord postérieur du prothorax est blanc. Peut-être appartient-il à une espèce distincte.

36. POMPILUS INFUSCATUS, N. SP.

P. niger, abdominis segmentis primo et secundo basique tertii rufis, alis albidis apice fuscis nervisque omnibus fusco-marginatis, pedibus nigris.

Cette espèce est très-voisine de la précédente. Je n'en ai qu'un mâle, pris aux environs de Bologne en Italie. Il est noir; le devant de la tête est couvert d'un duvet blanc un peu argenté. L'abdomen est d'un tiers plus long que le thorax; les deux premiers segmens et la base du troisième, sont d'un roux fauve, avec un reflet blanchâtre; en dessous le cinquième est légèrement échancré à son bord postérieur, le sixième l'est profondément; le septième est arrondi au bout et n'a point de carène longitudinale, comme dans le mâle de l'espèce précédente. Les pattes sont noires ainsi que les antennes. Les ailes sont noirâtres au bout, et toutes les nervures sont bordées de la même couleur. L'aile droite de l'individu que j'ai sous les yeux n'a que deux cellules cubitales, à cause de l'avortement de la nervure qui devait séparer la seconde de la troisième, et dont on voit un rudiment à sa partie antérieure. Si cela avait lieu dans les deux ailes d'un Pompile, on pourrait le prendre pour un Apore; j'avais même cru que ce fait nécessiterait la suppression de ce dernier genre. Mais un examen attentif m'a fait voir que

dans ce cas même, on ne peut se tromper, si l'on observe que dans les Apores, la seconde cellule cubitale est proportionnellement plus petite et moins allongée, étant à peu près aussi longue que large; tandis que dans le *Pompile* en question, elle conserve la figure des deux cellules qu'elle remplace, réunies; c'est-à-dire, que sa longueur égale environ le double de sa largeur.

37. POMPILUS PHÆOPTERUS. N. SP.

P. niger, abdomine basi rufo, alis fuscis apice subhyalinis.

La femelle est noire, avec les deux premiers segmens de l'abdomen et la base du troisième fauves. Ailes d'un brun noir, un peu plus claires vers l'extrémité; leur troisième cellule cubitale peu rétrécie du côté de la radiale, et plus grande que la seconde. Pattes noires; jambes postérieures sans dentelures, et tarses antérieurs non pectinés au côté externe. Longueur 7 lignes.

Le mâle est semblable pour les couleurs, mais un peu plus petit et de forme proportionnellement plus allongée.

De Montpellier; cabinet de M. Bosc.

* 38. POMPILUS? TEUTONUS.

P. teutonus Fab. S. Piez. 194. 34. Spin. Ins. Lig. I. 69. 5.

Se trouve en Allemagne; Fabricius : et aux environs de Gênes; Spinola.

Cette espèce n'appartient peut-être pas à ce genre, Spinola soupçonne que c'est un Larre.

39. POMPILUS PECTINIPES.

Sphex pectinipes Lin. S. N. I. 944. 17. Fn. Suec. 1654. Vill. Ent. III. 230. 29. Gmel. 2730. 17.

Se trouve en Europe; Linné.

Il paraît que depuis Linné, aucun auteur n'a vu cette espèce. Sa description porte que le corps est noir, lisse; les jambes antérieures (ce sont probablement les tarses qu'il veut indiquer) fortement ciliées au côté externe; les ailes brunâtres sans point marginal; les trois premiers segmens de l'abdomen ferrugineux.

Je rapporte à cette espèce, mais avec doute, un Pompile dont je vais donner la description. Parmi les espèces dont l'abdomen est fauve ou rouge à la base et noir à l'extrémité, c'est la seule, à ma connaissance, qui ait les tarses antérieurs fortement pectinés au côté externe. Ce Pompile a beaucoup de ressemblance avec le *P. viaticus*, dont cependant il diffère par beaucoup de caractères. La tête et le thorax sont noirs, avec un duvet court, argenté, tandis que le duvet est noir, et plus long dans le *P. viaticus* : l'abdomen a une forme plus cylindrique, et est proportionnellement plus étroit, n'étant que de la largeur du thorax, tandis que dans ce dernier il est évidemment plus large. Dans notre espèce, la moitié antérieure des trois premiers

segmens de l'abdomen a un reflet argenté très-marqué, formant une bande partout d'égale largeur ; chez le *P. viaticus*, ce reflet est peu sensible, et la bande noire qui se trouve à la partie postérieure de ces mêmes segmens s'élargit dans le milieu ; dans l'espèce que je décris, la partie postérieure des deux premiers segmens est d'un rouge brun, celle du troisième est noire ; mais la bande formée par cette couleur est partout de même largeur. Ailes légèrement obscures, avec une bande terminale noirâtre ; leur troisième cellule cubitale fortement rétrécie du côté de la radiale, quelquefois presque triangulaire. Pattes noires ; tarses antérieurs fortement pectinés au côté externe ; ils ne le sont que très-faiblement dans le *P. viaticus* : jambes postérieures non dentelées en scie, et n'ayant qu'un petit nombre d'épines latérales assez longues. Femelle. Longueur 5 lignes.

Des environs de Bruxelles ; mon cabinet.

40. POMPILUS VIATICUS.

Sphex viatica Fab. S. E. 349. 20. Spec. I. 448. 30. Mant. I. 278. 25. E. S. II. 210. 47. Rossi Fn. Etr. II. 62. (96) 814.

Schrank. Ins. Austr. 382. 774. (Spin.)

Sphex rufo-fasciata. De Geer ap. Retz. 65. 247. et De Geer Ins. T. II. p. 822. Tab. 28. f. 6. (Retz.)

Pompilus viaticus Fabr. E. S. suppl. 246. 4. S. Piez. 191. 12. Panz. Fn. G. 65. 16. (fem.) Krit Revis. II. 118. Spin. Ins. Lig. I. 68. 2. et II. 78. Jur. p. 121. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 96. 814. Enc. méth. X. 179. 1.

Pompilus fuscus Latr. H. N. XIII. 280. 1.

Ichneumon Geoffr. II. 354. 74. (sed cum *P. fusco* aut *P. gibbo* confusus.)

Var. B. *femoribus posticis apice late rubris*.

Sphex viatica. Scop. Ent. Carn. 294. 780.

Cette espèce se trouve dans presque toute l'Europe, mais ce n'est qu'en Italie que j'ai trouvé la variété B, déjà décrite par Rossi.

Je crois qu'on n'a décrit jusqu'ici que la femelle. Le mâle lui ressemble pour la couleur, mais il est proportionnellement plus étroit et a son abdomen plus allongé. En dessous, l'avant dernier segment est échancré à son bord postérieur, et au-devant de ce bord, on voit deux petites fossettes roussâtres; le dernier segment est arrondi au bout et a une carène longitudinale. Le chaperon et le front ont un duvet argenté. J'ai un individu mâle, pris en Italie, chez lequel la carène inférieure du dernier segment de l'abdomen n'est pas sensible, et la troisième cellule cubitale pétiolée. Ce dernier caractère le placerait dans la seconde famille du genre *Miscus* de Jurine, qui a été réunie aux Pompiles par Latreille.

Chez la femelle, la troisième cellule cubitale est triangulaire ou au moins très-rétrécie du côté de la radiale; les jambes postérieures ne sont pas dentelées en scie, et n'ont qu'un petit nombre d'épines latérales; les tarses antérieurs ne sont que très-faiblement pectinés au côté externe.

* 41. POMPILUS COCCINEUS.

P. coccineus Fab. S. Piez. 191. 18. Jur. Hym. p. 122. Enc. méth. Ins. X. 181. 14.

On le trouve en Allemagne; Fabricius : et rarement aux environs de Paris; Encyclopédie.

Dans son édition de la *Fauna Etrusca*, Illiger regarde cette espèce comme une variété de *P. viaticus*; mais les auteurs de l'article *Pompile* de l'Encyclopédie méthodique, remarquent qu'il en diffère par trois épines, de chaque côté du métathorax, et par la troisième cellule cubitale qui est presque carrée, tandis qu'elle est triangulaire dans le *P. viaticus*.

42. POMPILUS MINUTUS. N. SP.

P. niger, prothorace et metathoracis parte postica abdominisque segmentis tribus anterioribus rufis; his margine postico fuscis; pedibus rufescentibus, tibiis posticis serratis; alis fasciis duabus fuscis. Femina.

Chez la femelle la tête est noire, avec le bord antérieur du chaperon ferrugineux; elle a derrière les antennes une petite ligne longitudinale enfoncée. Les mandibules sont ferrugineuses, noires au bout. Les antennes sont d'un noir cendré, avec le premier article roussâtre en dessous. Les palpes sont roux et les yeux noirs. Le prothorax est ferrugineux, le mésothorax noir, et le métathorax noir à la base et plus ou moins roux postérieurement. Les pattes sont roussâtres, mais la base des cuisses et des hanches, ainsi que le bout des jambes, sont plus ou moins bruns. Le côté externe des jambes postérieures est fortement dentelé en scie, et leurs épines terminales sont blanches; les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Les ailes sont blanchâtres, avec une petite bande transversale vers le milieu, une plus grande

vers le stigmate et l'extrémité noirâtres. Souvent l'espace qui reste entre la seconde bande et le bout, forme une tache blanche arrondie. Les ailes postérieures sont à peine un peu plus obscures à leur extrémité. La troisième cellule cubitale est très-peu rétrécie antérieurement et à peu près de la grandeur de la seconde. L'abdomen est à peine plus long que le thorax, et couvert d'un léger duvet grisâtre; les trois premiers segmens sont roux, mais le second a une bande brune un peu au-devant du bord postérieur, lequel est entièrement brun sur le troisième. Les autres segmens sont noirs, mais l'extrémité du dernier est roussâtre en dessus, et souvent on voit une teinte rousse au bord postérieur du troisième et du quatrième. Longueur 2 à 3 lignes.

Se trouve aux environs de Bruxelles; mon cabinet : à Paris; cabinet du comte Déjean.

M. Wesmael a dans sa collection un petit *Pompile* mâle, qui paraît devoir être rapporté à cette espèce. Il y a des individus presqu'entièrement noirs; chez d'autres, le premier segment de l'abdomen est rougeâtre sur les côtés; le deuxième, rouge avec le bord postérieur noir; le troisième a de chaque côté une petite tache rougeâtre. Pieds rougeâtres avec les hanches, la base des cuisses et les tarses noirs : les jambes postérieures n'ont pas d'épines latérales; leurs épines terminales sont longues et de la couleur des jambes. Ailes blanches à bandes noires très-faibles; leurs cellules à peu près comme dans la femelle. Longueur environ 2 lignes.

43. POMPILUS ANNULATUS.

Sphex annulata Fabr. E. S. suppl. 245. Coqueb. Illustr. XII. f. 4. fem.
Pompilus annulatus Panz. Fn. G. 76. 16. Latr. H. N. XIII. 282. 8. Fabr. S. Piez. 197. 53. Jur. p. 122. Enc. méth. Ins. X. 181. 12.
Cryptocheilus annulatus. Panz. Revis II. 121.

Du midi de la France; cabinet de M. Robyns.

Dans cette espèce, la troisième cellule cubitale est un peu rétrécie antérieurement et plus grande que la seconde; les jambes postérieures et intermédiaires sont dentelées en scie au côté extérieur, et les tarses antérieurs ne sont point pectinés. Je n'ai vu que la femelle.

G. Ceropales. *Latr. Fabr. Jur. Panz. Spin.* — *Ichneumonis species Geoffr. Oliv. Fourc.* — *Evaniæ Spec. Oliv. Vill. Rossi.* — *Pompili spec. Illig.*

1. CEROPALES HISTRIO.

Evania histrio Fab. E. S. Suppl. 241.
Evania albicincta Rossi Fn. Etr. II. 57. (84) 800. Tab. VI. f. 8.
Ceropales histrio Latr. H. N. XIII. 284. 3. Fabr. S. Piez. 186. 3. Panz. Fn. G. Ed. 2ª. 106. 12. (*Pompilus festivus* in Tabula.) Spin. Ins. Lig. I. 66. 2. Jur. p. 124.
Pompilus histrio Illig. Ed. Fn. Etr. II. 84. 800.

J'ai trouvé cet insecte aux environs de Bologne en Italie. On le trouve aussi en Allemagne; Panz. Fabr. : et aux environs de Paris; Latreille.

2. CEROPALES VARIEGATA.

Evania variegata Fabr. E. S. suppl. 241. Panz. Fn. G. 77. 10.
Ceropales variegata Latr. H. N. XIII. 284. 2. Fabr. S. Piez. 186. 2. Spin. Ins. Lig. 1. 66. 1. Jur. p. 124.

Se trouve en Allemagne; Panzer : en France; Latreille : en Italie; Spinola.

3. CEROPALES MACULATA.

Evania maculata. Fab. S. E. 345. 2. Spec. I. 442. 2. Mant. I. 271. 2. E. S. II. 193. 2. Rossi Fn. Etr. II. 56. (84) 799.
Pompilus frontalis Panz. Fn. G. 72. 9. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 84. 799.
Ceropales maculata Latr. H. N. XIII. 283. 1. Fab. S. Piez. 185. 1. Panz. Revis. II. 112. Jur. p. 124. Spin. Ins. Lig. II. 171. 5.
Ichneumon Geoffr. Ins. II. 336. 35.
Ichn. multicolor Fourcr. Ent. Paris. II. 404. 35. Oliv. Enc. méth. VII. 209. 17.
Schæff. Icon. Ratisb. Tab. 274. f. 3.

Se trouve aux environs de Bruxelles; mon cabinet : et, à ce qu'il paraît, dans la plus grande partie de l'Europe.

* 4. CEROPALES FASCIATA.

Ichneumon fasciator Fab. Spec. I. 430. 60. Mant. I. 265. 72.
Evania fasciata Fab. E. S. II. 193. 3.
Ceropales fasciata S. Piez. 186. 4. Spin. Lig. II. 171. 6.

Se trouve en Italie. Cette espèce n'est peut-être pas distincte de la précédente. Spinola soupçonne que ce pourrait en être le mâle.

* 5. CEROPALES ? RUFICOLLIS.

Evania ruficollis Fab. E. S. suppl. p. 241. 3—4.
Ceropales ruficollis Fab. S. Piez. 186. 6.

Se trouve en Saxe; Fabricius.

* 6. CEROPALES ? SESSILIS.

Evania sessilis Fab. E. S. II. 194. 4. Coqueb. Illust. I. Tab. 4. f. 8. (Fabr.)
Ceropales sessilis Fab. S. Piez. 187. 8.

Se trouve en France; Fabricius.

* 7. CEROPALES ? SPINOSA.

Crabro 2-cinctus Fabr. E. S. II. 299. 21.
Ceropales spinosa Fabr. S. Piez. 186. 5.

Se trouve en Danemarck; Fabricius.

Obs. Ces trois dernières espèces n'appartiennent probablement pas à ce genre. La dernière semble devoir être placée parmi les Nyssons.

G. Aporus. *Spin. Latr.*

1. APORUS UNICOLOR.

A. unicolor. Spin. Ins. Lig. II. 33. Latr. Gen. IV. 64.

Des environs de Gênes; Spinola. Cet auteur n'a vu que

le mâle. M. Wesmael a pris aux environs de Bruxelles un *Apore* mâle, que je ne puis rapporter qu'avec doute à cette espèce, parce que la description qu'en donne Spinola est trop incomplète.

Il est tout noir; avec un reflet grisâtre sur l'abdomen, et argenté sur le thorax, qui n'est point bombé comme dans l'espèce suivante. Antennes plus courtes que le thorax. Abdomen un peu comprimé. Ailes à peine noirâtres au bout; leur cellule radiale dépasse notablement la deuxième cubitale qui est fort petite.

2. APORUS FEMORALIS. N. SP.

A. niger, breviter griseo-pubescens, thorace gibbo; femoribus posticis apice rubris; alis albis apice nigricantibus. Mas.

A. Femoralis. Wesmael collect.

M. Wesmael ne possède qu'un mâle, pris aux environs de Bruxelles. Il est noir avec un reflet grisâtre sur tout le corps, formé par un court duvet, plus distinct aux côtés du thorax et sur le métathorax. Antennes plus courtes que le corselet. Tête paraissant très-inclinée parce que le thorax est très-relevé en bosse à sa partie antérieure et moyenne. Abdomen un peu comprimé, aussi long, mais plus étroit que le thorax. Pattes noires, avec les deux cuisses postérieures rouges à leur moitié extrême. Ailes blanches à la base avec les nervures noires; leur tiers terminal est également noir; leur cellule radiale se prolonge notablement au-delà de la

deuxième cubitale qui est petite et ne reçoit que la première nervure recurrente ; la seconde de ces nervures s'insère un peu au-delà de cette cellule. N'ayant vu qu'un seul individu, je ne sais si ce dernier caractère est constant. Longueur 3 1/2 lignes.

3. APORUS BICOLOR.

A. bicolor. Spin. Ins. Lig. II. 34. Latr. Gen. IV. 64. Enc. méth. X. 183. 1.

Se trouve aux environs de Gênes; Spinola : dans le midi de la France; Enc. méth.

Ce n'est qu'avec doute que je rapporte à cette espèce, plusieurs femelles des environs de Bruxelles, qui ont un port différent de celui des espèces décrites plus haut. La tête est articulée avec le prothorax très-près de son bord postérieur; le prothorax est presqu'aussi long que large et s'abaisse insensiblement d'arrière en avant, en diminuant d'épaisseur dans le sens vertical. Les antennes sont insérées sur une petite éminence très-près du bord inférieur de la face. Les mandibules sont tridentées. La couleur du corps est un noir mat, à l'exception des trois premiers segmens de l'abdomen qui sont d'un rouge brun, avec le bord postérieur noir, quelquefois même ils sont presqu'entièrement noirs. L'extrémité des mandibules, à l'exception du bout de la dent terminale, est ferrugineuse. Antennes et pattes noires. La première paire de pattes a les hanches plus allongées,

les cuisses plus renflées, les jambes repliées sur les cuisses, les tarses non pectinés. Les jambes postérieures ne sont point dentelées, et n'ont que très-peu d'épines latérales, faibles. Le métathorax est lisse, légèrement pubescent avec un reflet blanchâtre, et offre à sa partie antérieure une impression longitudinale. Ailes obscures, avec l'extrémité noirâtre; leur cellule radiale dépasse presque de moitié l'extrémité de la deuxième cubitale; la seconde nervure récurrente va s'insérer vers celle qui ferme cette dernière cellule; mais tantôt un peu en-deçà, tantôt un peu au-delà.

Cette espèce est peut-être le véritable type du genre, puisque ses mandibules sont tridentées, caractère noté par Spinola.

4. APORUS? DUBIUS.

A. niger, abdomine basi rubro, alis anticis subobscuris apice nigris; cellula radiali parva, ultra secundam cubitalem vix producta.

La femelle est noire, légèrement pubescente avec un reflet blanchâtre, surtout au métathorax et à la base des segmens de l'abdomen, dont les deux premiers sont rouges, et ont quelquefois le bord postérieur noirâtre. Métathorax lisse et sans impression longitudinale. Pattes noires; les tarses antérieurs sont pectinés au côté externe; les jambes postérieures n'ont que très-peu d'épines latérales, faibles. Ailes légèrement obscures, terminées par une bande noirâtre; cellule radiale fort petite, à peine prolongée au-delà de

la seconde cubitale; celle-ci reçoit les deux nervures récurrentes. Les mandibules sont bidentées, et le prothorax est court comme chez les Pompiles. J'ai un mâle dont les ailes sont absolument semblables. Le thorax a un duvet un peu plus luisant, et l'abdomen est presqu'entièrement noir, n'ayant qu'un peu de rouge foncé aux côtés des deux premiers segmens.

Des environs de Bruxelles; mon cabinet.

Obs. Je ne place cet insecte parmi les Apores, qu'à cause de ses ailes, car tous les autres caractères en font un véritable *Pompile.* Je dois faire observer aussi que pour les couleurs, la description de l'*Aporus bicolor*, de Spinola, lui conviendrait; je ne le crois différent que parce que les caractères génériques de cet auteur ne lui conviennent pas tous, et principalement parce que les mandibules sont bidentées, tandis que Spinola donne comme caractère de ses Apores de les avoir tridentées.

G. Salius. *Fabr. Latr.*

SALIUS? MACULATUS.

S. niger, maculis quatuor ad oculos, puncto scutellari, strigaque interrupta ad basim secundi tertiique segmenti abdominis, albis aut lutescentibus; alis basi flavis, apice fuscis.

Le mâle a la tête petite, le thorax très-allongé avec le prothorax aussi long que large. Il est noir; une raie au bord

interne des yeux, un point derrière eux, une tache à l'écusson et une bande transversale, interrompue à la base des second et troisième segmens de l'abdomen, sont blancs ou d'un blanc jaunâtre. Antennes noires à la base; leur extrémité manquait dans l'individu que j'ai décrit. Ailes jaunes à la base avec l'extrémité noirâtre; leur troisième cellule cubitale est peu rétrécie antérieurement, et un peu plus grande que la seconde. Pattes d'un fauve brunâtre, avec la base des cuisses noire et le bout des jambes ainsi que les tarses d'un brun foncé; les jambes postérieures n'ont point de dentelures, et les tarses antérieurs ne sont pas pectinés. Longueur près de 7 lignes.

Je rapporte à cette espèce une femelle qui est presque semblable au mâle pour les couleurs, mais qui n'a pas le thorax aussi allongé. Les taches de l'abdomen sont fauves; celles qui bordent les yeux sont plus grandes et également fauves : cette couleur est aussi plus étendue au bout des cuisses. Ailes semblables. Jambes postérieures légèrement dentelées en scie.

D'Espagne; cabinet du comte Déjean.

Obs. Ce n'est qu'avec doute que je rapporte cette espèce au genre *Salius*, parce que je n'ai pu en examiner les mandibules, qui, suivant Latreille, n'ont pas, dans ce genre, de dent à leur côté interne. Cependant, par la longueur du thorax et la forme du prothorax, le mâle s'y rapporte très-bien; quant à la femelle, elle a le port d'un *Pompile* ordinaire. Ce genre n'aurait-il été fondé que sur l'examen d'in-

dividus mâles? c'est ce que j'ignore. Fabricius a décrit deux autres espèces qui sont de Barbarie, et que je ne connais pas. Son *Salius sexpunctatus* est sans aucun doute un mâle de *Pompile*, et a les mandibules bidentées : je l'ai rapporté au *P. bipunctatus*.

G. Planiceps. *Latr.*

PLANICEPS LATREILLEI.

Pompilus planiceps Latr. Gen. IV. 66.

Du midi de la France; Latreille, cabinet du comte Déjean.

M. Latreille n'a fait qu'indiquer cette espèce sans en donner la description. J'ai eu l'avantage de pouvoir la décrire dans la collection de M. le comte Déjean, sur l'individu même qui a appartenu à M. Latreille. C'est une femelle : elle est noire, à l'exception des trois premiers segmens de l'abdomen, qui sont d'un rouge fauve en dessus et sur les côtés, avec leur bord postérieur noirâtre; le premier est aussi rouge en dessous. La tête est excessivement aplatie d'avant en arrière, et son bord postérieur est tranchant. Le thorax est aplati en dessus, coupé perpendiculairement sur les côtés, qui sont séparés de la partie supérieure par une arête aigue. Les antennes sont d'un brun noirâtre ainsi que les pattes. Les pattes antérieures ont les hanches allongées, les cuisses renflées et les jambes courtes repliées sur

les cuisses. Les tarses antérieurs ne sont point pectinés, et les jambes postérieures n'ont point de dentelures, mais seulement quelques épines latérales, courtes. Les ailes sont noirâtres, et n'ont que deux cellules cubitales complètes. Longueur près de 6 lignes.

QUATRIÈME TRIBU. — *SPHEGIDES.*

G. Ammophila. *Kirby. Latr. — Sphex. Fabr. — Sphegis species Linn. et multorum. — Ichneumonis Spec. Geoffr. Fourcr. — Pepsidis spec. Fabr. Spin.*

A. *Pédicule de l'abdomen allongé et formé insensiblement.*

1. AMMOPHILA ARMATA.

Sphex sabulosa major Etrusca. Rossi. Fn. Etr. II. 60 (90) 808. Var. et. Mant. II. Append. Tab. 6. f. A. Mas. B. Fem.
Sphex armata Illig. Ed. Fn. Etr. II. p. 91.
Ammophila armata. Latr. Gen. IV. 54.

Des environs de Pise; Rossi.

2. AMMOPHILA SABULOSA.

Sphex sabulosa. Lin. S. N. I. 941. 1. Fn. Suec. 1648. Vill. Ent. III. 219. 1. Gmel. 2723. 1. Fab. S. E. 346. 1. Spec. I. 442. 1. Mant. I. 273. 1. E. S. II. 198. 1. S. Piez. 205. 1. Panz. Fn. G. 65. 12. Revis II. 124. (fem.) De Geer. ap. Retz. p. 65. 248. De Geer. Ins. II. 2. p. 822. T. 28. f. 7-15. (Retz.) Scop. Carn. 770. Rossi. Fn. Etr. II. 60 (90) 808. (exclusis varietatibus). Illig. Ed. Fn. Etr. II. p. 91. Latr. H. N. XIII. 292. 1. Spin. Ins. Lig. I. 71. 1. Jurine p. 128.

Sphex dimidiata. Christ Hymen. 313. Tab. 31. f. 4.
Sphex lutaria. Panz. Fn. G. 65. 14. Revis. II. 124. Mas.
Ichneumon. Geoffr. Ins. II. 349. 63.
Ichneumon Frischii. Fourc. Ent. Paris. II. 415. 64.
Ammophila vulgaris Kirby Trans. Lin. Soc. Tom. IV. p. 195. 1.
Ammophila sabulosa Latr. N. Dict. Ed. 2. T. I. 450. Gen. Ins. IV. 54.
Frisch. Germ. I. p. 6. Tab. 1. f. 6. 7. (Fab.)
Schæff. Icon. Ratisb. T. 83. f. 1. Fem. et Tab. 263. f. 6. Mas.
Sulzer. Hist. Ins. T. 19. f. 120. (Fab.)
Rœmer. Gen. Ins. T. 19. f. 120.

Cette espèce paraît être commune dans toute l'Europe.

3. AMMOPHILA HOLOSERICEA.

Sphex sabulosa Var. Rossi. Fn. Etr. II. 60 (90) 808.
Sphex holosericea Fab. E. S. II. 205. 27. S. Piez. 207. 4. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 90. 808. (in annotatione) Coqueb. Illustr. II. 50. T. 12. f. 1.
Ammophila holosericea Germ. Reise n. Dalm. 260. 345.

Se trouve aux environs de Bologne en Italie; mon cabinet : en Dalmatie; Germar.

4. AMMOPHILA MUCRONATA.

Sphex mucronata Jur. Hymen. p. 129. Pl. 8. G. 5.

Jurine indique cette espèce comme européenne, mais il ne dit pas dans quelle partie de l'Europe on la trouve.

B. *Pédicule de l'abdomen court et formé brusquement.*

5. AMMOPHILA AFFINIS.

FEMINA.

Ammophila affinis Kirby. Trans. Lin. Soc. IV. 195. 2.

MAS.

Sphex lutaria. Fabr. Mant. I. 273. 3. E. S. II. 199. 3. Gmel. 2724. 24. Vill. Ent. III. 225. 17. Jur. p. 128.
Pepsis lutaria Fabr. S. Piez. 208. 2.

Se trouve aux environs de Bruxelles; mon cabinet : en Angleterre; Kirby.

Cette espèce est très-voisine de la suivante, dont elle diffère cependant par un caractère très-facile à saisir dans les deux sexes, et qui n'a pas été noté par Kirby : c'est qu'à la base du métathorax il y a un espace oblong, un peu enfoncé, lequel est finement strié en travers, tandis que dans l'espèce suivante il est finement pointillé ou plutôt chagriné. Le prothorax offre aussi une ligne longitudinale enfoncée, qui n'existe pas dans l'*A. hirsuta.*

Je regarde le *Pepsis lutaria Fabr.* comme le mâle de cette espèce, plutôt que de la suivante, parce que Fabricius dit que le second et le troisième segment de l'abdomen sont roux; tandis que dans le mâle de l'*Ammophila hirsuta*, le troisième segment a sa moitié postérieure noire; ici le

bord postérieur est à peine un peu obscur. Du reste, la description de Fabricius s'applique également bien au mâle des deux espèces.

La plupart des entomologistes regardent le *P. lutaria* Fabr. comme le mâle de son *Sphex sabulosa*. Panzer semble avoir été la cause de cette erreur, en figurant ce mâle sous le nom de *Sphex lutaria*. Mais il me paraît invraisemblable que Fabricius ait commis cette erreur, tout en citant Linné, qui avait clairement décrit dans sa Faune suédoise, les deux sexes du *Sphex sabulosa*. D'ailleurs, c'est à cette seule espèce que Fabricius attribue un pédicule abdominal biarticulé, caractère qui est commun aux deux sexes. En décrivant le *Sphex lutaria*, il ne parle pas du nombre d'articles du pédicule, ni des taches noires qui se trouvent le long du dos dans le mâle du *Sphex sabulosa*, et il le place, à la suite d'une espèce dont l'abdomen a le pédicule uniarticulé. De plus, dans son *Systema Piezatorum*, l'espèce dont il s'agit fait partie du genre *Pepsis*, avec d'autres *Ammophiles* à pédicule abdominal d'un seul article, tandis qu'il laisse le *Sphex sabulosa* dans son genre *Sphex*, avec des espèces à pédicule biarticulé. Il me paraît donc évident que le *Pepsis lutaria* n'est pas le mâle de l'*Ammophila sabulosa*; mais celui, soit de l'*Ammophila hirsuta*, soit de l'*Amm. affinis*, et plutôt de cette dernière.

6. AMMOPHILA HIRSUTA.

FEMINA.

Sphex hirsuta Scop. Ent. Carn. 772. Schrank. Enum. 380. 769. Vill. III. 223. 70. Gmel. 2728. 53.

Sphex arenaria Fabr. Mant. I. 273. 2. E. S. II. 199. 2. Vill. III. 225. 16. Gmel. 2724. 22. Rossi Fn. Etr. II. 60. (92). 809. Panz. Fn. G. 65. 13. Revis. II. 124. Jur. p. 128.

Sphex viatica De Geer. ap. Retz. 65. 249. De G. Ins. II. 152. Tab. 28. f. 16 (Illig.) Latr. H. N. XIII. 293. 2.

Ammophila hirsuta Kirby. Trans. Lin. Soc. IV. 195. 3.

Pepsis arenaria Fab. S. Piez. 207. 1. Spin. Ins. Lig. I. 71. 1. Illig. Ed. Fn. Etr. II. 92. 809.

Ammophila viatica Latr. Gen. IV. 54. Nouv. Dict. Ed. 2. I. 450.

Scheff. Icon Ratisb. Tab. 5. f. 2?

MAS.

Ammophila argentea Kirby Trans. Lin. Soc. IV. 195. 4.

Pepsis lutaria Spin. Ins. Lig. I. 71. 2. et II. 205. 5?

Cette espèce se trouve aux environs de Bruxelles et en Italie; mon cabinet. Il paraît qu'elle habite aussi la plus grande partie de l'Europe.

Je rapporte l'*Ammophila argentea* de Kirby, au mâle de cette espèce plutôt qu'à celui de la précédente, parce qu'il dit que le troisième segment de l'abdomen est noir à sa partie postérieure; tandis qu'il est entièrement fauve ou à peine bordé de noirâtre, dans celle-là. Il est d'ailleurs certain que Kirby a décrit un mâle, puisqu'il donne aux an-

tennes de son espèce, un article de plus. Mais comme il ne dit pas si le métathorax est strié ou non, il se pourrait aussi qu'il ait confondu sous une même dénomination, les mâles des deux espèces. Je cite ici le *P. lutaria* de Spinola, parce que je n'ai pas rencontré en Italie l'*Ammophila affinis.*

M. Latreille croit que cette espèce est le vrai *Sphex viatica* de Linné, contre le sentiment d'Illiger, qui rapporte cette dernière au *Pompilus viaticus* de Fabricius. Comme les descriptions incomplètes de Linné, ne permettront jamais de décider avec une entière certitude cette question de synonymie, d'ailleurs peu importante, j'ai omis à dessein de le citer. On peut voir aux endroits de leurs ouvrages cités plus haut, les raisons alléguées par ces deux célèbres naturalistes pour soutenir leur opinion.

7. AMMOPHILA? KIRBII.

A. nigra, griseo pubescens, hypostomate sericeo; abdomine rufo, petiolo et apice nigris, segmentis plus minusve albido-marginatis, pedibus nigris, tarsis rufescentibus, unguibus subtus basi tridentatis.

Pepsis lutaria, Var. Spinola Ins. Lig. I. 71. 2 et II. 205. 5°.

Le mâle a la tête noire, couverte de poils gris, qui sont très-serrés et luisans au-devant des antennes. Celles-ci et les mandibules sont noires. Thorax noir, finement pointillé, ayant un duvet gris qui est couché et luisant sur les côtés et en dessous. Abdomen à pédicule assez long, noir; le reste du premier segment et le second sont d'un rouge fauve,

les suivans noirs, mais tous ont leur bord postérieur blanchâtre. Pattes noires à hanches et cuisses velues, celles de devant sont fort courtes, et celles de derrière très-allongées; toutes ont les cuisses renflées, et les crochets des tarses grands et munis en dessous à leur base de trois fortes dentelures; leur dernier article est aussi long que les deux précédens réunis. Ailes incolores à nervures brunes; les deuxième et troisième cellules cubitales reçoivent chacune une nervure récurrente.

Chez la femelle, le pédicule de l'abdomen paraît être un peu plus court, et le blanc qui borde les segmens de l'abdomen est peu marqué. Les jambes antérieures sont proportionnellement moins courtes, et les postérieures moins allongées que celles du mâle; les tarses sont roussâtres, et ceux de devant sont fortement ciliés au côté externe; pour le reste, elle est semblable au mâle.

M. Robyns possède un mâle qui vient d'Espagne; j'ai une femelle que je crois du midi de la France.

Remarque. Cette espèce pourrait former le type d'un nouveau genre; car, quoique ses mâchoires et sa lèvre forment, comme chez les précédentes, une promuscide plus longue que la tête et coudée vers le milieu de sa longueur, elle en diffère par plusieurs autres caractères importans. Les mandibules sont simplement bidentées, n'ayant outre la pointe qu'une dent simple au côté interne, assez forte chez le mâle, mais faible chez la femelle; celles des ammophiles ordinaires paraissent plus ou moins quadridentées, puisqu'elles

ont au côté interne une forte dent bifide, et qu'elles sont plus ou moins échancrées à la base de la pointe. Les crochets des tarses présentent un caractère très-remarquable : c'est qu'ils ont en dessous et à leur base trois fortes dentelures, disposées à peu près comme les dents d'une scie; les crochets des espèces précédentes sont tout-à-fait simples.

Les ailes offrent aussi une différence dans la disposition de leurs nervures; car la seconde et la troisième cellule cubitale reçoivent chacune une nervure récurrente comme chez les *Sphex*, tandis que dans les Ammophiles ordinaires, les nervures récurrentes vont toutes deux s'insérer à la seconde cubitale. Ces mêmes caractères distinguent cette espèce des *Miscus*, qui ne me semblent différer des *Ammophiles* que par leur troisième cellule cubitale, qui est petiolée. D'ailleurs, la division intermédiaire de la languette est longue et bifide, les palpes sont filiformes à articles légèrement obconiques, et les antennes sont insérées au milieu de la face antérieure de la tête.

Dans ma collection, cette espèce forme provisoirement un genre que j'ai nommé *Prionyx* (ongle en scie). Avant de l'admettre définitivement j'en soumets les caractères au jugement des entomologistes.

G. Miscus. *Latr.* — *Misci Fam.* 1ª *Jurine.*

1. MISCUS CAMPESTRIS.

Ammophila campestris Latr. Gen. Crust et Ins. IV. 54. Nouv. Dict. Ed. 2. I. 450.

Des environs de Paris; mon cabinet. Cette espèce m'a été

donnée, avec plusieurs autres, par M. Blondel fils, de Versailles, qui possède une belle collection d'insectes des environs de cette ville.

Remarque. Le genre *Miscus* de Jurine, est composé de deux sections : la première comprend les espèces à abdomen pédiculé, la seconde celles qui ont l'abdomen sessile. M. Latreille avait réuni celles-là aux *Ammophiles*, et celles-ci aux *Pompiles*. Dans ses *Familles naturelles*, il a rétabli le genre *Miscus*; mais en y comprenant seulement la première section de Jurine. M. Latreille n'a pas fait connaître les motifs qui l'ont engagé à rétablir ce genre; il ne dit pas s'il lui a trouvé d'autres caractères que celui d'avoir la troisième cellule cubitale pétiolée. Ce caractère est peu satisfaisant, car je possède un mâle chez lequel il est à peine sensible. J'ai remarqué que les mandibules présentent quelque différence: chez les *Miscus*, leur dent terminale ou leur pointe est courte, ce qui fait que la dent bifide, qui se trouve au côté interne, est placée près de l'extrémité; et comme il y a une échancrure derrière la pointe, elles paraissent quadridentées près de l'extrémité, laquelle est aussi élargie. Chez les *Ammophiles*, la pointe est presqu'aussi longue que le reste des mandibules; ce qui fait que la dent bifide se trouve placée vers le milieu de leur longueur : à la base de la pointe, il n'y a qu'une dent extrêmement obtuse, qui se trouve placée immédiatement avant la dent bifide, de sorte que les mandibules sont presque tridentées au côté interne.

G. Sphex. *Latr. — Sphegis species Lin. et fere omnium. — Pepsidis species Fabr. Illig.*

1. SPHEX FLAVIPENNIS.

S. flavipennis Fab. E. S. II. 201. 10. Latr. H. N. XIII. 293. 3. Jur. Hymen. p. 129. pl. 8. Gre. 5. fam. 2. (fem.) Ahrens. Fn. Eur. 6. 18. (fem.) Germ. Reise n. Dalm. 260. 346.
Pepsis flavipennis Fab. S. Piez. 210. 13. Spin. Ins. Lig. I. 72. 4.

Cette espèce se trouve dans le midi de la France; mon cabinet : en Italie; Spinola. Selon Latreille, on la trouve aussi quelquefois aux environs de Paris.

2. SPHEX PALUDOSA.

S. paludosa Rossi Fn. Etr. II. 61 (95). 812. Germ. Reise n. Dalm. 261. 347.
Pepsis paludosa Illig. Ed. Fn. Etr. II. 95. 812.
Pepsis argentata. Fabr. S. Piez. 209. 9? Spin. Ins. Lig. I. 72. 3.

J'ai une femelle des environs de Florence, que je dois à l'amitié de M. le docteur Passerini, conservateur du cabinet d'histoire naturelle de cette ville. On trouve aussi cette espèce en Dalmatie; Germar : et dans le midi de la France; Illiger.

* 3. SPHEX PRUINOSA.

S. pruinosa Germ. Reise n. Dalm. 261. 348. Ahrens Fn. Eur. 4. 14. an mas?

Se trouve en Dalmatie; Germar.

Je soupçonne que cette espèce n'est que le mâle de la précédente, à en juger d'après la description et la figure de Germar.

G. Dolichurus *Latr.* — *Pompili spec. Spin.*

1. DOLICHURUS ATER.

Pompilus corniculus. Spin. Ins. Lig. II. 52.
Pison ater. Latr. Gen. Ins. IV. 58.
Dolichurus ater. Latr. ibid. p. 387.

Se trouve aux environs de Bruxelles ; mon cabinet : à Gênes ; Spinola : dans le midi de la France ; Latreille.

J'ai vu dans la collection de M. le comte Déjean, un *Dolichure* désigné sous le nom de *D. bicolor* Latr., dont l'abdomen est rouge à la base ; mais je n'ai pu lui trouver d'autre caractère qui puisse le distinguer spécifiquement du *D. ater*, dont je le crois une simple variété.

G. Pelopæus, *Latr. Panz. Spin.* — *Pelopœi species, Fab.* — *Sphegis spec. Lin. et multorum.* — *Pepsidis spec. Fabr. Illig.* — *Sceliphron. Klug.*

1. PELOPÆUS SPIRIFEX.

Sphex spirifex Lin. S. N. I. 962. 9.
Sphex ægyptia Lin. S. N. I. 942. 10. Mus. Lud. Ulr. 406. (Latr.)
Pepsis spirifex Illig. Ed. Fn. Etr. II. p. 93.
Pelopæus spirifex Latr. Gen. IV. 60. 1°.

Du midi de l'Europe; mon cabinet.

J'ai omis à dessein de citer Fabricius et les auteurs qui, d'après lui, ont confondu sous ce nom plusieurs espèces qui ont été caractérisées par Illiger et Latreille.

2. PELOPÆUS DESTILLATORIUS.

Sphex spirifex Panz. Fn. G. 76. 15.
Pepsis destillatoria Illig. Ed. Fn. Etr. II. p. 94.
Pelopæus destillatorius Latr. Gen. IV. 60. 2°.
Sulzer Hist. Ins. T. 27. f. 2. (Illig.)
Schæff. Icon. Ratisb. Tab. 38. f. 1.

J'ai pris cette espèce assez communément en Italie, aux environs de Bologne.

* 3. PELOPÆUS PENSILIS.

Pepsis pensilis Illig. Ed. Fn. Etr. II. p. 94.
Pelopæus pensilis Latr. Gen. IV. 60. 3°.

De l'Europe méridionale; Latreille.

* 4. PELOPÆUS TUBIFEX.

Sphex spirifex var. B. Rossi Fn. Etr. II. 61 (93.) 811. Tab. II. f. 13.
Pelopæus tubifex Latr. Gen. IV. 61. 4°.

Se trouve en Italie; Rossi, Latreille.

* 5. PELOPÆUS FEMORATUS.

Sphex femorata Fab. Spec. I. 443. 7. Mant. I. 274. 12. E. S. II. 202. 16.
Pepsis femorata Fab. S. Piez. 212. 20. Spin. Ins. Lig. I. 72. 5.
Pelopæus femoratus Latr. Gen. Ins. IV. p. 61.

Se trouve en Italie; Fabricius, Latreille.

M. Robyns possède un *Pélopée* de Dalmatie, que je ne puis rapporter qu'avec doute à cette espèce; son abdomen est bleu comme le reste du corps, et ses ailes sont incolores, avec l'extrémité noirâtre. Fabricius dit que son *Pepsis femorata* a l'abdomen noir et les ailes ferrugineuses. L'individu de M. Robyns est un mâle; peut-être Fabricius a-t-il décrit la femelle. Dans l'incertitude où je suis à cet égard, je donne ici la description du mâle que j'ai sous les yeux. « Tête d'un bleu d'acier, avec un duvet argenté au-devant » des antennes. Celles-ci et les palpes noirs. Thorax de la » couleur de la tête, aussi long que l'abdomen; le méta- » thorax forme plus de la moitié de sa longueur, et offre en » dessus trois impressions qui convergent vers la partie » postérieure. Abdomen noir en dessous, d'un bleu d'acier » en dessus; son pédicule forme environ le tiers de sa lon- » gueur. Pieds noirs avec les hanches et les cuisses bleuâ- » tres; cuisses postérieures ferrugineuses à leur extrémité. » Si cet individu appartient à une espèce nouvelle, on pourrait lui donner le nom de *Pelopœus chalybeus*.

FIN DE LA PREMIÈRE PARTIE.

QUELQUES PARTICULARITÉS

CONCERNANT

LES BROUILLARDS

DE DIFFÉRENTE NATURE;

PAR J.-B. VAN MONS.

PRÉSENTÉ A L'ACADÉMIE EN AVRIL 1827.

QUELQUES PARTICULARITÉS

CONCERNANT

LES BROUILLARDS

DE DIFFÉRENTE NATURE.

Les brouillards se distinguent en brouillards secs et brouillards humides ; il y a en outre des brouillards mixtes, ou qui résultent de l'apparition simultanée des deux nommés plus haut : les brouillards de diverse nature peuvent coexister avec des météores analogues et tels que les trois espèces de rosée et autres. Ils ne paraissent jamais sans qu'il y ait baisse de température, et leur existence est, par conséquent, due au froid qui résulte de la dilatation mécanique de l'air.

Les brouillards secs sont ou simplement odorans, ou ont une odeur fétide. Tout brouillard sec a de l'odeur ; mais cette odeur, dans les brouillards secs blancs, est du tout au

tout différente de ce qu'elle est dans ceux colorés. Les brouillards secs sont encore différens par leur couleur, les uns étant blancs ou ayant tout au plus une teinte bleuâtre, tandis que les autres sont ou bronzés-bruns, et quelquefois de couleur lilas. Plus la couleur des brouillards secs est foncée, plus aussi est intense l'odeur qu'ils répandent.

Les brouillards humides se partagent en visibles et invisibles; les uns et les autres sont humectans pour toutes sortes de corps. Les brouillards humides visibles, sans proprement être odorans, ont néanmoins une odeur qu'on peut appeler *de froid*; ceux invisibles sont inodores.

Les brouillards mixtes sont de diverse espèce. Les uns sont des mélanges bien distincts des deux sortes de brouillards secs, d'autres, des brouillards humides visibles immiscés à l'un des secs. Le mélange se fait en différens rapports. Je ne pense pas que la coexistence du brouillard humide invisible avec l'un des brouillards secs ait jamais lieu. Le caractère des brouillards mixtes est de se retirer successivement, l'un des deux subsistant après l'autre. Si le brouillard sec ne disparaissait souvent le dernier, on pourrait croire à une résolution de celui-ci dans l'autre; ils ont encore pour caractère d'être humectans et puans à la fois.

Le mélange du brouillard humide visible avec l'un des brouillards secs, lorsque celui-ci est de l'espèce blanche, est coloré en jaune-fauve; cette couleur est surtout remarquable lorsque le soir, à une certaine distance, il est vu entre une lumière et l'œil.

Le brouillard humide, visible et invisible, se mêle très-fréquemment avec la rosée. On reconnaît ce mélange à l'humectation plus forte des plantes davantage roriques que des autres, et du verre ainsi que des métaux positifs que de ceux négatifs, les uns de ces corps étant mouillés par le brouillard seul, et les autres, par le brouillard et la rosée en même temps : la différence est, pour les derniers, dans le rapport de leur caractère rorique et de leur qualité positive.

Les auteurs qui ont écrit sur les brouillards n'ont pas fait ces distinctions, mais ont compris sous le nom général de brouillard, les diverses espèces qui viennent d'être mentionnées ; ils ont bien quelquefois fait la remarque que parmi les brouillards il s'en trouve qui sont mouillans et d'autres qui sont puans, mais ils n'ont pas étendu plus loin cette distinction, et ils n'ont rien spécifié à l'égard de cette différence de caractère. *Fromond*, qui, dans ses *Meteorologicorum Libri*, imprimés en 1627, à Anvers, disserte longuement sur les météores, en parlant des brouillards, n'établit entre eux aucune différence, et se contente de dire que des brouillards épais régnaient fréquemment dans les bruyères du Limbourg, « *Ii*, écrit-il, *qui Leodio*, *Viseto*, *Mosæ trajecto*, *merces in Rheni palatinatum per ericetum illud vastum Ducatûs Limburgensis*, *vulgo* FAGNE, *vectant*, *tantas oboriri tenebras*, *ipso etiam meridie*, *mihi affirmarunt*, *ut ultra distantiam* 15 *passuum*, *nihil*, *aliquando*, *vix equos suos videant.* »

Les brouillards de toute nature ont été attribués à des exhalaisons terrestres, à des vapeurs d'eau s'élevant des lieux humides pour aller se condenser dans l'air. Cette origine ne saurait être justifiée qu'à l'égard des brouillards humides, et seulement encore à l'égard de ceux qui, en été et pendant les temps calmes, se forment presque journalièrement, d'abord au-dessus des eaux, et ensuite se propagent dans le voisinage des eaux; je dis *en été*, à cause que les brouillards visibles qui, en Hollande et ailleurs, règnent depuis décembre jusqu'à mars, ne sont pas de la même nature.

Les autres sont des phénomènes purement atmosphériques. L'odeur des brouillards fétides a été rapportée à des causes vulgaires et qui ont varié selon la source, en rapport avec les lieux, qu'on a pu leur assigner.

En Italie, cette odeur a été attribuée à la fumée des volcans; ailleurs, et en beaucoup d'endroits, aux émanations des marécages; puis à la cuite des briques, dont l'odeur a peut-être quelque analogie avec celle des brouillards infects; on l'a également attribuée à la combustion de la houille brune. Dans les pays où habituellement l'on brûle du gazon d'écoubage et autre, on a cru trouver de l'analogie entre l'odeur répandue par cette combustion et celle qui est propre aux brouillards infects; et, non-seulement l'odeur mais aussi la vapeur du brouillard a été considérée comme tirant son origine de cette fumée. Aujourd'hui, cette opinion a tellement prévalu, qu'à peine on ose encore en émettre une autre : elle est enseignée dans les écoles et prônée dans plu-

sieurs ouvrages. On lit dans la *Statistique de la Gueldre* (1) que chaque année, pendant les mois de mai et de juin, cette province est couverte par un brouillard sec et fétide que le vent du nord y amène des provinces de la Drenthe, d'Overyssel et de Groningue, ainsi que des lieux voisins où, pendant ces mois, on brûle le gazon de sarte. M. *Fincke* avait déjà publié tout exprès un ouvrage (2) pour prouver que c'est à de la pareille fumée, s'émanant des plaines de la Westphalie, où la combustion du gazon de sartage a également lieu, que les brouillards secs doivent leur origine, leur opacité, leur couleur et leur odeur.

Bacon rapporte que les habitans de la Gascogne, du temps où ce pays appartenait encore à l'Angleterre, se plaignirent dans une supplique au roi de ce que la fumée de la combustion du gazon de sarte, en Sussex et Hempton, qui avait lieu au mois d'avril, en se transportant dans leur pays, faisait périr la fleur de la vigne. On voit par là que ce n'est pas d'aujourd'hui que cette opinion a pris faveur.

Nous croyons que la meilleure manière de réfuter ces assertions, est de mettre en parallèle le mode d'exister de la fumée du gazon d'écoubage, et celui de la vapeur des brouillards odorans et puans.

Le gazon d'écoubage est brûlé pour en recueillir la cendre et l'éparpiller sur le sol, auquel elle donne prétenduement

(1) *Statistike Beschrijving van Gelderland*, Arnhem, 1826.

(2) *Bemerkungen, etc., ueber de Moordampf, etc.*, Hannover, 1820, 8°.

une fertilité passagère : le principal bien de l'écoubage est de détruire des herbes que l'enfouissement ne pourrait assez tôt convertir en terreau. On le pratique aussi sur du gazon vicié, que la combustion détruit et renouvelle. On fait des mottes et on les brûle en tas, ou on met le feu à l'herbe sur pied. Cette dernière méthode, lorsqu'elle est praticable, détruit la disposition du sol à répudier l'herbe qu'il a déjà une fois nourrie. On écoube les terrains marécageux et tourbeux, et les terres à bruyère et à mousse, de toute espèce. Cette combustion produit une fumée plus ou moins épaisse, plus ou moins étendue, plus ou moins odorante, suivant la vivacité ou la langueur du feu, suivant la sécheresse ou l'humidité du combustible, et suivant la masse de matière qui est soumise à la combustion. Cette fumée, qui s'élève lentement dans l'air, se dissipe plus ou moins vite selon le temps qui règne. Dans un air vif, elle est détruite presque aussitôt que formée ; dans les circonstances les plus favorables à sa propagation, elle se répand au plus à deux lieues de distance de l'endroit où le gazon est brûlé, et dans la direction du vent. Cette fumée consiste en oxide de carbone, en hydrogène carboné tenant dissous de l'huile empyreumatique, et en acide carbonique. Le premier et le dernier de ces gaz se répandent dans l'air sans communiquer à ce fluide aucune odeur, et sans en troubler la transparence ; reste le troisième gaz, qui est à la fois offusquant et odorant : il trouble l'air par l'eau que son hydrogène forme avec l'oxigène, et par le carbone ainsi que par l'huile empyreumatique

qu'il laisse en même temps échapper. De l'eau et du vinaigre de bois, celui-ci, en partie saturé d'huile empyreumatique, et l'un et l'autre à l'état de vapeur, sont pour quelque temps mêlés avec ces gaz. C'est le dernier, qui, sur les lieux, rend la fumée piquante aux yeux et à la gorge. La vapeur de vinaigre est la première à se séparer de la fumée.

La combustion du gazon sarté ou écoubé se fait le plus souvent par un feu étouffé, s'entend, en tas recouvert. La fumée est alors elle-même brûlée et détruite dans sa partie combustible, et ce qui s'échappe est presque tout de l'eau et de l'acide carbonique.

L'odeur que répand cette combustion a été, par les uns, comparée à celle de la tourbe, par d'autres, à celle de la corne brûlée; des troisièmes lui trouvent de la similitude avec l'odeur des fours à briques ; il y en a qui soutiennent que son odeur est parfaitement celle de la houille brune en combustion. Ceux qui font dériver les brouillards secs de cette fumée doivent nécessairement lui trouver de la ressemblance avec l'odeur de ces brouillards : celui qui s'est exercé tant soit peu aux odeurs, y distingue aisément les trois corps odorans que nous avons dit exister dans la fumée. Cette odeur n'est, au reste, un peu forte que dans le proche voisinage du tas brûlant; et à la distance où la fumée elle-même est encore perceptible, elle a déjà long-temps disparu.

Je parle ainsi d'après l'expérience et d'après le témoignage de ceux qui ont vu pratiquer de pareilles combustions. Je

sais bien que les partisans de l'opinion que j'entreprends de réfuter, prétendent que la fumée de la combustion se répand à des distances incommensurables et croît en opacité et intensité d'odeur dans le rapport qu'elle s'éloigne du lieu où elle se forme.

Le temps où se fait la combustion du gazon d'écoubage diffère suivant les endroits; aux Ardennes, on coupe le gazon en mai pour le brûler en août; dans le nord de la Hollande et en Westphalie, la combustion commence en mai et finit à la fin de juin.

Le sartage a été pratiqué chez nous de temps immémorial, ainsi qu'en font foi plusieurs endroits dans la Belgique, dont les noms sont précédés ou suivis du terme *sart*, et tels que Sart-Pasteau, Sart-St.-Paul, Sart-Wahlain, Lorensart, Libersart, Sart-à-Mavelines et autres, tous noms qui indiquent des terrains sartés ou rendus à la culture par le sartage.

Opposons maintenant aux habitudes de cette fumée, dont les limites de propagation sont si circonscrites, celles de la vapeur si développée, si caractérisée, qui constitue les brouillards secs.

Le brouillard sec puant, fétide ou infect, étant le plus remarquable dans sa manière d'être et d'agir, ce sera particulièrement de celui-là que nous nous occuperons.

En Belgique, les brouillards secs simplement odorans font leur apparition avec un vent de nord; ceux infects surviennent le plus souvent avec un vent d'est. Il s'y passe bien

peu d'années sans qu'il paraisse des brouillards de cette nature. Leur apparition y est souvent très-locale, le même brouillard ne se montrant que de distance en distance et dans la même direction du vent. Chez nous, le brouillard infect, quoique paraissant dans toutes les saisons de l'année, est néanmoins plus fréquent en automne et au printemps, et proprement aux époques qui avoisinent, s'entend, précèdent ou suivent immédiatement les solstices. Il survient indifféremment à toute heure du jour et de la nuit, et prend naissance dans les hautes régions de l'atmosphère, ou se forme brusquement et par succession de colonnes dans toute la masse de l'air. *Van Swinden* a décrit un brouillard infect dont l'élévation n'a pas dépassé la hauteur à laquelle se trouvaient les lanternes des rues, ce qui prouve que l'influence déterminante agit tantôt dans le haut et tantôt dans le bas et à rase de sol.

La première apparition du brouillard infect coïncide souvent avec les heures du jour où l'ascension et le déclin du soleil occasionnent un refroidissement de l'air. Aux heures du midi, la raréfaction de sa vapeur par les rayons du soleil le rend ordinairement invisible; vers le soir, ou déjà dans l'après-midi, il reparaît dans son état de condensation primitive.

On aperçoit d'abord le brouillard dans la direction, soit du soleil couchant, soit du soleil levant. Quand il part des hautes régions de l'atmosphère, il est quelque temps reconnaissable à sa couleur avant d'être rendu sensible par son

odeur; j'en ai vu qui ont séjourné pendant un jour et plus, dans les couches élevées de l'air, avant de descendre à terre. Il ne se répand pas par translation, mais par un développement progressif, ou se communique de proche en proche, sans ou avec intervalle de lieux.

Le brouillard infect, ou a une existence éphémère et qui se borne à une ou deux apparitions, ou prolonge son séjour pendant un temps plus ou moins long; dans le dernier cas, il croît en intensité jusqu'à ce qu'il soit parvenu à la moitié de son cours, pour ensuite décliner et de nouveau se réduire à rien. Cette marche s'observe le plus distinctement dans les brouillards qui naissent et s'évanouissent sans atteindre les heures du midi. Il avance aussi ou recule sur l'heure de son apparition sans que pour cela sa durée diminue. J'en ai observé qui dans ce mouvement sont revenus jusqu'à trois fois à la même heure; il est beaucoup plus disposé à retarder qu'à avancer l'heure de son retour. Quand on remarque que l'intensité d'un brouillard diminue en même temps que sa durée, c'est un signe qu'il approche de sa fin.

Je suis disposé à croire que le brouillard infect qui fait sa première apparition le matin, est le déplacement d'un autre brouillard qui, ailleurs, a paru le soir. Il est même des brouillards infects qui, à en juger d'après la comparaison de leur caractère, se montrent successivement en différentes parties d'une étendue donnée de pays, et reviennent six mois ou un an après, presque à point nommé à l'endroit où d'abord ils ont pris origine, ou que, dans leur course, ils avaient déjà visité.

Il arrive que des brouillards infects, tout près de disparaître, et qui n'étaient déjà plus sensibles que par une faible odeur ou un restant de couleur, reparaissent tout à coup et continuent avec une intensité et une durée redoublées. Il y a dans tout ce qui se passe dans l'atmosphère une mobilité d'action qui mérite d'être étudiée avec plus de soin qu'on ne l'a fait jusqu'ici.

Pendant l'existence d'un brouillard infect, les changemens ordinaires dans la constitution de l'air ne sont pas arrêtés dans leur cours ; ces changemens interrompent le brouillard, mais ne le font pas cesser; il reprend aussitôt que les changemens discontinuent, et se montre alors souvent avec une activité, pour ainsi dire, accumulée ou concentrée. Tandis qu'il existe, les instrumens se meuvent en divers sens, quoique avec une liberté bornée; car le baromètre descend rarement plus bas que 28 pouces et monte rarement plus haut que ce même nombre de pouces; le thermomètre, de son côté, n'éprouve également pas de grandes variations, et cela nonobstant que les brouillards infects puissent se former à tout degré au-dessous du tempéré. La température éprouve toujours une forte baisse pendant que le brouillard infect se forme, et cette baisse se maintient plus ou moins jusqu'à ce qu'il ait disparu. L'hygromètre et le manomètre restent seuls stationnaires, et s'ils font quelque mouvement, c'est vers le sec et le léger, plutôt que vers l'humide et le pesant. L'air, dans le temps où un brouillard infect se montre, est si peu humide que

l'acide sulfurique des chambres de plomb avance aussi rapidement en degré que pendant le temps le plus sec. J'ai vu, lors du brouillard de 1825, la rosée se former avec la même régularité que dans un air serein, et par sa cessation annoncer une pluie qui a mis fin au brouillard. Cet hiver, pendant la présence du brouillard, de la rosée glacée s'est produite à deux reprises, et un brouillard humide visible a déposé son eau sans que le brouillard infect en ait été interrompu ou même dérangé.

Lorsque le brouillard infect est résous en un orage qui n'éclate pas pleinement, sa reprise est presque assurée; on serait en droit d'en inférer que ce brouillard est un nuage orageux répandu, s'il ne se formait encore plus souvent dans les couches basses que dans celles hautes de l'atmosphère, et par un ciel couvert comme avec un air serein.

Dans les pays où les vents sont les précurseurs des orages ou de la pluie, le vent ne doit pas souffler avec une grande force pour que le brouillard soit discontinué; c'est alors au changement du temps et non au vent, qui n'est que l'effet de ce changement, qu'on doit attribuer sa disparition : dans le nord de l'Allemagne, cette disparition produit des orages, tandis que chez nous, c'est à des temps secs, chauds en été et froids en hiver, qu'elle donne lieu. Le brouillard n'est, sans doute, pas la cause de ces temps, mais il en est le précurseur; il se forme sous la même influence qui dispose l'air à prendre de la fixité dans le sens de la sécheresse; rarement ce temps se manifeste par un passage immédiat, mais

presque toujours avec un intervalle qui est rempli par un temps différent, et tel qu'une pluie de brouillard tombant avec hausse de température. La continuation prolongée d'une même sorte de vent en détermine également la cessation définitive ou sans retour.

Le brouillard infect paraît avec toutes sortes de temps, pendant les chaleurs les plus cuisantes de l'été, comme pendant les froids les plus âpres de l'hiver; toutefois, il n'existe point sous des températures extrêmes dans l'un ou l'autre sens, mais ces températures le précèdent ou viennent à sa suite. Il se montre très-souvent lorsqu'une neige épaisse est tombée sur une grande étendue de terrain. Son apparition pronostique toujours un changement notable dans la constitution de l'air : la nature de ce changement varie presque dans chaque pays.

Lorsque, par un changement de temps quelconque, un brouillard infect est interrompu, si, après la cessation du changement il reparaît, le temps primitif est immanquablement continué, et souvent le brouillard semble revenir à dessein pour donner reprise à ce temps, et comme si, par le changement, il avait été simplement suspendu. Nous dirons ci-après comment, cette année, la gelée, interrompue par des dégels prononcés, a repris jusqu'à trois fois à la faveur du retour d'un brouillard semblable. Je parle toujours de la marche que le brouillard infect suit dans nos contrées. On explique cette influence en disant que la fumée du gazon brûlant éconduit la pluie, désorganise les orages à la

manière des paratonnères, fixe le vent au nord ou à l'est, et fait monter le baromètre jusqu'à 30 pouces, pour le maintenir à cette élévation aussi long-temps que la combustion dure et que sa fumée subsiste.

Chez nous, l'apparition au printemps ou en été d'un brouillard infect, présage une saison sèche et chaude; en automne, il pronostique des ouragans et en hiver, de longues et fortes gelées. Les chaleurs qui, pendant ces dernières années, ont fait monter le thermomètre, suspendu à l'air et à l'ombre, jusqu'à 29° R, et les froids qui ont fait descendre le même instrument jusqu'à 20°, ont été, les uns et les autres, précédés de brouillards infects. La persistance du temps est souvent, quoique pas toujours, en raison de l'intensité et de la durée du brouillard.

Les brouillards un peu généraux s'élèvent très-haut dans l'air, et il n'est pas rare d'en trouver qui mesurent plusieurs milliers de toises depuis la surface de la terre. Prétendrait-on (je le demande par anticipation), que la fumée d'une mesquine combustion locale puisse atteindre cette hauteur et obscurcir ainsi qu'infecter une étendue immense de pays? et, ce qui serait encore plus incompréhensible, se maintenir en existence sans se disperser ou se condenser, pendant quatre mois et plus, ainsi que cela est arrivé lors du brouillard infect de 1783?

Les brouillards fétides ont le plus souvent un caractère d'âcreté qui fait couler les larmes et excite à tousser : celui de juin 1826 n'avait pas ce caractère, car il m'est arrivé

d'y passer la moitié de la nuit, lorsqu'il était dans son plus fort, sans avoir été, en la moindre chose, incommodé.

On a reconnu par la comparaison des dates que des brouillards ont paru le même jour et ont suivi la même marche dans des pays très-distans les uns des autres; et, par exemple, celui de juin de l'année passée a paru à la même date en Thuringue qu'ici; une autre fois, le temps de l'apparition est très-différent, mais les caractères sont tout-à-fait les mêmes.

Maintenant, je demande s'il existe, je ne dirai pas la moindre parité, mais la plus légère analogie entre la manière de se comporter du brouillard dont je viens d'exposer quelques caractères principaux, et celle de la fumée du gazon qui est brûlé en Frise, Overyssel, Drenthe, Groningue et dans le nord de la Westphalie.

Pour que la comparaison autorisât à rapporter les deux vapeurs à la même cause, il faudrait qu'il y eût au moins ressemblance de forme, de couleur, d'odeur et de persistance ou durée; que l'un comme l'autre pût se résoudre en givre ou en pluie de brouillard et donner introduction à des changemens de temps durables, et différens suivant le pays. Il faudrait que la combustion du gazon, pour coïncider avec l'apparition du brouillard, eût lieu dans tous les temps, et même lorsque la terre est couverte de neige; que les interruptions, les accroissemens, les décroissemens, les changemens d'heure et les avancemens et reculemens de la combustion, répondissent aux mêmes changemens observés

dans la marche du brouillard; en un mot, que les variations si régulières dans l'apparition des brouillards se répétassent dans la formation de la fumée. Il serait en outre requis que la présence du soleil pût temporairement dissiper la fumée, comme elle dissipe le brouillard, et que tantôt le soleil fût capable et tantôt incapable de produire cet effet. Il faudrait surtout que la fumée du gazon puisse se répandre en tous sens autour du lieu où la combustion s'opère, et paraître le même jour à de longues distances et dans des directions diamétralement opposées, et ainsi qu'il n'obéît à aucune impulsion de vent; il faudrait, et bien particulièrement, que le brouillard décrût en densité dans le rapport qu'il s'éloigne du lieu où il prend origine (ce dont, le contraire, ainsi qu'on l'a vu, est avancé), qu'à une certaine distance il ne fût plus perceptible que par une légère couleur ou une faible odeur, et qu'à une distance plus grande, il n'y eût jamais de vestige de brouillard; en outre, que chaque fois qu'il se manifeste un brouillard dans les endroits nommés, il y en eût également un dans les pays circonvoisins. Comme on sait que cela n'est pas ainsi, et que souvent, au temps de la combustion du gazon, il existe dans les lieux circonvoisins des brouillards qui ne sont pas répétés dans ces endroits eux-mêmes, on devrait en conclure que, dans certaines circonstances, la fumée puisse produire du brouillard en tout autre lieu que celui où elle est formée.

Dans les cas où le brouillard prend naissance dans les régions élevées de l'air, et s'y montre à la vue quelque temps

avant de descendre à terre et de devenir sensible à l'odorat, il faudrait, pour pouvoir expliquer la chose, que la fumée du gazon pût quelquefois monter jusqu'à ces régions sans passer par les couches basses de l'atmosphère : enfin, en admettant que la fumée du gazon est non-seulement la cause de l'apparition des brouillards et des temps que ces brouillards amènent, mais fournit de plus la matière dont ils se composent, on ne fait rien moins que d'ériger cette fumée en régulatrice du temps, et celui qui peut la faire naître à volonté, en arbitre des saisons, non-seulement sur une portion circonscrite du globe, mais sur un hémisphère entier, que quelquefois un brouillard infect occupe.

Si l'on s'était contenté de dire que la fumée du gazon, en se mêlant aux brouillards secs existans, leur communiquait son odeur, la réfutation de cette idée aurait été plus difficile ; mais on a porté la prétention jusqu'à soutenir que le brouillard tout entier consistait en la substance de cette fumée.

En 1721, il parut en Perse un brouillard infect qui fut suivi d'un tremblement de terre, et on ne manqua pas d'attribuer la cause de ce phénomène à l'apparition du brouillard. Le 18 juin de la même année a paru, entre autres, à Laon, en France, un brouillard également infect et qui a été décrit. Il fut interrompu, à plusieurs reprises, par toutes sortes de temps, et reparut chaque fois après la cessation de ce temps. Il disparut dès l'instant que des nuages isolés se montrèrent dans l'air.

Pendant la période de 1754 à 1766, il a fréquemment

régné des brouillards secs odorans et puans; comme leur apparition a souvent coïncidé avec des incendies de forêts, on n'a pas manqué de les attribuer à cette cause; mais comme la coïncidence n'a pas été constante, il aurait dû suffire d'une seule exception pour faire tomber toutes les inductions qui en ont été tirées.

En 1782, le 16 juin, il parut en Hollande, et particulièrement à La Haye, un brouillard infect très-épais.

Le brouillard infect qui parut en juin 1783, et qui, pendant trois mois, occupa une grande partie de l'hémisphère boréal et s'étendit jusqu'aux mers les plus lointaines, fut précédé de tremblemens de terre survenus en Sicile et en Calabre; une telle circonstance suffit pour faire attribuer le brouillard à cette cause. Ce brouillard, si remarquable par son intensité et sa durée, était bleuâtre et fortement fétide. Pendant qu'il régnait, le temps était constamment sec et chaud; le soleil et la lune ne se faisaient voir que sous la forme d'un globe couleur de sang, et la dernière était fréquemment soustraite à la vue : un orage, qui éclata avec une extrême violence, y mit un terme; finalement, ce brouillard, qui s'était propagé de proche en proche et avait parcouru successivement une grande partie du globe, cessa au mois d'août. Si ce brouillard, comme celui de Perse, avait précédé les tremblemens de terre, il serait devenu la cause du phénomène dont il a été réputé être l'effet.

Brugmans, qui a observé le brouillard de 1783 à Groningue, et l'a décrit dans un ouvrage particulier, l'attribua à des

émanations sulfureuses qui, faute d'orage et de pluie, étaient restées incondensées. Il commença avec un vent S. O., et S. E. le 24 juin, et devint plus fort avec un vent N. et N. E. Le baromètre se soutenait très-haut, et l'intensité du brouillard croissait avec l'ascension progressive de cet appareil.

En 1820, un brouillard puant, qui infesta le pays de l'Amstel, fut également aperçu à Hambourg; il était des plus intenses.

En 1821, le printemps avait été partout humide hors là où un brouillard infect avait régné.

En 1822, il parut des brouillards infects à Paris, à Strasbourg et à Laon.

En 1823, un brouillard semblable se montra à Copenhague et en même temps chez nous.

En 1825, il y a eu, en Belgique, deux brouillards infects très-prononcés; l'un survint en été, l'autre en hiver, et tous deux vers les solstices. Le premier fit son invasion le 11 juin vers le soir; il prolongea sa durée jusqu'au lendemain bien avant dans la matinée. Le 12, il fut interrompu sans aucune cause apparente. Le 13, il reparut, mais une heure plus tard que la veille, et disparut le lendemain dans la matinée, aussi une heure plus tard. Le 14, son apparition fut encore retardée d'une heure, mais cette fois il cessa le lendemain une heure plus tôt; ce jour là sa fétidité était très-forte, et le soleil à son coucher se montra à travers le brouillard comme un disque de feu. Le 15, il survint beau-

coup plus tard, fut beaucoup moins dense et cessa le lendemain beaucoup plus tôt. Une circonstance particulière fut que la rosée, pendant ces 5 jours, ne cessa pas de se former et put, en toute liberté, exercer son choix habituel de corps; le sixième jour, vers minuit, l'air prit seulement encore une légère opacité, et une odeur fétide faible se fit à peine encore sentir; la rosée ne mouilla plus que le verre et un petit nombre de plantes; la nuit suivante il n'y eut plus, ni brouillard, ni rosée. Quelques-uns ont fait dépendre l'odeur de ce brouillard des blés, dont la floraison s'est rencontrée avec son apparition. Ce brouillard a paru à Bruxelles un jour plus tard qu'à Louvain. Le temps qui était déjà fixé au sec lorsqu'il est survenu, n'a pas changé par l'apparition du météore. Nous avons déjà fait remarquer que chez nous les brouillards ne changent le temps qu'ils trouvent établi qu'autant qu'ils le rencontrent flottant dans l'incertain.

Le même brouillard a fait, en juillet suivant, une apparition de trois jours. La nuit du dernier jour, il se déposa une rosée abondante sur la vigne et sur de jeunes cerisiers, ainsi que sur toutes les plantes qui se trouvaient dans leur voisinage; les autres plantes du jardin et jusqu'aux pavots, si éminemment roriques, étaient restées sèches. Le jour suivant, le temps était calme et chaud, avec vent de sud; cependant la nuit il n'y eut plus de rosée.

Le second brouillard infect de 1825 parut en hiver et au mois de décembre; il succéda à une sécheresse de plusieurs

semaines. Il fit d'abord son invasion vers le soir, et disparut avant le jour. Il parut ensuite chaque jour de plus en plus tard dans la soirée, et avec une densité et une fétidité croissantes; il décrut dans le même ordre et finit par ne plus se montrer que dans les régions élevées de l'atmosphère, après quoi il descendit encore vers la terre, en manifestant, la nuit, sa présence par une légère odeur. Le troisième jour de son décroissement en intensité et durée diurnes, il fut interrompu sans que de nouveau le temps fût notablement dérangé, et ne reparut plus qu'après une absence de six jours. Sa durée totale fut de plus d'un mois. Pendant tout ce temps, il ne tomba du ciel, ni neige, ni eau. Ce brouillard peut-il être considéré comme une reprise de celui qui avait paru en été, et avec lequel il avait une si grande similitude de caractère? Je n'ai pas appris qu'il ait paru dans d'autres pays que le nôtre.

L'année 1826 eut, au mois de mai, un brouillard infect passager. Le 19, il tomba une pluie fine et qui ne tarda pas à être suivie par un ciel serein. Dans la soirée et pendant une partie de la nuit, rosée abondante; le matin, brouillard humide invisible, qui mouilla tous les corps que la rosée avait épargnés; dans la matinée, brouillard infect; le soir, ciel découvert. Le 25, retour des trois météores cités ci-dessus. Le 26 et le jour suivant, temps clair et doux. Le troisième jour, pluie chaude; après quoi commença la longue période de chaleur sèche, interrompue par des orages avec grêle, qui a régné pendant presque toute la saison. Ce

brouillard de mai se fit voir à la même époque, mais avec des circonstances très-différentes, à Gotha, où M. Schoen l'observa avec soin. Sa durée en Thuringue fut de plus d'un mois; il eut de fréquentes interruptions et fut entrecoupé par les temps les plus variés et les plus singuliers.

Au 20 de juillet de la même année, il a paru à Cologne un brouillard infect qui, le cinquième jour, était si dense qu'on était hors d'état de respirer et de voir. Le disque du soleil était teint en rouge de sang; les retours de ce brouillard se faisaient vers les heures du soir; il avait des jours d'interruption; le vent était nord-est et soufflait avec violence. Le jour où ce brouillard était dans sa plus grande force, il s'en montra également un en Thuringue. M. Gunther, qui mentionne le brouillard de Cologne, demande s'il ne serait pas raisonnable d'en rapporter la cause aux incendies de forêts qui, immédiatement avant, avaient éclaté dans le nord de l'Allemagne.

Le 11 juin, par un temps sec et chaud, avait paru ici un autre brouillard infect; sa couleur tirait plutôt sur le brun que sur le bronzé; son odeur était des plus désagréables, et, dans sa plus grande vigueur, il était très-suffoquant. Il survint quelques heures avant le coucher du soleil et prolongea son existence pendant le même nombre d'heures après le lever de cet astre; il eut une interruption brusque et totale, et reparut après trois jours sans que, dans l'intervalle, le temps eût considérablement changé; il dura jusqu'au jour du solstice. On peut encore demander si ce

brouillard a été la reprise de celui du mois précédent, ou pas plutôt une transmission de celui, beaucoup plus intense, qui avait régné à Gotha.

Il arrive bien souvent que des apparences de brouillards infects se montrent, et disparaissent peu de temps après. Ce sont, ou des précurseurs de brouillards plus forts, ou des parties de brouillards qui viennent à la suite de ceux-ci : ce peuvent aussi être des portions détachées d'autres brouillards faisant leur apparition ailleurs, et également, des éclats ou fragmens de brouillards divisés. Ils ne sont particulièrement reconnaissables qu'à leur odeur.

Cet hiver, la première apparence de dégel se manifesta à la suite d'un brouillard infect : le brouillard parut dès le matin; le froid s'adoucit beaucoup, mais, la nuit, la gelée recommença avec plus de force : toute la journée, l'odeur du brouillard resta perceptible. Une seconde fois, l'air s'étant couvert d'un nuage général et la gelée ayant cessé, on s'attendait à un changement de temps remarquable; mais un brouillard infect survint dans l'après-midi, l'air s'éclaircit, et la gelée continua comme auparavant; après quelques jours de gelée et une nouvelle chute de neige, le temps parut encore se disposer au dégel : l'air était si doux que l'extérieur des vitres fut enduit de vapeur condensée. Cet état des choses persista toute la nuit, mais, le lendemain dans la matinée, parut pour une troisième fois un brouillard infect, et la nuit la gelée reprit. Le lendemain, encore dans la matinée, se forma un givre considérable qui alla en augmen-

tant pendant une partie du jour; c'était donc en un brouillard humide que ce brouillard infect avait dû se résoudre, ou dont il avait dû déterminer la formation. On remarque que toute l'eau qui tombe du ciel, pendant que l'influence d'où naît un brouillard infect, subsiste, se montre sous la forme de pluie fine ou de neige fine, qui, l'une et l'autre, sont des résolutions d'un brouillard en eau. Le soleil ne fit rien fondre du givre, qui resta sur les arbres jusqu'à ce que, vers le soir, un coup de vent un peu vif l'abattit. La nuit, il y eut encore reprise de gelée; le lendemain, chute de neige et continuation de la gelée; quelques jours plus tard, encore brouillard infect qui, cette fois, fut directement résous en brouillard humide, épais, blanc, lequel se maintint pendant deux jours malgré une chute abondante de neige fine, et subsista même après que la neige eût cessé de tomber.

Pendant l'existence de ces divers brouillards infects, on a vu, par intervalles, paraître une rosée d'hiver, se prononçant fortement par le choix des corps sur lesquels elle se déposait : le verre en était couvert à une forte épaisseur, les métaux négatifs n'en avaient pas pris un atome; ceux positifs, le zinc, le fer, en étaient enduits légèrement à leur surface, un peu plus sur leurs bords; les feuilles vivantes des végétaux qui dépassaient la couche de neige, en étaient revêtues comme en été; celles mortes en étaient libres; sur la neige étaient répandues des paillettes brillantes d'eau glacée, qui s'y sont maintenues pendant plusieurs jours; sur le verre, les métaux positifs et les feuilles vivantes, les gouttelettes

étaient formées en étoiles cristallines de différentes dimensions. Il est à remarquer que, pendant ces quatre apparitions de brouillard infect, la terre était couverte d'une neige épaisse, laquelle, d'après les rapports reçus, existait aussi, et en plus grande abondance, dans toute l'Allemagne.

Les brouillards qui le soir se forment au-dessus des tourbières, des prairies basses, des marais et, en général, au-dessus des endroits où de l'eau reste stagnante, quoique souvent pénétrés de l'odeur qui est propre à ces lieux, ne doivent pas être confondus avec les brouillards infects : ils n'ont, avec ceux-ci, aucune ressemblance de forme, de couleur, ni d'odeur. Ils sont de l'espèce humide, visible et ne s'élèvent pas très-haut; s'ils ont de la couleur, c'est à force d'être épais, et cette couleur est alors le jaune. Ils sont d'origine terrestre, par où j'entends qu'ils proviennent de l'eau dont l'air se charge le jour en plus grande abondance qu'il n'en peut retenir la nuit. Ils répandent la même odeur que l'eau d'où ils émanent, et font marcher l'hygromètre vers les indications humides. Leur formation exige que l'eau soit plus chaude que l'air. On peut diviser ces brouillards en différentes espèces, moins toutefois d'après leur nature que d'après les circonstances dans lesquelles ils sont produits.

Au mois de mai et au moment où les eaux stagnantes commencent, comme on dit, à végéter, l'effervescence qui en résulte fait monter dans l'air un gaz dont l'odeur rappelle plus ou moins celle de l'hydrogène carboné; ce gaz,

s'immisçant dans le brouillard, qui en même temps se forme, le fait sentir mauvais. A mesure qu'on s'éloigne de l'eau, cette odeur change de nature; à une certaine distance, elle cesse malgré que le brouillard ne soit pas moins subsistant, ce qui prouve qu'elle est étrangère à ce météore.

Dans les poldres et autres endroits qui avoisinent la mer et les grandes rivières, il règne au printemps, en automne et même pendant une grande partie de l'hiver, des brouillards humides presque perpétuels. Ils se forment à toute heure du jour, mais principalement à l'entrée de la nuit; ils sont dans leur plus fort vers le matin. Pendant les gelées, il n'est pas rare qu'ils se compliquent de l'un ou l'autre des brouillards secs, et alors on compare leur odeur à celle de la cuite des briques.

Un brouillard humide visible peut avoir une teinte bleuâtre et ne répandre aucune odeur; cette nuance est propre à cette sorte de brouillard chaque fois qu'il n'est pas très-dense. Le brouillard qui réfracte en rouge-brun bordé de jaune, la lumière des réverbères, n'est pas exempt de mélange avec du brouillard sec; aussi est-il plus ou moins infect. Ce jourd'hui, 5 avril, de la rosée avait couvert d'eau tous les corps qu'ordinairement elle mouille; pendant la matinée on remarqua dans la plaine un brouillard léger, verdâtre, qui n'était, ni odorant, ni mouillant.

Les brouillards humides des endroits secs reconnaissent pour cause de leur formation le refroidissement qu'occasionne la dilatation mécanique de l'air. Le calorique que je

nomme *chaleur de la dilatation des gaz*, est rendu latent, d'où résulte un abaissement de température et une condensation de vapeur d'eau ; ce calorique redevient chaleur sensible lorsque, dans le jour, l'air, en s'affaissant, reprend son premier volume. L'affaissement de l'air, lorsqu'il n'a pas été précédé de dilatation, prouve une expression de la même chaleur, et, par suite, une condensation de vapeur d'eau, laquelle eau, si l'effet continue, se résout en pluie. Ces deux effets donnent lieu à tous les phénomènes hydrométéoriques connus.

Le brouillard humide invisible succède à un temps de pluie, celui visible survient lorsque déjà l'air est un peu sec. Cette règle souffre néanmoins de grandes exceptions, car il est assez fréquent de voir le passage du temps humide au temps sec se faire par un brouillard de cette espèce, et par une pluie fine, plus ou moins longue, qui est une résolution de pareil brouillard en eau.

La disposition de l'air à la pluie, qu'annonce la puanteur des égoûts, cloaques et latrines, favorise la formation des brouillards humides simples, dont je viens de parler.

Souvent les brouillards humides ne mouillent les corps qu'à des élévations données au-dessus de la surface de la terre; ces hauteurs sont très-variables et s'accroissent jusqu'à ce que le brouillard ait disparu ; elles sont partout égales et se remarquent aisément aux troncs des arbres; d'autres fois, l'humectation n'atteint pas les parties rapprochées

du sol, mais s'étend à tout ce qui est plus élevé dans l'air. Pendant les humectations basses, les toits et autres corps élevés ne sont pas moins rendus humides, mais seulement sur la face en regard de l'air.

Je ne sais s'il faut comprendre parmi les brouillards la vapeur visible qui, le soir, se répand sur les prairies et autres endroits humides, et qui serait du serein plutôt que du brouillard s'il ne faisait ses apparitions en hiver comme en été; sa plus grande élévation est de 30 pieds au-dessus du sol, et il se montre souvent par couches alternées d'opaque et de clair, et n'est jamais en contact immédiat avec l'eau ou le sol. La disparition de ce brouillard, dans la soirée, pronostique pour le lendemain la pluie; son maintien jusqu'au matin présage la continuation du temps serein. Sa formation commence sur un point central, d'où il se répand, par une espèce de tourbillon, et bientôt il gagne la cime des arbres les plus élevés, dont il prend la forme. Le soir, il ne mouille que le gazon, et on peut s'y tenir plongé sans en devenir humide; la nuit, il humecte fortement tous les corps, et les métaux négatifs comme les autres. Il ne se montre point dans les jardins des villes; il est toujours accompagné de rosée.

Au-dessus des prairies et pendant le temps calme, ce faux brouillard est presque journalier.

Les brouillards humides visibles peuvent se former aux températures les plus basses. Brugnatelli, se trouvant, en 1802, avec Volta, à Lyon, en observa un à — 17° R. Le vent soufflait du nord; le brouillard était très-épais, et il

suffisait de frapper l'air avec un bâton pour faire tomber par terre une quantité de parcelles de glace.

On confond maintenant sous le nom de rosée toutes les espèces d'eau qui, par le refroidissement, se séparent de l'air. Les brouillards mouillans, celui de la condensation de l'haleine, la rosée blanche, liquide et glacée, le serein et même l'eau qui se condense sur les corps froids qu'on transporte dans un air chaud.

Le brouillard de la condensation de l'haleine résulte du mélange de l'air chaud, sortant des poumons, avec l'air froid de l'atmosphère, l'un et l'autre saturés de vapeur : la température doit être sous glace. Néanmoins, en été, pendant les matinées froides, et lorsque l'air a déposé l'une ou l'autre eau, l'haleine des chevaux devient également visible, pas celle des hommes. La formation de ce brouillard pendant le jour prognostique, ou le dégel, ou une chute prochaine de neige.

La gelée blanche liquide se rapproche beaucoup de la nature des brouillards humides invisibles, et on peut en quelque sorte la considérer comme un tel brouillard se formant à une température basse.

La rosée blanche glacée est, comme les autres météores aqueux naissant avec baisse de température, l'effet du froid produit par la raréfaction de l'air; elle se dépose d'après un certain choix de corps. Pour que cette rosée et celle liquide se forment, il suffit que le ciel, d'obscur qu'il était le soir, devienne clair la nuit.

L'eau qui forme la rosée blanche glacée ne devient concrète qu'après qu'elle est séparée de l'air; elle se congèle sur certains corps et reste liquide sur d'autres : la paille est la première à la transformer en glace; on la voit, en effet, se déposer sur des champs entiers, semés en une espèce donnée de fruit, et couvrir tous les champs semés en ce même fruit, tandis qu'elle laisse intacts des champs contigus, mais semés en une autre espèce de fruit, et également épargner tous les autres champs semés en ce même fruit. Elle ne paraît qu'à la surface supérieure des corps, et se dépose de préférence sur les pointes, qui ont pu soutirer et éconduire l'électricité de sa vapeur.

Après avoir établi par des motifs que les brouillards infects ne peuvent dériver d'une source terrestre, on est en droit de nous demander à quelle cause plus plausible nous croyons pouvoir les attribuer. Il n'est pas facile d'émettre une opinion satisfaisante à cet égard; cependant, si d'abord l'on cherche à rapporter l'odeur de ces brouillards à une odeur qui soit connue, on n'en trouve pas une avec laquelle elle ait autant de ressemblance que l'odeur du fluide électrique mais hors d'application; si ensuite l'on conçoit que la partie de l'eau qui reste dans l'air à tout degré de froid doit être tenue vaporisée par du calorique qui n'obéit point à une baisse de température, et tel que le serait l'électricité, et que l'on admet que, dans certaines circonstances, cette vapeur en se décomposant forme des brouillards, alors le brouillard qu'on nomme infect pourrait être de la vapeur

assez incomplétement condensée pour ne pas se résoudre en eau, et à laquelle l'électricité resterait interposée sans y adhérer. A l'appui de cette conjecture vient que, pendant l'existence des brouillards infects, l'humidité de l'air est tellement nulle que non-seulement les hygromètres, mais même le sel de tartre, n'en sont plus affectés; or, un tel air ne saurait pas plus éconduire l'électricité que la chaleur, et l'on remarque de plus que, de l'instant que, par la conversion de l'électricité en chaleur, la température hausse, l'odeur disparaît et le brouillard se résout en eau de brouillard, en givre, en pluie fine ou en neige fine, et qu'ensuite le temps sec s'établit ou reprend.

Je ne dis pas que cela soit ainsi, mais je pense qu'on ne saurait, à cette interprétation, en substituer une qui soit plus satisfaisante. L'état éminemment électrique de l'air pendant que les brouillards secs subsistent, et l'extinction de cet état dès l'instant qu'ils ont disparu, l'impossibilité qu'il n'y ait pas dans l'air une vaporisation d'eau qui soit indépendante de la chaleur, l'état hygrométrique constamment sec de l'air pendant la présence de pareils brouillards, et la fréquente résolution de ceux-ci en vapeur invisible sans que de l'eau soit déposée, laquelle résolution ne pourrait avoir lieu si le calorique requis pour l'opérer n'était resté avec l'eau; ces circonstances et beaucoup d'autres, sont du moins des motifs que, sans un plus ample examen, on ne saurait rejeter.

L'interposabilité, sans application, du fluide électrique à

la vapeur du brouillard, est justifiée par la faculté conductrice négative de l'air à l'égard de ce fluide. On pourrait ne pas convenir de la conversibilité de l'eau en vapeur par le fluide électrique, que la vue émise n'en serait pas moins soutenable; car on aurait la ressource de dire que la chaleur rendue libre par la condensation de l'eau, est, dans cette occasion, convertie en fluide électrique.

Si l'on considérait les brouillards infects comme étant des nuages orageux qui, au lieu d'éclater, se répandent dans l'air, on aurait une idée assez juste de ces sortes de météores; car un tel nuage fournirait à la fois, et la vapeur nébuleuse, et le fluide électrique; mais cette vue ne serait explicative que pour les brouillards qui prennent naissance dans les hautes régions de l'atmosphère, et il resterait à chercher des élémens de composition pour ceux qui se forment dans les couches basses et dans toute la masse de l'air.

D'après ce que Brugmans a rapporté sur la présence de l'acide sulfureux dans les brouillards infects, je me suis prévalu de celui qui, au 25 juin 1825, était si dense et si fétide, pour examiner si quelque corps étranger s'y trouvait contenu. J'ai introduit, par le refoulement, à l'aide d'un soufflet, de l'air imprégné du brouillard dans trois grands bocaux à robinet et à goulot, dont l'un était plein d'eau distillée, l'autre, plein d'eau légèrement alcaline, et le troisième, plein d'esprit de vin rectifié; l'introduction a été continuée pendant près de deux heures : j'ai fait boucher les flacons et je les ai fait transporter dans un lieu frais; une

demi-heure après, j'ai ouvert le bocal contenant l'eau simple; je ne me suis aperçu d'aucune odeur : j'essayai ensuite le contenu des autres bocaux par les acétates d'argent et de plomb, instillés par petites gouttelettes; mais il n'y a eu ni précipitation, ni coloration des liqueurs, d'où j'ai inféré qu'aucun corps étranger n'était immiscé au brouillard. J'ai, dans le même brouillard, fait vider d'eau par son robinet et tandis que le goulot restait ouvert, un bocal pareil aux précédens; par ce moyen, l'eau était remplacée par l'air du brouillard : on transporta le bocal dans l'intérieur de la maison, où il fut aussitôt examiné sur la persistance de son odeur, mais on n'en trouva plus la moindre trace, d'où j'ai conclu que le brouillard infect, une fois isolé de la masse de l'air qui lui a donné naissance, se dépouille à l'instant de son infection et de toutes ses autres propriétés.

ADDITION.

Depuis que j'ai écrit ceci, il a paru en ce pays, deux fragmens ou menaces de brouillards infects; l'un vers la fin de mai (Le papier, où j'ai consigné la date, ne me tombe pas sous la main). Il se montra le soir, à 8 heures, dans la direction du soleil couchant; à en juger d'après sa couleur bronzée rouge, il devait être notablement dense; mais bientôt sa raréfaction devint très-apparente, et en moins d'une heure, il s'était étendu jusqu'à l'horizon opposé. Ce ne fut qu'à une heure du matin, qu'ayant atteint les couches basses de l'air, il se fit apercevoir par son odeur : à 2 heures il avait disparu. Avant l'invasion de ce brouillard, la température de l'air avait considérablement baissée, et après sa disparition, elle revint à son premier degré. La marche du manomètre harmonisa avec celle du thermomètre, et au retour du serein, cet appareil marqua autant en dense que le thermomètre en chaud. Le baromètre resta

stationnaire et l'hygromètre indiqua le sec. Durant la courte existence du brouillard, une rosée abondante se déposa sur les plantes et autres corps roriques, ainsi que sur les métaux négatifs, y compris l'étain. Avant le jour, et malgré que le calme le plus parfait eût régné, et que l'air n'eût cessé d'être transparent, chose extraordinaire, l'humectation produite par la rosée avait complétement disparu. Je m'attendais pour le lendemain à la pluie, mais il n'y eut qu'un brouillard humide invisible, qui, dès les 6 heures du soir, avait déjà fortement mouillé le zinc, et qui le matin l'avait couvert d'une lame continue d'eau, sans avoir rien déposé sur l'argent ni sur le cuivre. Le verre et les plantes avaient à peine une légère obduction. L'eau du brouillard invisible exerce donc aussi un choix de corps, et l'exerce dans un sens opposé à l'eau de la rosée.

Nous ne pensons pas qu'à l'époque où ce brouillard a fait son apparition, une combustion un peu considérable de gazon de bruyère avait déjà commencé dans le nord de la Hollande ou en Westphalie.

Le second brouillard infect, lequel a paru le 11 juin, n'a pas été moins éphémère que le précédent. Il fut aperçu à 7 heures du soir dans la direction de l'est, et devint d'abord reconnaissable au voile de sang à travers lequel il fit voir le disque du soleil; ce jour là, il ne s'étendit pas jusqu'à terre. Le 12 au matin, dépôt de rosée sur les plantes seules; le verre lui-même était sec. A 4 heures après-midi reparut le brouillard infect; il était très-fétide et avait une

couleur lilas-pâle. A 8 heures, il avait beaucoup perdu de sa densité, mais à minuit il l'avait complétement récupérée; il prolongea son existence jusqu'à 4 heures du matin. L'air alors était très-froid et il tomba une pluie fine; le lendemain, ciel clair et 24° de chaleur. Depuis, le brouillard ne s'est plus fait voir, mais il s'est rendu encore perceptible à l'odorat, pendant les journées du 15, 17 et 18, à l'heure précise de sa première apparition.

J'ai déjà fait mention de ce dernier brouillard, à l'occasion d'autres observations météorologiques. Voyez *Répertoire de Chimie* de M. Hensmans, cahier de juin, 1827.

FIN.

MÉMOIRE

SUR L'ANCIENNE DÉMARCATION

DES

PAYS FLAMANDS ET WALLONS

AUX PAYS-BAS,

PAR M. RAOUX.

LU DANS LA SÉANCE DU 26 NOVEMBRE 1825.

MÉMOIRE

SUR L'ANCIENNE DÉMARCATION

DES

PAYS FLAMANDS ET WALLONS

AUX PAYS-BAS.

En finissant le Mémoire sur les langues flamande et wallonne, couronné par l'Académie au concours de 1824, j'ai annoncé que j'examinerais dans un autre Mémoire si les limites topographiques qui séparent présentement les pays flamands des pays wallons, ont éprouvé quelque variation sensible dans les siècles précédens. J'acquitte aujourd'hui cette promesse. Puisse l'Académie envisager ce nouveau travail d'un œil aussi favorable que le premier!

La démarcation actuelle des contrées où l'on parle flamand ou allemand, et de celles où l'on parle wallon aux

Pays-Bas, est connue de tous les habitans qui demeurent vers les limites de cette démarcation ou qui y ont voyagé.

La ligne de la limite flamande et allemande, en ne s'attachant qu'aux villes et aux bourgs les plus considérables, à partir de la mer du Nord, se tire de Gravelines par Bourbourg, Cassel, Hasebroek, Bailleul, Messine, Menin, Courtrai, Audenarde, Renaix, Grammont, Enghien, Halle, Bruxelles, Louvain, Tirlemont, St.-Trond, Tongres, Maestricht, Aix-la-Chapelle, Eupen, St.-Vith, Diekirch, Arlon et Luxembourg.

La ligne des villes frontières wallonnes, partant de Calais, passe par Ardres, St.-Omer, Armentières, Lille, Tournai, Lessines, Ath, Braine-le-Comte, Nivelles, Genappe, Wavre, Jodoigne, Liége, Verviers, Limbourg, Malmédi, Houfalise, Bastogne, Virton, Longwy et Metz.

L'espace étroit qui se trouve entre ces deux lignes ne contient que des villages et de petits bourgs où l'on parle flamand ou wallon, selon qu'ils se trouvent plus rapprochés de l'une des deux lignes tracées ci-dessus.

Le présent Mémoire roule sur la question de savoir, si cette démarcation n'a pas varié, et si, passé quelques siècles, la langue tudesque ne s'étendait pas plus loin vers le midi.

Il est connu de nos contemporains les plus âgés, que la limite des deux langues, que nous venons de marquer, était la même il y a un demi-siècle, vers la fin du règne de l'impératrice Marie-Thérèse, et que dans toutes les villes,

grandes et petites, où la langue flamande était vulgaire, elle l'est encore aujourd'hui.

La seule différence qui existe, c'est que, dans quelques villes et communes de la frontière flamande où les habitans aisés parlaient déjà le français, cette langue est devenue un peu plus commune parmi le peuple par une suite de la domination française pendant les vingt années qui se sont écoulées depuis 1794 jusqu'à la paix de Paris, en 1814. Si, malgré cette circonstance influente, la langue flamande n'a pas perdu, depuis un demi-siècle, une seule ville ni peut-être un village de son domaine, l'on pourrait, à défaut de preuves, raisonnablement présumer qu'elle n'a pas perdu beaucoup de terrain pendant les siècles précédens, lorsque la langue française n'avait pas les mêmes moyens de propagation qu'elle a eus de nos jours. Cependant, plusieurs personnes s'imaginent le contraire, et même des auteurs estimés l'ont énoncé dans leurs écrits.

Déjà dès le commencement du seizième siècle, Jacques Meyer, né à Bailleul en Flandre, grand partisan de sa langue maternelle, se plaignait que la plupart de ses compatriotes la négligeaient pour apprendre le français; et dans son ouvrage, intitulé : *Flandricarum rerum*, *tomi* X, imprimé à Anvers, en 1531, fol. 52, il remarque que dans la ville de St.-Omer, le flamand était autrefois seul en usage; qu'ensuite, les habitans ont parlé les deux langues, et que, de son temps, en 1531, l'on n'y parlait presque plus que le français, de sorte, dit-il, que la langue française fait

tous les jours des progrès, et repousse vers le Rhin le langage germanique (1).

Les craintes de Meyer sur l'extinction locale de la langue flamande et sa répulsion vers le Rhin, ne se sont pas réalisées. Depuis trois siècles qu'il a écrit son ouvrage, l'état des choses, quant aux limites des deux langues, est resté presque le même, et partout où le peuple parlait alors flamand, comme idiome vulgaire, il le parle encore aujourd'hui, même dans les villes que la France a conquises et conservées depuis plus de cent cinquante ans, telles que Dunkerque, Berg-St.-Winox, Bourbourg, Cassel et Bailleul, ainsi que dans les communes rurales qui sont répandues entre ces villes. Des personnes dignes de foi, et qui connaissent particulièrement cette partie de la Flandre française, m'ont assuré qu'encore aujourd'hui, le flamand est la langue vulgaire du peuple dans le faubourg de St.-Omer, en sortant par la porte de Dunkerque.

Il en est de même pour la petite partie du Luxembourg allemand, qui a été cédée à la France par le traité des Pyrenées, en 1658. M. de Hontheim nous apprend qu'en 1757 le langage vulgaire à Thionville était encore l'allemand, et il continue de l'être.

L'historien Meyer mérite d'être cru sur ce qu'il affirme

---

(1) *Fanum Odomari, celeberrimum oppidum, olim haud dubie mere flandricum, deinde tamen bilingue, nunc autem in totum fere gallicum. Ita invalescit ac promovet in dies gallica, protuditurque Rhenum versus lingua germanica.*

que, de son temps, l'on ne parlait presque plus que le français dans la ville de St.-Omer; mais il ne rapporte aucune espèce de preuve qu'anciennement l'on n'y parlait que la langue flamande.

Et même dans son autre ouvrage, intitulé : *Annales Flandriæ*, lib. 3, à l'année 1071, il range St.-Omer parmi les villes de la Flandre gallicane, par opposition à celles de la Flandre teutonique, comme nous le verrons ci-après, lorsque nous serons parvenus à cette époque.

Oudegherst, historien flamand, originaire de Poperingue et né à Lille, qui a dédié ses *Annales* aux États de Flandre, en 1571, me paraît avoir parlé sur ce sujet avec plus d'exactitude, quand il a dit que « La Flandre, *quasi de » tout temps*, a esté, par le moyen de la rivière du Lys, en » deux parties divisée, et que tout ce qu'est deçà le Lys, du » costé de Noort, se nomme Flandre flamengant, à raison » du langage qu'on parle illec, et ce que depuis Menin » vers le Zuut est delà le Lys, s'appelle Flandre gallicant, » pour ce qu'on y use de la langue wallée ou françoise. » (*Annales de Flandre*, tome I, chap. 1, p. 8, édit. de 1789.)

Il répète la même observation dans le chap. 169, où il dit que, « Sous Flandre gallicant sont compris les chas- » teaux, villes et chastellenies de Lille, Douai et Orchies, » où on use du langaige françois. »

Ce qui s'est passé lors de l'avénement et de l'inauguration de Jean de Bourgogne, comte de Flandre, le 21 avril 1405, fournit la preuve que cette division du pays et du langage

en Flandre flamingante et gallicante existait déjà alors, comme du temps d'Oudegherst et aujourd'hui.

Philippe-le-Hardi, qui avait épousé Marguerite, fille et héritière de Louis de Maele, comte de Flandre, avait établi à Lille un conseil de justice, où la procédure et les jugemens se faisaient en langue française, et auquel il avait voulu faire ressortir les villes et quartiers de la Flandre flamingante, qui en étaient fort mécontens. C'est pourquoi, comme le rapporte Oudegherst, « Après le trépas du » duc Philippe, les quatre membres de Flandre (Gand, » Bruges, le Franc de Bruges et Ipres), se trouvant à Gand » devers Monsieur le duc Jean, à sa joyeuse entrée, entre » autres choses lui réquirent qu'il voulsist entretenir le » pays, les villes et chastelenies en leurs droits, priviléges » et coustumes... et qu'il fist traicter les matières du pays, » des loix, ensemble des cours féodales dedans le pays de » Flandre flamengant... qu'il le fist en son audience et par » sa cour en langaige flameng et deçà le Lys, comme » avaient fait ses prédécesseurs. A quoi leur fut respondu » par la bouche de messire Henri Vandenzype, gouverneur » de Lille, que mondict seigneur vouloit entretenir les pri- » viléges et franchises du pays, saulf sa seigneurie et sou- » veraineté; et que désormais il tiendrait l'audience et cour » accoustumée en Flandre flamengant, deçà *le Lys*, et en » langaige flameng, et si feroit visiter et vuider les procès » de même à Lille en *langaige françois.* » (Tome II, chap. 170, p. 523).

Meyer dit la même chose en substance, en commençant le quinzième livre de ses *Annales*. Cette cour de justice fut transférée à Gand, et donna naissance au tribunal connu depuis sous le nom de Conseil provincial de Flandre.

Nous allons prouver par un passage d'un long poëme latin, composé au commencement du treizième siècle, que déjà en 1213, la limite des langues française et flamande se trouvait entre Courtrai et Lille. Les chroniqueurs du moyen âge se bornent souvent à des faits de guerre et autres détails arides, qui nous apprennent peu de chose sur les mœurs, le commerce et le langage des nations; mais les poëtes cherchent à amuser leurs lecteurs par des descriptions où l'on rencontre quelquefois sur l'état des peuples, des notions intéressantes que l'on chercherait vainement dans les historiens de cette époque. L'on sait que Philippe-Auguste, roi de France, eut de grands démêlés avec la Flandre, qui furent terminés par la célèbre et sanglante bataille de Bovines, près de Tournai, en 1214, où Ferdinand de Portugal, époux de Jeanne, comtesse de Flandre, fut fait prisonnier et emmené à Paris, où il fut détenu pendant douze ans. Cette guerre, si désastreuse pour la Flandre, fut célébrée par Guillaume le Breton, dans une espèce de poëme épique en douze chants, intitulé : *Philippis,* qui se trouve en entier dans le XVII[e] volume du *Recueil des historiens de France*, par dom Bouquet, et dans d'autres collections d'antiquités.

Guillaume le Breton (*Willelmus Brito*), était chapelain du

roi et l'a accompagné en Flandre, pendant toute cette guerre. Dans la campagne de 1213, qui a précédé celle de la bataille de Bovines, l'armée française avait parcouru presque toute la Flandre et pris la plupart de ses villes, en finissant par Courtrai et Lille. C'est à cette occasion que le poëte dit, qu'après avoir souffert long-temps l'ennui d'entendre parler une langue barbare que lui et ses compagnons ne comprenaient pas, leurs oreilles furent enfin agréablement frappées des doux sons de leur langue naturelle, lors des siéges de Courtrai et de Lille.

Hinc quoque Cortraci vi mœnia capta subivit,
Nos ubi barbaricæ post verba incognita linguæ,
Sub qua longa diu fueramus tœdia passi,
Demum nativæ cognovimus organa vocis.
Insula post triduum modica fuit obsidione,
Vertice demisso, regi parere coacta.

(PHILIPPIDOS, *lib.* 9, *v.* 580 *et seqq.*)

Guillaume le Breton ne soupçonnait pas que, six siècles après lui, son poëme serait cité en preuve que l'idiome flamand n'a rien perdu de son terrain pendant ce long espace de temps, et que la châtellenie de Lille et le Tournesis, qui s'étendent jusqu'aux confins du territoire de Courtrai, forment encore en 1825, la frontière du langage français comme en 1213.

Le poëte, tout en chantant les exploits de son héros et de son roi, fait partout des descriptions brillantes des principales villes de Flandre, de leurs richesses, de la grande prospérité de leur commerce et de leurs fabriques. Je m'abstiens de rapporter

ces descriptions, parce qu'elles n'entrent pas dans mon sujet.

A l'occasion de la guerre qui s'éleva en Flandre entre la comtesse Richilde et Robert-le-Frison, en l'année 1071, les historiens du pays, et nommément Meyer, livre 3 de ses *Annales*, observent que la Flandre, qui comprenait alors l'Artois et le Boulonnais, se divisa en deux partis; que la Flandre teutonique se prononça pour Robert, et la Flandre française pour Richilde et son fils Arnoul. *Scinditur Flandria in partes duas, germanica et gallica : mutuo consurgunt dissidio.* Voici les villes que Meyer range dans le parti de Robert : Gand, Bruges, Ipres, Courtrai, Harlebecq, Cassel, Furnes, Berg-St.-Winox, Bourbourg, Rousselaer, Tourhout, Oudenbourg, Rodenbourg. Ce sont encore aujourd'hui toutes villes de la Flandre flamingante.

Voici celles qu'il énumère dans le parti opposé : Arras, Douai, Tournai, St.-Omer, Aire, Béthune, Boulogne, St.-Pol. Toutes ces villes, et conséquemment aussi St.-Omer, en 1071, étaient donc de la Flandre gallicante. Quant à Lille, l'annaliste dit qu'elle était d'abord occupée par Richilde et son fils, mais que Robert parvint à s'en emparer par le moyen de Gérard du Buck, qui en était châtelain et qui lui livra le château. Oudegherst fait la même division des villes et des deux partis (Chap. 49 et suivans).

Telle était l'ancienne limite des deux langages dans la province de Flandre.

Nous allons montrer maintenant d'une manière non moins convaincante, qu'au onzième et douzième siècles, la lan-

gue romane, c'est-à-dire le français d'alors, ou le wallon, était la langue vulgaire à Liége, dans une partie du Brabant et en Hainaut, tandis qu'à Maestricht et à Aix-la-Chapelle, la langue vulgaire était le tudesque; de sorte que la démarcation de ces langues, dans ce long trajet, était la même qu'aujourd'hui. St.-Bernard, abbé de Clairvaux, qui eut tant d'influence sur les événemens et les mœurs de son siècle, fit, à la fin de l'an 1146, un voyage pour prêcher la croisade en Allemagne, dans les contrées qui bordent le Rhin; il revint en France dans le courant de janvier 1147, par Cologne, Aix-la-Chapelle, Maestricht, Liége, Huy, les abbayes de Gembloux et de Villers en Brabant, Fontaine-l'Évêque, Binche, Mons, Valenciennes et Cambrai.

Le saint abbé était accompagné dans ce voyage par quelques-uns de ses religieux et par trois autres ecclésiastiques, dont l'un, nommé Philippe, était archidiacre du diocèse de Liége. Ces compagnons, dans le cours même de ce voyage, en ont écrit une relation très-détaillée, par forme de journal, où ils désignent les endroits où ils ont séjourné, et racontent plusieurs miracles dont ils se disent avoir été témoins.

Cette relation fait partie d'une histoire de St.-Bernard, imprimée à la suite de ses œuvres dans la plupart des éditions, et nommément dans celle de Mabillon, Paris, 1719, en 2 vol. in-folio.

Le chapitre dixième contient ce qui s'est passé dans la route par Cologne, Aix-la-Chapelle et Maestricht, jusqu'à l'arrivée des voyageurs à Liége. Cette partie de la relation

paraît avoir été écrite pendant les deux jours qu'ils ont séjourné à Liége, et adressée au clergé de Cologne.

On y lit, nº 28, tom. II, p. 1194 : « A chaque miracle le peuple faisait retentir l'air de ses acclamations et des louanges de Dieu, en chantant *Christ uns genade, kirie eleison, die heiligen alle helffen uns,* » ce qui signifie : Christ ayez pitié de nous, Seigneur ayez pitié de nous, que tous les saints nous assistent.

Le chapitre dixième finit ainsi : « Ces choses se sont passées hier à Maestricht : aujourd'hui à Liége, le nombreux clergé de cette ville s'était assemblé au palais de l'évêque pour y attendre notre prélat [1]. »

Le chapitre onzième est intitulé : *De miraculis Leodii, Gemblaci, Villarii, Montibus, Valencenis, etc., factis.* C'est une longue lettre du moine Godefroid (*Gaufridus*) adressée à Herman, évêque de Constance, chez qui l'abbé de Clairvaux et ses compagnons s'étaient arrêtés quelques jours ; cette lettre contient la preuve positive que, parmi les villes que les voyageurs avaient parcourues depuis Cologne jusqu'à Valenciennes et Cambrai, le langage teutonique du peuple finissait à Aix-la-Chapelle et Maestricht comme aujourd'hui, et que le roman était la langue vulgaire à Liége et dans tous les autres endroits désignés dans la lettre qui commence ainsi : « Nous avons envoyé au

---

[1] *Heri facta sunt hæc apud Trajectum; hodie Leodii clerus convenerat, etc.* nº 33, p. 1196.

» clergé de Cologne la description des miracles dont nous » avons été témoins depuis la ville de Spire jusqu'à Liége... » Mais dès que nous fûmes sortis du pays allemand, on » n'entendit plus votre *Christ uns genade*, et l'on ne chan- » tait plus ; car les peuples qui parlent la langue romane » n'ont pas, comme vos compatriotes, des chants accoutu- » més pour rendre grâce à Dieu à chaque miracle qu'ils » voient. Quand nous fûmes à Liége, notre prélat guérit un » boiteux dans l'église cathédrale, en présence de la foule » du peuple ; et le clergé entonna le *Te Deum* ; mais le » peuple n'ayant pas l'habitude de chanter, exprima son » émotion par des pleurs et des sanglots dont le bruit cou- » vrait le chant des prêtres (1). »

Voilà donc le passage du pays teutonique au pays wallon bien marqué, de Maestricht à Liége et autres endroits qui vont suivre dans le journal dont je vais continuer la traduction abrégée, en ce qui concerne mon sujet.

« Nous partîmes le mercredi d'une ville nommée Huy » (*cui nomen Huy*). De là nous allâmes au monastère qu'on

---

(1) *Ea quidem miracula quæ a Spira usque Leodium facta vidimus ad Coloniensem clerum descripsimus... Maxime tamen nocuit ubi teutonicorum exivimus regionem quod cessaverat vestrum illud* CHRIST UNS GENADE, *et non erat qui vociferaretur. Neque enim secundum vestrates propria habet cantica populus romanæ linguæ quibus ad singula quæque miracula referrent gratias Deo..... Igitur dominica post octavas epiphaniæ et secunda feria Leodii mansimus... Mugitus fletuum et singultus vociferationem laudis evicit ; dabat pro cantu lacrymas plebs ignara canendi.*

» appelle Gembloux.... On bâtit dans ce quartier-là un » nouveau monastère, qu'on nomme Villers (*cui Villare » nomen est*), où notre vénérable père a envoyé depuis » peu une colonie de ses moines, qu'il voulut visiter en pas» sant. De Villers il alla dans une ville nommée Fontaine, » où notre Philippe l'avait prié de recevoir l'hospitalité » chez des parens qu'il y avait. De là nous nous achemi» nâmes vers un château que les habitans nomment Bins » (*quod nominant Bins*). » C'est encore ainsi que plusieurs personnes des environs prononcent le nom de la petite ville de Binche.

« On appelle Mons la capitale de la province du Hai» naut, où nous logeâmes le vendredi (*Mons vocatur*). » C'est encore aujourd'hui son nom vulgaire dans le pays.

Sur la route de Mons à Valenciennes, les voyageurs passèrent une petite rivière nommée *Huns* dans l'itinéraire (*prope torrentem Huns*); c'est le *Hon*, entre les villages de Quiévrain et de Honnaing.

Ils arrivèrent le samedi à Valenciennes, qui déjà alors était une ville considérable et populeuse (1), d'où étant partis le lendemain, ils furent le dimanche à Cambrai.

Ici commence le chapitre douzième *De miraculis Cameraci factis*, p. 1199.

On y fait le récit d'un miracle où la langue vulgaire du

---

(1) *Valencenas nominant oppidum ubi ea nocte mansimus, oppidum grande et populosum.*

pays joue un rôle marquant, et c'est la langue romane. On amena dans l'église cathédrale, où St.-Bernard avait dit la messe, un enfant d'un village voisin, né sourd et muet. *Surdus et mutus ex utero matris suæ.*

Après que l'enfant eût baisé la main du thaumaturge, il se retira, et aussitôt un des soldats de l'évêque s'approcha de lui et l'interrogea en ces termes : *oz tu?* (*interrogavit puerum dicens* OZ TU? *quod latine interpretatum* AUDIS TU?)

C'est évidemment une interrogation à la seconde personne de l'indicatif du vieux verbe français *oïr* qui est devenu *ouïr*, mais qui, au participe, fait encore *oyant*. Voyez le *Dictionnaire de l'Académie*. En matière de compte, l'on dit encore l'*oyant*, pour exprimer celui qui écoute et à qui l'on rend compte.

Ce qui est remarquable, c'est que sur-le-champ l'enfant répondit et répéta *oz tu* [1] ? L'auteur de la relation en donne la raison, c'est que ce sourd-muet de naissance, au moment de sa guérison, ne pouvait prononcer que les mots qu'il venait d'entendre. *Surdus nimirum ex utero ea tantum loquebatur quæ ex ore interrogantis audivisset.*

La vie de St.-Norbert, fondateur de l'ordre de Prémontré, écrite par un de ses contemporains et insérée par les Bollandistes dans leur *Collection*, au 6 juin, pag. 827, nous offre une preuve ultérieure qu'en 1119 la seule langue vul-

---

[1] *Protinus autem id ipsum puer quoque respondit dicens* OZ TU?

gaire à Valenciennes et à Fosses, près de Namur, était la langue romane, et que la teutonique y était entièrement ignorée du peuple.

Norbert était né à Xanten, dans le pays de Clèves, d'une famille illustre et apparentée à l'empereur Henri V, à la cour de qui il avait vécu et été accueilli dans sa jeunesse.

L'on peut voir dans sa vie et dans l'histoire ecclésiastique de ce temps-là comment, après avoir été chanoine de la métropole de Cologne et mené une vie dissipée et mondaine, il fut tout à coup converti à peu près de la même manière que l'apôtre St.-Paul. Dès lors, il résigna ses bénéfices, distribua tout son bien aux pauvres, et embrassa comme chef de missionnaires la vie la plus austère.

Après avoir voyagé en Allemagne, en Italie et traversé une partie de la France, il arriva à Valenciennes, avec trois compagnons, la veille du dimanche des rameaux, en 1119, dans l'intention de se rendre à Cologne pour y prêcher. Quoiqu'il ne sut presque pas encore parler le roman, qui était la langue du pays, qu'il n'avait pas apprise, l'ardeur de son zèle le détermina à prêcher le lendemain en présence du peuple, et il fut accueilli si favorablement de tout le public, qu'on le sollicita vivement de passer les fêtes de pâques à Valenciennes et de s'y reposer de ses fatigues; à quoi il ne voulait pas acquiescer, son dessein étant d'aller dans le diocèse de Cologne, parce qu'il en connaissait la langue et les habitans (1).

---

(1) *Cum tribus sociis venit Valentianas sabbato palmarum. In crastinum ergo*

Norbert fut cependant forcé d'y séjourner quelque temps, parce que ses associés tombèrent malades et moururent tous trois dans cette ville. Sur ces entrefaites, Burchard, évêque de Cambrai, arriva à Valenciennes, et Norbert, qui l'avait connu à la cour de l'empereur, crut devoir lui faire une visite. Il s'y présenta sous le costume plus que modeste d'un pauvre missionnaire qui voyageait à pieds nus malgré la rigueur de la saison.

L'évêque avait pour chapelain un prêtre nommé Hugues, qui était de Fosses, près de Namur, et qui avait été élevé dans le monastère de cette ville. Hugues introduisit Norbert dans l'appartement de l'évêque, qui eut peine à reconnaître son ancien ami, sous des habillemens si différens de ceux qu'il portait autrefois à la cour; mais, lorsqu'il l'eut reconnu, il l'embrassa tendrement et lui témoigna les sentimens les plus affectueux.

Le prêtre Hugues, qui était debout et présent à leur conversation, n'y comprenait cependant rien, parce qu'ils parlaient en allemand; mais étonné des manières amicales de l'évêque envers ce singulier personnage, il prit la liberté de s'avancer près du prélat, et de lui demander qui était

---

fecit sermonem ad populum, vix adhuc aliquid sciens vel intelligens de lingua illa, romana videlicet, quia eam nunquam didicerat. Sed non diffidebat.. et ita, per gratiam Dei, omnibus acceptus factus est, ut cogerent eum ibi festa peragere et attenuata membra paululum recreare. Quibus cum non vellet acquiescere, facies enim ejus erat euntis in episcopatum coloniensem, propter populi et linguæ notitiam quam habebat, p. 827.

cet étranger. Alors l'évêque lui raconta l'histoire de Norbert. Hugues fut si touché de tout ce qu'il apprit à ce sujet que, peu de jours après, il forma la résolution de suivre le missionnaire et devint son plus fidèle compagnon. Lorsque Norbert fut par la suite nommé archevêque de Magdebourg, Hugues fut élu premier abbé de l'abbaye de Prémontré, en 1129, et c'est même à lui que plusieurs auteurs attribuent la vie de St.-Norbert, où nous puisons les renseignemens ci-dessus (1).

De ce récit, il résulte clairement qu'en 1119, le peuple de Valenciennes et des environs ne parlait que le roman et n'entendait pas la langue teutonique; qu'il en était de même dans la petite ville de Fosses où Hugues était né et avait fait ses premières études. L'on ne peut pas équivoquer sur le sens des mots *lingua romana* dans les écrits du moyen âge : j'ai démontré, dans mon Mémoire couronné par l'Académie en 1824, que ce n'était autre chose que le français vulgaire qu'on parlait dans ce temps-là.

Le peuple ne change et ne peut pas changer aisément et en peu de temps sa langue vulgaire. Si donc il est prouvé que dans nos provinces wallonnes actuelles, le roman était la langue vulgaire au commencement du dou-

---

(1) *Stans vero prædictus clericus qui eum introduxerat, et affectum episcopi videns erga hominem, minime tamen sermocinationem eorum intelligens, quia teutonice loquebantur, præsumens accessit et interrogavit quidnam hoc esset. Statim ait episcopus, etc. Ibid. p.* 828.

zième siècle; l'on peut en conclure qu'on le parlait aussi dans les siècles précédens, quand même les désastres et l'ignorance de ces temps-là ne nous en laisseraient pas de monumens. Mais dans les diplômes des rois, des empereurs et autres actes publics des neuvième, dixième et onzième siècles, quoique rédigés en latin, il nous reste des indices frappans que, dans nos provinces belgiques, le langage tudesque et le wallon se trouvaient moralement dans les mêmes limites qu'aujourd'hui. Cela paraît surtout dans les noms des villes et villages, que ces diplômes désignent en langue vulgaire du pays de leur situation.

Si ces noms vulgaires présentent une terminaison romane ou française, telle que *ville*, *mont*, *val*, *vaux*, *rieux*, *sart*, *court*, *ignies*, *wez*, *chin*, etc., c'est un signe que le langage vulgaire de ce lieu était le roman; ou si les noms désignés dans les anciens diplômes sont les mêmes que portent encore ces endroits dans les pays wallons, l'on peut croire que le langage du temps de ces diplômes y était aussi roman ou wallon. Si, au contraire, la terminaison est teutonique, telle que *heim*, *gheim*, *berg*, *thal*, *beek*, *bach*, *dorp*, *mond*, *stein*, *hoff*, et autres semblables, on peut conclure, avec probabilité, que le langage vulgaire de ces endroits était teutonique dans ce temps.

Procédant d'après cette méthode, nous voyons dans un diplôme de l'empereur Henri IV, dépêché à Liége, le 5 des ides de mai 1071, que Richilde, comtesse de Hainaut, et son fils Bauduin, voulant obtenir de l'argent et des secours de l'évêque

de Liége, pour continuer la guerre contre Robert-le-Frison, qui avait usurpé sur eux le comté de Flandre, engagèrent le comté de Hainaut envers l'église de Liége. L'on voit dans cet acte, que les villes et châteaux de Mons et de Beaumont, y sont nommés deux fois *Mont* et *Belmont* (1).

Ce diplôme se trouve dans les *Annales de l'évêché de Liége*, par Chapeauville, tom. II, pag. 12, et dans celles du Hainaut, par Vinchant, pag. 191.

Si l'on avait parlé flamand à Mons et à Beaumont, l'on ne se serait pas servi dans un acte latin des mots purement français *Mont* et *Belmont*, mais on aurait écrit *Berg* et *Schoonberg*.

On a tellement voulu désigner ces endroits par le langage vulgaire du pays, que l'on a même négligé de les latiniser, et qu'on n'a pas écrit *Montem* et *Bellum montem*.

Encore aujourd'hui, dans plusieurs endroits du Hainaut, la capitale est appelée *Mont*, et non pas *Mons*. Tous les habitans y savent et chantent l'ancienne et populaire chanson de la procession solennelle et annuelle, *nos irons vi l' car d'or à l' procession de Mont.*

Dans le *Recueil des diplômes* de Miræus, on en trouve plusieurs des neuvième, dixième et onzième siècles, où

---

(1) *Cum enim castella* MONT *et* BELMONT *episcopatum leodiensem diu multumque vexassent....*

Dedimus ergo illi et ecclesiæ suæ MONT *et* BELMONT *et marcham Valentianas, etc.*

quantité de villages du Hainaut et des autres pays wallons sont nommés tels qu'on les nomme encore aujourd'hui, et quelquefois avec une terminaison légèrement latinisée.

Voici quelques-uns de ces diplômes.

En 1081, Richilde, comtesse de Hainaut, fonde l'abbaye de St.-Denis, près de Mons, où le village de Montignies, peu éloigné, est ainsi désigné : *his addo unum mansum in villa* MONTINIUM *vocitata*, tom. I, p. 666, édit. de 1723, par Foppens, in-folio.

En 1119, Burchard, évêque de Cambrai, concède à l'abbaye de St.-Denis prémentionnée, ALTARE *de* HOUDENG *cum appenditio suo* GOEGNIES.

Alodia quoque de MARIJOLIO *, de* TRIVERIIS *,* ibid., p. 678. Les deux premiers villages s'écrivent encore précisément de même aujourd'hui, *Houdeng, Goegnies;* ils sont dans le voisinage de ladite abbaye. *Triveriis*, c'est le village de *Trivière* contigu aux deux autres.

En 1099. *Ecclesia quæ sita est in villa quæ vocatur* FRAXINA; c'est *Frasne* dans le Brabant wallon, ibid., p. 670.

En 1067. *Ego dux Fredericus tradidi ecclesiam de* SPRIMONT *et allodium quoddam* GENAPPE, p. 662. Ces deux grands villages s'écrivent encore précisément de même aujourd'hui; le premier est dans l'ancien duché de Limbourg, à 3 lieues de Liége; l'autre dans le Brabant wallon, à 5 lieues de Bruxelles.

En 1012. Diplôme de l'empereur Henri II : *Quia Gerardus et fratres sui Godefridus et Arnulfus abbatiam*

quamdam, in pago lomacensi sitam, Florines *construxerunt.* C'est l'abbaye de *Florennes*, dans la province de Namur, ibid., p. 658.

En voici quelques-uns du dixième siècle.

En 966. Diplôme de l'empereur Othon I, qui confirme les possessions de l'abbaye de Nivelles. *In villa quæ dicitur* Luponio *molendinum unum.* C'est Loupoigne dans le Brabant wallon. *Mansum unum in villa* Tongrines *super fluviò* Til. C'est *Tongrines* à une lieue et demie au sud de Gembloux. *Mansum unum in* Verechain *super fluvio* Sambra. *Mansos quatuor in pago* Hainaco, *in villa quæ dicitur* Haina. C'est *Haine* St.-Pierre ou *Haine* St.-Paul, entre Nivelles et Marimont, ibid., p. 654.

En 948. Un diplôme de l'empereur Othon I, relatif à l'abbaye de *Gembloux. In pago darmiensi in proprietate hæreditatis suæ quæ* Gembloues *nuncupatur*, ibid., p. 419. Le *pagus darmiensis* ou *darnuensis*, était le comté d'Orneau, sur les deux rives de la rivière d'Orneau, qui va se jeter dans la Sambre.

Un diplôme de l'empereur Henri l'Oiseleur, de l'an 932, désigne plusieurs villages du comté de Namur, tels qu'ils sont encore nommés aujourd'hui, ibid., p. 38.

Un diplôme d'Arnoul I, comte de Flandre, de l'an 937. *In pago* Hainau, *super fluvio* Savo *villam quæ vocatur* Dulciaca; c'est *Douchie*, entre Bouchain et Valenciennes, sur la rivière de Selle, ibid., p. 40.

L'acte de partage du royaume de Lothaire, fait en 870,

entre Louis, roi de Germanie, et Charles-le-Chauve, roi de France, me paraît être un monument précieux pour reconnaître en partie la démarcation des langages qui nous occupe. Le royaume de Lothaire, depuis l'Alsace jusqu'à la rive droite de l'Escaut, comprenait presque tout notre royaume des Pays-Bas et plusieurs autres contrées, tant du langage teutonique que du langage roman.

Une chose remarquable dans ce partage, c'est que la plupart des lieux qui y sont désignés sont des noms de villes et d'abbayes, et rarement des pays ou comtés. Or, les noms des villes et abbayes des pays teutoniques y présentent souvent une physionomie purement tudesque, tandis que l'on reconnaît celles des pays romans par des noms latins, les mêmes qu'ils portent encore aujourd'hui et se rapprochent beaucoup de leurs noms français.

Je rapporterai d'abord ceux qui sont énoncés en langage évidemment teutonique et qui le conservent encore.

Dans le lot de Louis-le-Germanique :

Utrech, Stratsburch, Abbatiam Suestre (dans le duché de Juliers), Berch (près de Ruremonde), Epternachum (dans le pays de Luxembourg), Morbach (en Alsace), Eboresheim (abbaye), Homburg, Erenstein, St.-Stephani Stratsburch, Heribodesheim (abbaye), Hoenkirche, Augustkirche, Megenensiem, Elischowe, Warasels, Basachowa.

Dans le lot de Charles-le-Chauve :

Merrebechi (Meerbeek, monastère près de Ninove), Ticlivini (Dickelvenne, ancien monastère près de Grammont).

Voyons présentement les noms des lieux de nos provinces wallonnes qui se trouvent dans la part de Charles-le-Chauve, et qui ne présentent aucune physionomie d'étymologie teutonique.

Cameracum (Cambrai), Melbarium (Maubeuge), Laubias (Lobbes), St.-Gaugerici (l'abbaye de St.-Géri, près de Cambrai), St.-Salvii (St.-Sauve, abbaye près de Valenciennes), Crispinium (l'abbaye de Crespin, près de Quiévrain), Fossas (l'abbaye de Fosses, près de Namur), Marilias (Maroilles, abbaye en Hainaut), Hunulcourt (Honnecourt, abbaye près de Cambrai), Sunniacum (Soignies, ancien monastère, ensuite collégiale en Hainaut), Antonium (Antoing, ancien monastère, ensuite collégiale, près de Tournai), Condatum (Condé en Hainaut, ancienne abbaye de femmes, ensuite collégiale), Luitosa (Leuze, en Hainaut, ancien chapitre de chanoines), Calmontis (Calmont, dans le pays de Liége), St.-Mariæ in Deonant (Dinant, dans la province de Namur), Andana (Andenne, entre Namur et Huy, ancien chapitre de dames), Wasloi (Wasler, ancien monastère dans la Fagne), Altum Montem (Haut-Mont, abbaye en Hainaut), Cameracesium (le Cambresis), Lomensem (pays de Lomme, dans le Namurois). (*Mirœrus*, tom. I, p. 28 et suivantes).

Dans tout ce partage du royaume de Lothaire, il n'y a pas un seul endroit des provinces wallonnes actuelles, qui ait une étymologie ou une terminaison teutonique, comme on en voit plusieurs dans le lot de Louis-le-Germanique. Cependant la plupart de ces lieux, nommément les abbayes,

avaient pris naissance depuis l'invasion des Francs, d'où l'on peut conclure que, même sous la période franque, le langage vulgaire du grand nombre des habitans des pays qui sont présentement wallons, n'était pas teutonique; car on en verrait des traces dans les actes historiques et géographiques de ce temps-là.

Il y a plusieurs petites villes en France nommées *Condé*; elles sont toutes situées au confluent de rivières, comme *Condé* en Hainaut, et il est connu que ce nom, en vieux gaulois, signifiait une jonction de rivières. Ducange en fait l'observation dans son glossaire, au mot *Condate*, et cite quantité de villes en France qui vérifient sa remarque. On peut voir aussi le dictionnaire de Trevoux, au mot *Condé*.

Dans les pays flamands, les noms de ces sortes de villes se terminent ordinairement par *mond*, qui signifie *bouche*, ajouté à la rivière qui se jette dans l'autre; c'est ainsi que les villes à l'embouchure de la Dendre, du Rupel et de la Roer, se nomment *Dendermond*, *Rupelmond*, *Roermond*, et conservent ce nom vulgaire teutonique dans les autres langues. Les rivières de Haine, de Dendre et le Rupel, se jettent toutes trois dans l'Escaut, et leurs embouchures donnent le nom à trois villes, une en Hainaut et deux en Flandre.

Pourquoi la première s'appelle-t-elle *Condé*, tandis que les deux autres se nomment *Dendermond* ou *Termond* et *Rupelmond?* C'est que, dans la contrée où la Haine se jette dans l'Escaut, on ne parlait pas la langue tudesque sous la période franque, lorsque Condé prit sa dénomination; on

y parlait la même langue que dans l'intérieur des Gaules, où Condé signifiait un confluent de rivières. Mais sur les rives du bas Escaut, à Dendermond et à Rupelmond, on parlait la langue teutonique, qui a donné à ces villes les noms qu'elles portent.

Dans un diplôme de Charles-le-Chauve, de l'an 877, l'on retrouve les noms wallons actuels des villages de *Hasnon*, d'*Anzin* et de *Wavrechin*, en Hainaut, à la rive gauche de l'Escaut, dans le district appelé *Ostrevant* et faisant anciennement la partie orientale du comté d'Arras. « *In cœnobio* HASNON *nuncupato*, *in comitatu atrebatensi in pago ostrebanto, super fluvium* SCARPIN... *denique in ipso pago*, AZINIUM *quod est super fluvium* SCALDIM... *et villam* WAVERCIUM. » Ibid. p. 32.

Le comte Évrard et son épouse Gisla, fille de Louis-le-Débonnaire, fondateurs du monastère de *Cisoing*, entre Lille et Tournai, ont fait un testament l'an 837, où l'on trouve également les noms actuels des villages de *Cisoing*, *Anape*, *Canfin* et *Sommin*, voisins les uns des autres dans la châtellenie de Lille, et ceux de *Vitry* et de *Vys*, entre Douai et Arras. Ils donnent à Bérenger, leur second fils, CORTEM *in* ANASPIS; à leur troisième fils Adalard, CORTEM *nostram in Cisonio et Canfinium*, *et Summinium* CORTEM *nostram*.

Ils disposent en faveur de Rodolphe, leur quatrième fils, dans les termes suivans : « *Quartus, Rodulphus volumus ut habeat* VITREI, VUIS, MESTUCHA, *cum omnibus*

supra dictis locis quæ pertinent, præter ecclesiam VITRY. »

Miræus, dans ses notes, dit qu'il s'agit là du village de Vitry, entre Douai et Arras; il aurait pu ajouter que le village de Vys se trouve encore dans le voisinage; ibid. p. 20 et suivantes.

L'acte de donation de Sithiu, aujourd'hui St.-Omer, et d'autres lieux voisins, que fit Adroald à St.-Bertin, l'an 654, contient les noms de ces lieux qui paraissent n'avoir aucune analogie avec la langue teutonique, mais plutôt tirer leur dénomination de la langue latine ou gauloise. En voici le texte. « *Per hanc epistolam donationis, in pago Taruanensi, villam proprietatis meæ nuncupatam* SITHIU *super fluvium* AGNIONE, *cum omni merito suo, vel adjacentiis seu aspicientiis ipsius villæ. Hæc sunt, villa* MAGNIGELOCA, VINCIACO, TATINGA, *villa* AMREIO, MASTO, FABRICINIO, LONSANTAVAS *et* ADFUNDENIS *seu* MALROS, ALCIACO, LAURIADIACA, *villa* FRANCILIACO, *cum omni merito eorum, cum domibus, ædificiis, terris cultis et incultis, mansiones cum sylvis, pascuis, pratis, aquis aquarumque decursibus*, etc.

» *Actum* ASCIO, *villa dominica.* »

Miræus reconnaît que *Alciaco* est le village wallon d'*Aussy*, et *Ascio* le village également wallon d'*Ayx*, non loin de St.-Paul en *Artois*; ibid. p. 7. La connaissance des villages et des hameaux de cette province ne m'étant pas familière, je ne connais pas les autres lieux désignés, qui

ne sont probablement pas tous devenus des villages marqués dans les cartes géographiques.

Le testament de St.-Remi, évêque de Rheims, décédé en 525, contient un legs en faveur de l'église d'Arras, ainsi conçu : « *Ecclesiæ Atrebatensi villas duas in alimoniis clericorum deputavi,* Ortos *videlicet et* Sabucetum. » Miræus, ibid. p. 4, observe que ce sont les villages nommés aujourd'hui *Ourton* et *Souché*, en Artois. Assurément ce ne sont pas là des noms d'origine teutonique, et ils n'annoncent pas que le teuton y fût alors la langue vulgaire.

La plupart des bons critiques, tels que Mabillon et Ducange, regardent ce testament comme authentique; mais ceux même qui lui contestent cette qualité, n'en reconnaissent pas moins qu'il était connu dans la plus haute antiquité et dès le neuvième siècle.

L'on pourrait multiplier de semblables extraits, s'ils ne devenaient pas tédieux; mais en voilà suffisamment pour prouver que depuis la période romaine jusqu'à nos jours, la langue tudesque ou flamande n'a pas été vulgaire dans aucune des provinces wallonnes actuelles des Pays-Bas, et que même après la conquête des Francs, le peuple indigène a continué de parler le roman, qui était un latin corrompu, et qui est devenu le patois de nos provinces wallonnes et des autres provinces de France.

Les individus du peuple des villes flamandes, qui n'ont appris qu'imparfaitement le français, n'ont point de patois

ni l'accent des Wallons. Dès qu'ils ouvrent la bouche, ceux-ci reconnaissent d'abord qu'ils sont flamands.

La division du langage, telle que nous l'avons éprouvée dans nos provinces belgiques, s'est opérée de même et par les mêmes causes dans le pays de l'ancien diocèse de Trèves, dans la Lorraine et vers les frontières de l'Alsace. Par l'invasion des Francs, la langue teutonique s'y est établie et a dominé jusqu'à une certaine limite qui est restée fixe, et n'a pas varié depuis mille ans. Le langage roman est resté vulgaire à côté de cette limite, et ne l'a pas dépassée depuis la même époque.

C'est ce qui a été observé par M. Schæpflin, savant antiquaire de Strasbourg, et par M. de Hontheim, évêque suffragant de Trèves, qui ont fait des ouvrages très-érudits et très-estimés, l'un sur les antiquités de l'Alsace et l'autre sur celles de la ville et du pays de Trèves.

Ce que dit M. de Hontheim relativement au langage, se rattache plus particulièrement à mon sujet, parce que notre province de Luxembourg appartenait en grande partie au diocèse de Trèves. Après avoir dit que les Francs remplacèrent les Romains à Trèves et y firent dominer le langage teutonique, il ajoute qu'il n'en fut pas de même dans les contrées de la Gaule plus éloignées du Rhin, parce que les anciens habitans y conservèrent leurs demeures et leur langue. *Secus ac in reliqua Gallia a Rheno remotiori, in qua Gothi, Burgundiones et Franci, eodem tempore nova quidem regna condiderunt, sed ita ut remanentibus ibi-*

dem prioribus incolis, vetus quoque cum iis lingua perstaret. (*Origin. Trever.*, tom. I, p. 57.)

Il continue et demande jusqu'où l'idiome teutonique a pénétré dans la Gaule par le pays de Trèves, après l'établissement du règne des Francs, et où commence le langage roman.

Il répond que, dans la ville et le territoire de Metz, le roman a été *anciennement* et vulgairement en usage, comme il l'est aujourd'hui, et il le prouve par un passage de l'histoire de Charlemagne, écrite dans le neuvième siècle par un moine allemand de l'abbaye de St.-Gal, en Suisse, qui met en contraste la langue latine vulgaire à Metz avec la langue teutonique des pays allemands [1].

M. de Hontheim ajoute :

Mais la langue romane ne s'étend pas sur la Moselle beaucoup en-dessous du territoire de Metz; car à Thionville, quoique réunie à la France depuis 1643, les habitans entre eux conversent encore en allemand. En allant vers la Meuse, par le duché de Luxembourg, dès qu'on a dépassé d'une lieue les sources de la Chière et de la Semois, tout ce qui reste du diocèse de Trèves s'est toujours constam-

---

[1] *Illud hic non immerito quæritur quousque teutonicum idioma a Rheno per Treviros in ulteriorem Galliam stabilito in hoc Francorum regno penetraverit; ubi contra Romanum seu Romanicum cœperit? in Metensi urbe et agro postremum hoc sicut hodie, ita et olim viguisse probat monachus sangallensis,* DE ECCLESIASTICA CURA CAROLI MAGNI. Lib. II, cap. 11.

ment servi et se sert encore de la langue française. C'est pourquoi Guillaume le Breton, dans le livre 10 de son poëme de *la Philippide*, écrit dans le douzième siècle, dit que les Lorrains, sous lesquels il comprend nommément les Tréviriens, sont partagés en deux langues [1].

Schæpflin, dans ses recherches sur le langage usité en Alsace, sous la période franque, tom. I, p. 807, dit que le latin barbare que les habitans avaient parlé sous la domination romaine, s'est conservé dans les montagnes des Vosges et du Jura, où les Allemands vainqueurs ne pénétrèrent pas lors de leur invasion dans le cinquième siècle. Il désigne les cantons de l'Alsace où ce latin barbare s'est maintenu jusqu'aujourd'hui dans 176 communes, sous le nom de *roman* ou de langue *romance*, vers les frontières de la Lorraine, de l'évêché de Bâle et des comtés de Montbelliard et de Bourgogne. Il dit que ce latin se corrompit de plus en plus par le commerce des habitans avec

---

[1] *At infra Metensem civitatem agrumque Mosellam parum descendit romanus sermo; Theodonis villæ enim hodieque inter cives servatur vetus germanicum, utut ea urbs jam ab anno* 1643 *sub regis christianissimi dominio sit, a ducatu luxemburgensi avulsa. Mosam versus, ut primum in ducatu luxemburgico fontes Chari* (la Chière) *et Somenæ* (la Semois), *vel una hora reliquimus, quidquid in archidiœcesi Trevirensi reliquum est, gallico sermone constanter usum fuit, et etiam nunc utitur. Hinc Willelmus Britonius armoricus* PHILIPPIDOS, *lib. X, Lotaringos* (*sub quibus Treviros nominatim complectitur*) *sæculo duodecimo* BILINGUES *dixit. Apud* Duchesne, tom. V, p. 219. ORIGINES TREVERIC. Tom. I, p. 57, édit. de 1757.

les Bourguignons et les Allemands, de manière cependant que la langue romaine y a conservé plus de part, d'où il est arrivé qu'une assez grande lisière de l'Alsace, vers Béfort et Dele a retenu et retient encore dans le langage vulgaire, le nom de *pays roman;* mais dans la plus grande et la plus belle partie de l'Alsace, la langue teutonique a dominé pendant toute la période franque et les suivantes, jusqu'à nos jours; de sorte que depuis plus de douze cents ans, l'Alsace est partagée en deux langues (1).

Une chose digne de remarque, c'est qu'en Alsace comme en Brabant, la partie du pays où la langue française s'est conservée, a été appelée de tous temps pays *romain* ou *roman*, par opposition à la partie du pays où l'on a parlé la langue teutonique. Cette ancienne dénomination indique bien que les habitans du Brabant wallon ont conservé le fond de leur idiome, depuis l'époque de la domination romaine.

C'est donc à tort que quelques écrivains belges se sont

---

(1) *Hæc autem lingua provincialis latina post rejectos ex oris nostris Romanos, quotidiano cum Alemannis et Burgundionibus commercio tantopere corrupta est, ut rusticæ denique linguæ, ex romana germanicaque corruptæ, induerit formam, ita tamen ut prævaluerit romana : unde factum ut magno satis Alsatiæ tractui versus Belfortum et Dellam;* ROMANIÆ *sive* PAGI ROMANI (pays romain) *nomen vulgari appellatione, hodieque inhæreat. In maxima autem et nobiliori Alsatiæ parte, per omnem hanc francicam sequentesque periodos ad nostrum usque tempus, teutonismus regnavit, adeoque ultra* MILLE DUCENTOS JAM ANNOS BILINGUIS ALSATIA EST. (Alsat. illustr. *tom. I, p.* 807 *et* 808.)

Schæpflin a répété la même chose dans d'autres endroits de son ouvrage.

imaginé que le domaine de la langue flamande avait été autrefois beaucoup plus étendu dans les provinces belgiques, et qu'il s'était même porté jusque bien avant dans la Picardie, au-delà de la Somme et vers les bords de la Seine.

M. Des Roches a émis cette opinion fausse et exagérée, dans l'abrégé latin de son *Histoire des Pays-Bas*, tom. I, p. 214, et dans ses *Recherches sur l'ancienne Belgique*, p. 44.

M. Lesbroussart l'a suivi dans une note sur un passage des *Annales de Flandre*, par Oudegherst, où celui-ci avait observé que, quasi de tout temps, au-dessus de Menin, le pays sur la rive droite de la Lys s'appelle Flandre *gallicante*, parce que l'on s'y sert de la langue française.

C'est à ce propos que M. Lesbroussart dit dans cette note, tom. I, pag. 9 : « Nous croyons pouvoir avancer » qu'au dixième siècle, la langue flamande était en usage » bien au-delà des provinces situées au midi de la Lys, » c'est-à-dire au moins dans toute la Picardie. Le moine » Hariulphe, qui écrivait à peu près à cette époque, rap» porte qu'on chantait partout, dans cette province, les » vers teutoniques composés en l'honneur de Louis, fils » de Louis-le-Bègue, lorsqu'en 881 il eut vaincu les Nor» mands. *Quomodo sit factum non solum historiis sed* » *etiam patriensium memoria quotidie recolitur et can*» *tatur* (Chron. Centul., lib. III, c. 20). »

Il cite ensuite les deux premières strophes d'un poëme teutonique, avec la version latine de Schilterus.

Ce poëme, ou plutôt cette chanson, contient 29 strophes, chacune de quatre vers. On peut le voir en entier dans le tom. IX du *Recueil des historiens de France*, par D. Bouquet, p. 99, et dans Mabillon, *Annal. Benedict.*, tom. III, p. 684.

L'opinion de MM. Des Roches et Lesbroussart ne repose que sur la supposition du fait que du temps d'Hariulphe, les habitans de la Picardie, et nommément ceux du Vimeu, chantaient encore, en vers teutoniques, la victoire remportée dans ce canton par le roi Louis, fils de Lous-le-Bègue, en 881. Mais le texte d'Hariulphe ne dit pas que l'on chantait en langue teutonique, mais seulement que le souvenir de cette victoire était rappelé et célébré par les chants des habitans du pays. *Patriensium memoria quotidie recolitur et cantatur.*

Comment les habitans de la Picardie et du Vimeu, au midi de la rivière de Somme, auraient-ils parlé flamand ou allemand, lorsqu'Hariulphe a écrit sa chronique à la fin du onzième siècle, ou au commencement du douzième, tandis que nous avons démontré ci-dessus par des monumens irréfragables, qu'à cette époque, la langue vulgaire des habitans de Cambrai, de Valenciennes, du Hainaut et de Liége, était le roman, et qu'ils ne comprenaient pas la langue teutonique?

Comment les Français de la Picardie, habitans des deux rives de la Somme, auraient-ils parlé teuton ou flamand à la fin du onzième siècle, lorsqu'il est connu et prouvé que

les Danois ou Normands qui se sont établis sur les deux rives de la Seine, aux confins de la Picardie, en 912, avaient déjà abandonné leur langage teutonique et adopté le français, lorsqu'en l'an 1066 ils ont fait la conquête de l'Angleterre, où ils ont introduit cette dernière langue?

Comment donc MM. Des Roches et Lesbroussart ont-ils pu se mettre en tête qu'on parlait flamand dans le Ponthieu et dans toute la Picardie au onzième siècle, lorsqu'Hariulphe a écrit sa *Chronique de Centule ?* le voici :

Don Mabillon découvrit, vers la fin du dix-septième siècle, dans les manuscrits de l'abbaye de St.-Amand, près de Valenciennes, une pièce de vers, en vieux langage germanique, qu'il envoya à Schilterus, savant professeur à l'université de Strasbourg, qui la traduisit en latin et la fit imprimer dans les deux langues en 1699, sous le titre de *Epinikion rythmo teutonico Ludovico regi acclamatum.*

On crut d'abord que ces vers avaient été composés en Allemagne, dans le neuvième siècle, et on les appliquait à une victoire que le jeune Louis, fils de Louis roi de Germanie, avait remportée sur les Normands en 883. C'est dans ce sens qu'en parle Schæpflin dans son ouvrage *Alsatia illustrata,* imprimé en 1752, tom. I, p. 815.

Ludovici germanici filium, Ludovicum juniorem, carmen illud teutonicum respicit, quod Germani ei acclamarunt, quum anno 883 *memorabilem à Normannis reportasset victoriam. Carminis hujus auctor ignoratur et patria.*

Depuis la publication de cette pièce de vers, qui était restée inconnue pendant plusieurs siècles, les Français la revendiquèrent comme ayant été faite en l'honneur de leur roi Louis, fils de Louis-le-Bègue, et je pense qu'ils ont raison; car, dans la seconde strophe, il est dit que Louis était mineur et n'avait plus son père, et dans la quatrième, qu'il avait divisé ses États avec son frère Carloman; ce qui convient parfaitement au roi Louis, fils de Louis-le-Bègue.

Mais en admettant que ces vers teutoniques aient été faits pour le roi de France, par un de ses sujets, en 881, s'ensuit-il que ce soient ceux-là qu'on chantait encore dans le Ponthieu, vers l'an 1100? Hariulphe, sur qui l'on se fonde, ne le dit pas, et toutes les présomptions s'y opposent. Si M. Des Roches s'était contenté de tirer la conséquence qu'au neuvième siècle, la langue teutonne n'était pas entièrement éteinte sur les bords de la Seine, je serais entièrement de son avis; car, dans le siècle même où a cessé de vivre Charlemagne, soixante-sept ans après son décès, et quatre ans après celui de Charles-le-Chauve, son petit-fils, il y avait certainement encore, dans la monarchie française, des Francs d'origine, qui n'avaient pas oublié la langue de leurs ancêtres, et qui étaient capables de faire des rimes teutoniques telles que celles dont il s'agit. Mais, même en 881, ce n'était déjà plus la langue vulgaire du royaume de France, puisqu'en 842, pour se faire comprendre de l'armée de Charles-le-Chauve, il fallut la haranguer en langue romane et lui faire prêter serment dans la même langue, comme

nous l'apprend Nithard, historien contemporain, liv. 3, chap. 5.

C'est ce que j'ai amplement développé dans le chapitre 3 de mon Mémoire qui a remporté le prix de l'Académie, en 1824, pag. 49 et suivantes. Je ne puis donc pas admettre que plus de deux siècles après cette époque, et vers l'an 1100, le peuple du Vimeu et du Ponthieu fût dans l'usage de chanter habituellement les vers teutoniques composés en 881, à moins qu'il ne les eût chantés sans les comprendre, comme les hommes et les femmes à Paris et en France chantent encore en latin, en assistant aux offices de l'église.

En supposant qu'Hariulphe, dans sa chronique, eût énoncé positivement que les habitans du pays (*patrienses*) chantaient en langue teutonique la victoire de Louis, serait-il bien certain qu'il eût voulu parler des habitans du Vimeu et du Ponthieu?

Ne pourrait-on pas appliquer cette expression aux habitans du pays flamand des environs d'Oudenbourg, où Hariulphe a vécu pendant les 38 dernières années de sa vie? Il est constant, et il le dit lui-même, qu'il a été abbé de l'abbaye d'Oudenbourg en 1105, qu'il y était depuis 16 ans en cette qualité en 1121, lors de la translation du corps de saint Arnoul, évêque de Soissons, dont il a écrit l'histoire, que Mabillon a insérée dans sa collection *Acta sanct. benedict.*, part. 2, et qui se trouve aussi par extrait dans le *Recueil des historiens de France*, tom. XIV, p. 61.

Il est certain qu'Hariulphe a vécu encore long-temps à Oudenbourg, après l'année 1121. Les biographes belges fixent l'époque de sa mort au 16 août 1143, après avoir gouverné cette abbaye pendant 38 ans (V. Foppens. *Bibliotheca Belgica*, tom. I, p. 432).

Il ne serait donc pas étonnant que, par *patrienses*, il eût parlé des habitans du pays flamand où il a passé la dernière moitié de sa vie; car ces habitans, comme sujets immédiats ou médiats du royaume de France, et très-exposés, par leur situation maritime, aux incursions des Normands, avaient dû prendre un grand intérêt à la victoire du roi Louis, en 881.

Au reste, cette dernière réponse n'est que subsidiaire, puisque Hariulphe ne dit pas en quelle langue les habitans chantaient la victoire.

M. Raepsaet est bien loin de partager l'opinion de MM. Des Roches et Lesbroussart, sur l'extension de la langue flamande dans la Picardie jusqu'au onzième siècle, puisque, selon lui, ce sont des colonies tirées de la Picardie et de la Champagne qui, du temps de César, ont remplacé les Nerviens, les Éburons et les Atuatiques, exterminés par ce conquérant, et ont introduit la langue gauloise dans le Hainaut, le Namurois et le pays de Liége, tandis que les cinq peuplades sujettes des Nerviens, échappées à la vengeance de César, et les autres provinces de notre Belgique, ont conservé leur existence et leur langage teutonique. C'est ainsi que M. Raepsaet nous apprend qu'ayant été consulté par

M. Faipoult, préfet du département de l'Escaut, il lui expliqua comment il s'est fait que, dans la partie de la Flandre qui touche au Hainaut, l'on parle flamand, tandis qu'à la limite même du Hainaut, on ne parle que le français, quoique les deux peuples semblent avoir la même origine dans les anciens Nerviens (*Analise historique sur les Belges*, p. 18).

Il n'entre pas dans mon sujet de discuter ici le système de M. Raepsaet, qui n'est fondé que sur une supposition de colonies de Picards et de Champenois, dont César ni aucun autre auteur n'a parlé; je veux seulement faire remarquer que ce savant académicien, qui a constamment demeuré à Audenarde, frontière du pays flamand, est fortement persuadé que déjà dans le temps de la domination romaine, le langage des pays de Hainaut, de Namur, de Liége et de Picardie, a été différent du langage teutonique de la Flandre, et a continué de l'être jusqu'à nos jours. Je suis cependant fort éloigné d'admettre la supposition de M. Raepsaet, pour expliquer comment les habitans du Hainaut et du Cambresis ont parlé et parlent wallon, tandis que ceux de la Flandre parlent flamand. Je crois avoir donné cette explication dans le Mémoire que l'Académie a couronné en 1824, à la fin du chap. 4, p. 83—87.

En attendant une discussion plus détaillée de ce système de colonies de Picards, pour remplacer les Nerviens qu'on suppose aussi avoir été entièrement détruits par la victoire de César, j'observerai ici que les Morins, les Ménapiens et

les Tréviriens, peuples considérables de la Belgique, n'ont pas été détruits par la conquête romaine. Je voudrais bien que M. Raepsaet nous expliquât comment il s'est fait que la moitié du pays des Morins et des Ménapiens a parlé roman ou wallon, tandis que l'autre moitié, la plus septentrionale, a conservé le langage teutonique, précisément comme dans le territoire occupé par les Nerviens.

A-t-on aussi transporté des colonies de Picards dans la partie du pays des Morins où se trouvent les villes et territoires de Boulogne, de Calais, de Térouanne, d'Aire, de St.-Omer, etc., qui y ont apporté leur langage gaulois, tandis que les habitans d'Ipres, de Poperinghe, de Cassel, de Berg-St.-Winox, de Dunkerque et des environs, formant l'autre partie du territoire des Morins et de l'ancien diocèse de Térouanne, ont continué à parler un langage teutonique ou tudesque? à quelle occasion et à quelle époque ces colonies y auraient-elles été transplantées?

Comment le pays des Ménapiens, représenté par l'ancien diocèse de Tournai, s'étendant entre le territoire des Morins et l'Escaut jusqu'à la mer, s'est-il aussi divisé en deux langues? pourquoi et comment a-t-on parlé wallon dans le Tournesis et la châtellenie de Lille, tandis que dans la châtellenie de Courtrai et les territoires de Bruges et de Gand on a toujours parlé flamand?

On voit un partage semblable de langue dans le pays des Tréviriens, représenté par l'ancien diocèse de Trèves. Toute la partie de ce diocèse, dans le duché de Luxembourg, qui

se rapproche le plus de la Meuse, a toujours parlé roman ou wallon, même après l'invasion des Francs, ainsi que l'a remarqué M. de Hontheim (*Voyez* page 438 ci-dessus).

Il en a été de même du pays des Tongriens, qui a formé l'ancien diocèse de Tongres, dont le siége a été transféré ensuite à Maestricht et postérieurement à Liége. L'on sait que toute la partie méridionale de ce diocèse parle le wallon-liégeois, et que dans la partie du nord, à Tongres, à Maestricht, à St.-Trond, à Hasselt et dans la Campine, l'on a toujours usé de la langue teutonique.

Le phénomène qui nous fait voir le pays des anciens Nerviens, partagé entre des wallons et des flamands, s'est donc montré de même dans les territoires des Morins, des Ménapiens, des Tongriens et des Tréviriens, qui ont tous été partagés entre les langues wallonne et teutonne. Si l'on ne pouvait pas expliquer le premier de ces phénomènes sans recourir à des colonies de Picards, qu'on suppose avoir été transplantées dans une partie du pays des Nerviens, comment expliquera-t-on le même phénomène arrivé dans le territoire des quatre autres peuples? M. Raepsaet ne l'a pas tenté dans aucun de ses ouvrages sur la Belgique, et nous ne croyons pas qu'il puisse le faire par les mêmes suppositions de colonies parlant gaulois.

Quant à nous, nous pensons que ce phénomène est arrivé partout de la même manière, par la même cause et à la même époque.

Il est reconnu que les Romains, pendant une domination

de cinq siècles dans les Gaules, sont parvenus, par une suite de leur politique, à y introduire leur langue et à la rendre enfin vulgaire; ils ont obtenu un succès aussi complet en Espagne.

Quelque difficile que cela paraisse, quelque lent que puisse avoir été l'effet des mesures prises à cette fin, le fait est là qui parle et ne permet pas d'en douter. Depuis des siècles, les habitans des Gaules, quoiqu'ils n'aient pas été déplacés, ignorent quelle est la langue que parlaient leurs ancêtres, lors de la conquête de César. On n'a là-dessus que des conjectures vagues et hasardées. Nous avons bien quelques mots celtiques qui sont passés dans la langue française; mais il ne reste pas un seul monument écrit, ni même une seule phrase de l'ancienne langue d'un si grand peuple.

Il est constant, et tout l'atteste, que la langue romane (*lingua romana*), que parlait le peuple indigène des Gaules, sous la première et la seconde race des rois Francs, était un latin corrompu et abâtardi par le mélange des Gaulois avec les Visigots, les Bourguignons et les Francs qui ont envahi cette portion de l'empire romain.

Cette langue romane est devenue peu à peu le français d'aujourd'hui; mais le bas peuple, dans toutes les provinces, a conservé un patois qui n'est autre chose que la langue romane diversifiée par l'accent populaire, et modifiée par le laps des siècles.

Si les Gaulois de Lyon, de Toulouse, d'Orléans, de Paris, de Rheims, de Soissons, ont abandonné ou négligé leur

ancienne langue pour parler latin sous les Romains; si ce latin s'est changé en roman sous la domination des rois francs, pourquoi les habitans du Cambresis, du Hainaut, du Tournesis, de la châtellenie de Lille, de l'Artois, de Namur et de Liége, n'auraient-ils pas fait la même chose, et par la même impulsion? Les peuples de nos provinces wallonnes faisaient partie des Gaules, comme les riverains du Rhône, de la Loire et de la Seine. Quel qu'ait été leur ancien langage, il ne leur a pas été plus difficile d'en changer à la longue qu'aux autres Gaulois. Il y aurait même plutôt lieu de demander pourquoi les habitans du nord de la Flandre et du Brabant n'ont pas aussi parlé latin et roman, comme tous les autres Gaulois.

Voici, en peu de mots, les raisons que j'en ai données dans mon Mémoire susmentionné. C'est que les peuples les plus septentrionaux des Gaules, par leur position géographique et leur contact avec les Germains non soumis, n'ont pas subi le joug romain aussi fortement que les autres; de sorte que les Romains ont trouvé plus d'obstacles et de résistance à y introduire leur langue et leur civilisation.

En second lieu, des peuplades de Germains d'outre Rhin, et particulièrement de Francs, se sont établies successivement dans les parties septentrionales de l'empire, dans les quatrième et cinquième siècles, avec ou sans le consentement des Romains, et y ont apporté et conservé l'usage de leur langue tudesque.

En troisième lieu, après la grande conquête de Clovis, à

la fin du cinquième siècle, l'on a remarqué que la plupart de ses compagnons d'armes ont fixé leurs demeures dans les contrées septentrionales, ou voisines du Rhin et de la Moselle, plutôt que dans celles de l'intérieur des Gaules.

4° Enfin, les auteurs contemporains et les traditions du pays, attestent également que Charlemagne a transplanté des milliers de familles saxonnes, en deçà du Rhin, en Flandre et en Brabant, ce qui a contribué à y maintenir et renforcer l'usage de la langue teutonique.

Voilà diverses causes qui ont opéré le résultat que les parties septentrionales des provinces belgiques ont parlé un langage teutonique, tandis que les parties méridionales de ces provinces ont adopté, pour langue vulgaire, le latin et le roman, comme toutes les autres contrées des Gaules. De là vient que ce langage a retenu le nom de *wallon*, c'est-à-dire *gaulois*, par opposition au langage *teutonique* des provinces septentrionales et rhénanes.

M. Meyer, l'un des membres les plus distingués de l'Institut d'Amsterdam et de l'Académie de Bruxelles, en discutant l'opinion de l'abbé Dubos sur la transplantation de colonies saxonnes en Flandre et en Brabant, faite par Charlemagne, et sur l'influence qu'exercèrent ces colonies sur le langage tudesque de ces provinces, a émis des doutes sur ce point historique, dans un Mémoire présenté à l'Académie de Bruxelles, le 8 mai 1825, et qui se trouve tome III des *Nouveaux Mémoires* de cette Académie. L'on y lit, entre autres, ce qui suit, p. 473 et 474 :

« Plusieurs auteurs prétendent que Charlemagne trans-
» planta la nation saxonne, du moins en grande partie,
» dans l'intérieur de ses États. Nous croyons pouvoir révo-
» quer en doute une supposition aussi hardie, qui d'ail-
» leurs n'est appuyée d'aucune preuve directe. Il est des
» annales du temps (celles d'Eginhard) qui ne font aucune
» mention de cette entreprise si extraordinaire, il en est
» d'autres qui parlent de la transportation du tiers des hom-
» mes qui avaient porté les armes contre les Francs..... Il
» est indubitable que des saxons furent établis dans d'au-
» tres parties de l'empire; mais nous croyons que cette
» migration n'a été qu'individuelle. »

Nous admettons avec M. Meyer que Charlemagne n'a pas transféré ni pu transférer toute la nation saxonne dans l'intérieur de ses États, nous ne connaissons aucun annaliste qui l'ait avancé. Plusieurs ont dit qu'il avait transplanté les habitans de telle ou telle contrée de la Saxe, qu'ils ont fait monter à un nombre plus ou moins élevé.

Quant à Eginhard, contemporain et secrétaire de ce monarque, il n'a pas gardé le silence sur un fait aussi important. Il dit positivement, chap. 7 de la vie de Charlemagne, que ce prince se vengea de la perfidie des Saxons, et qu'après les avoir vaincus et réduits en sa puissance, il transféra dix mille hommes de ceux qui habitaient les deux rives de l'Elbe, avec leurs femmes et leurs enfans, et les répartit çà et là en France et en Germanie, en plusieurs cantonnemens. *Omnibus qui resistere solebant profligatis, et in suam*

potestatem redactis, decem hominum millia ex his qui utrasque ripas Albis fluminis incolebant, cum uxoribus et parvulis sublatos transtulit, et huc atque illuc per Galliam et Germaniam multimoda divisione distribuit (Apud Bouquet. Tom. V, p. 92).

Il est clair qu'il s'agit là de translation par masses, et non de migrations individuelles. Du reste, nous pensons avec M. Meyer que ce ne sont pas ces colonies de Saxons qui ont rendu vulgaire en Flandre et en Brabant la langue tudesque. Seulement nous avons dit, d'après l'abbé Dubos, que ces colonies transportées dans un pays, où déjà l'on parlait cette langue, avaient contribué à en maintenir l'usage (Pag. 78 de notre Mémoire).

Je reporte donc l'origine du roman de nos provinces wallonnes à l'époque de la domination romaine, comme étant celle du changement général du langage dans les Gaules; les ancêtres de nos Wallons ont suivi l'exemple des autres Gaulois; comme eux, ils ont appris et parlé la langue des Romains leurs maîtres, qui les y ont excités et amenés par tous les moyens que leur politique ambitieuse leur a suggérés. Pourrait-on assigner une cause pourquoi cette révolution dans le langage n'aurait pas eu lieu dans nos provinces wallonnes, comme dans tout le reste de la France?

Autant vaudrait demander pourquoi et quand on a parlé roman et français à Toulouse et à Paris; car, avant César, on n'y parlait ni latin ni roman.

Si donc il est certain que sous les empereurs romains on

s'est habitué à parler latin, tant bien que mal, dans le midi et le centre des Gaules, pourquoi ne l'aurait-on pas fait également dans nos provinces belgiques? Le wallon qu'on y parle n'est autre chose qu'un dialecte du roman qui a été et qui est encore usité dans toute la France?

On doit admettre que la même cause a produit le même effet, tel qu'on le voit, dans les différentes parties des Gaules.

Il n'y a pas de raison de croire qu'on ait parlé roman ou wallon plus tard en Hainaut et à Liége, qu'en Champagne et en Picardie. Cet idiome, de l'aveu de tout le monde, est une dérivation du latin; son origine doit donc se rapporter à l'époque de la domination romaine. Si le latin rustique n'avait pas été la langue vulgaire du peuple dans nos provinces wallonnes, dans le cinquième siècle, lors de l'expulsion des Romains et de l'invasion des Francs, comment et à quelle époque le serait-il devenu en après? ce n'est sûrement pas sous la première race des rois Francs, qui parlaient tudesque avec toute leur cour, qui ont couvert la France des ténèbres de l'ignorance et de la barbarie, et qui ont si peu fait pour encourager et propager l'enseignement et l'usage du latin, que cette langue s'est corrompue dans la bouche du peuple, au point de devenir un jargon qu'on a appelé *roman rustique*, et que le latin pur n'a plus été compris que par les membres du clergé, qui devaient en faire une étude particulière. Cet état de choses a continué sous les règnes des trois premiers rois de la seconde race. Après la

mort de Louis-le-Débonnaire, la monarchie de Charlemagne fut divisée. Les provinces wallonnes du royaume actuel des Pays-Bas, le Hainaut, le quartier de Nivelles, le Namurois, le pays de Liége, le Luxembourg, furent détachés de la France, et firent partie d'abord du royaume des deux Lothaires et ensuite de l'empire germanique.

Ces provinces avaient alors plus de relations avec les empereurs d'Allemagne qu'avec les rois de France, à qui elles étaient étrangères. Il n'y a donc aucune apparence que ce soit à cette époque du moyen âge que nos provinces wallonnes aient changé de langage, pour s'approprier celui du peuple français. La France n'exerçait alors sur nous aucune autorité politique, et l'on ne peut pas dire que l'influence de sa littérature aurait eu l'effet d'introduire sa langue dans nos provinces wallonnes et de l'y rendre seule vulgaire, car il n'y avait alors aucune littérature française; le peuple, en général, et même les nobles, ne savaient ni lire ni écrire: le peu qu'on écrivait était en latin. Ce n'est que dans le douzième siècle qu'on a commencé à écrire en langue romane, en français de ce temps, quelques contes et historiettes en prose et en vers : cela était même très-rare; ce n'est qu'après l'an 1200, dans le treizième siècle, qu'on rencontre un peu plus communément des écrits en langue française. Or, il est certain et prouvé ci-dessus, qu'avant l'époque où l'on a commencé à écrire en langue romane, et dès le commencement du douzième siècle, cette langue était la seule connue du peuple dans nos provinces wallon-

nes, en Hainaut, à Liége, et dans la partie du duché de Luxembourg qui avoisine le plus la Meuse.

Ainsi, nous ne pouvons pas croire ni conclure avec M. Meyer, dans son Mémoire sur cette matière, que ce soit *l'influence de la langue et de la littérature française sur celle de toutes les provinces des Pays-Bas, qui ait fait adopter, dans quelques-unes, le langage wallon qui est évidemment d'origine latine ou française* (*Nouveaux Mémoires de l'Académie de Bruxelles,* tom. III, p. 491).

Le langage de nos provinces wallonnes est bien antérieur à la littérature française, et même à l'existence de livres français. Et, puisque l'on reconnaît *qu'il est évidemment d'origine latine*, on doit le reporter au temps où les Gaulois, en général, ont adopté l'usage du latin, c'est-à-dire, au temps de la domination des Romains, pendant les cinq premiers siècles de notre ère.

Si dès lors nos Wallons n'eussent pas parlé une langue d'origine latine, comme les autres Gaulois, il n'y a aucune époque depuis le commencement du sixième siècle jusqu'au douzième qui ait pu favoriser, encore moins effectuer l'introduction de ce langage comme seul vulgaire, en remplacement d'un autre préexistant, et dont il ne reste aucun vestige dans aucun monument.

Depuis que, sous le règne de François Ier, la langue française a été perfectionnée par des grammairiens, et qu'elle a produit une littérature illustre sous Louis XIV, nos provinces belgiques ont été conquises plusieurs fois par les ar-

mées françaises, qui les ont occupées assez long-temps. Nous avons eu conséquemment avec la France beaucoup de relations politiques, commerciales et littéraires, et néanmoins, pendant cet intervalle de trois siècles, pas une de nos villes flamandes n'a changé son langage vulgaire, toutes ont conservé l'usage du flamand. Il y a plus, c'est que quelques cantons flamands qui, depuis plus de cent cinquante ans, sont passés sous la domination française, tels que Dunkerque, Berg, Cassel, etc., n'ont pas perdu l'usage de leur ancienne langue vulgaire.

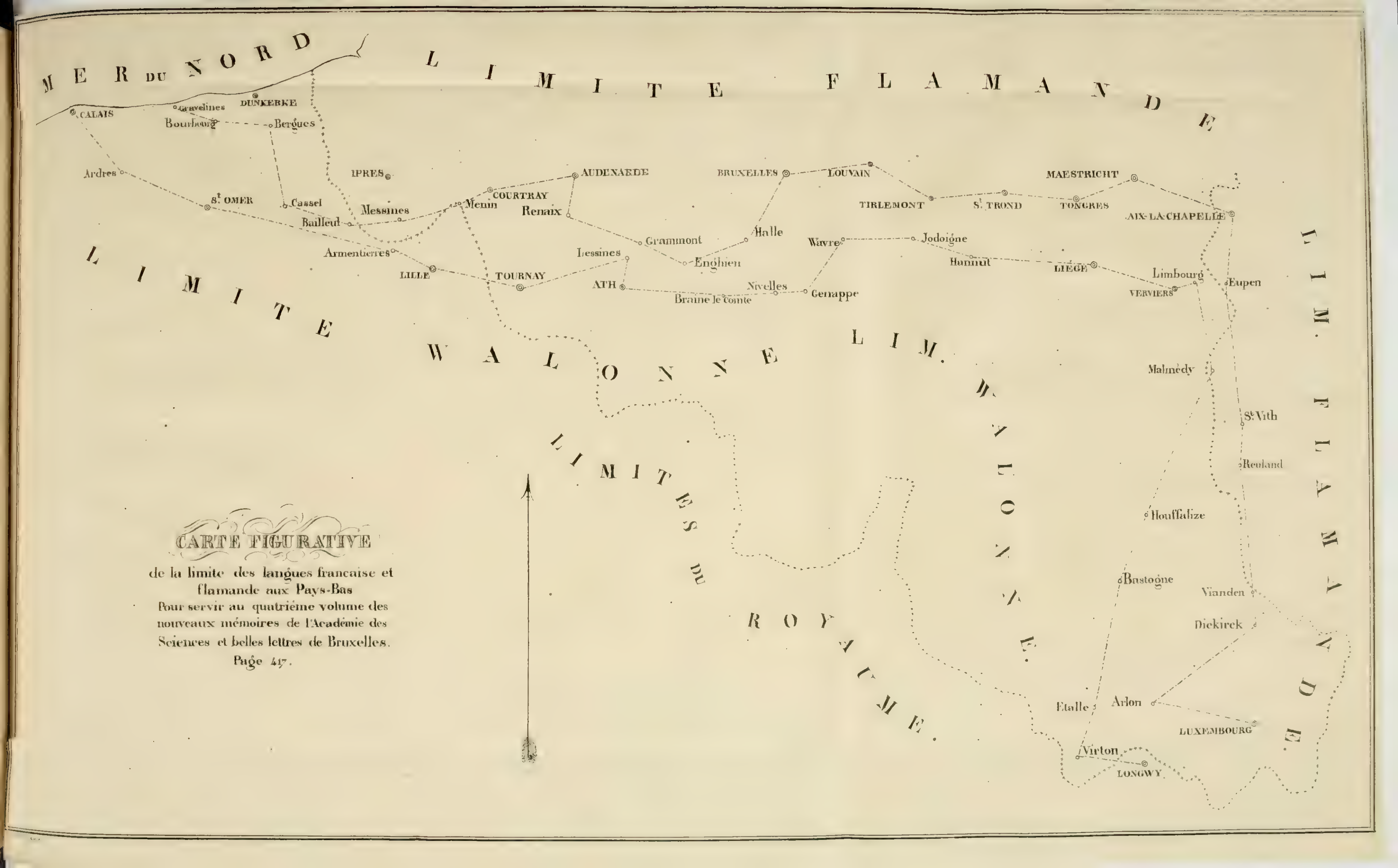
En résumé, je pense avoir prouvé que la ligne topographique, qui sépare actuellement les pays où l'on parle flamand et bas-allemand d'avec ceux où l'on parle wallon, n'a pas varié sensiblement depuis mille ans, depuis le règne des enfans de l'empereur Louis-le-Débonnaire, qui se sont partagé ses États vers le milieu du neuvième siècle.

Il n'y a même aucune raison de croire ni de présumer qu'aucun canton considérable ait échangé sa langue vulgaire teutonique ou tudesque, contre la langue romane ou wallonne depuis la fin du cinquième siècle, lorsque Clovis fit la conquête des Gaules.

Il existe, à la vérité, dans les provinces wallonnes, vers la frontière flamande, quelques villages dont les noms vulgaires présentent une étymologie teutonique, tels que Ostkerk, Steinkerk, Hove, Helbecq, Wannebecq, etc.; mais ces dénominations peuvent leur avoir été données par d'anciens seigneurs, francs d'origine, quoique les habitans, at-

tachés à la glèbe, fussent wallons. Et en supposant que cette étymologie pût faire présumer qu'on parlait autrefois flamand dans ces villages, l'on n'en rencontre que sur la lisière des pays wallons, et il n'en résulterait que la présomption d'un léger mouvement dans la ligne de démarcation des deux langages, qui aurait fait perdre à la langue flamande quelques communes rurales.

FIN.



MER DU NORD
LIMITE FLAMANDE
CALAIS
Gravelines
DUNKERKE
Bourbourg
Bergues
Ardres
IPRES
St. OMER
Cassel
Bailleul
Messines
Menin
COURTRAY
AUDENAERDE
Renaix
BRUXELLES
LOUVAIN
TIRLEMONT
St. TROND
TONGRES
MAESTRICHT
AIX-LA-CHAPELLE
Armentierres
LILLE
TOURNAY
Lessines
ATH
Grammont
Enghien
Halle
Braine le comte
Nivelles
Genappe
Wavre
Jodoigne
Hannut
LIÉGE
Limbourg
VERVIERS
Eupen
LIMITE WALONNE
LIM. WALONNE.
LIM. FLAMANDE.
Malmédy
St. Vith
Reuland
Houffalize
Bastogne
Vianden
Dickirck
Arlon
Etalle
LUXEMBOURG
Virton
LONGWY
LIMITES DU ROYAUME.
CARTE FIGURATIVE
de la limite des langues francaise et
flamande aux Pays-Bas
Pour servir au quatrième volume des
nouveaux mémoires de l'Académie des
Sciences et belles lettres de Bruxelles.
Page 417.

NOTICE

SUR UN PASSAGE REMARQUABLE DE LA CHRONIQUE DE SIGEBERT DE GEMBLOUX,

RELATIF

A L'AUTORITÉ PRÉTENDUE PAR LES PAPES SUR LES COURONNES DES ROIS,

PAR M. RAOUX.

LUE DANS LA SÉANCE DU 3 FÉVRIER 1827.

NOTICE

SUR UN PASSAGE REMARQUABLE DE LA CHRONIQUE DE SIGEBERT DE GEMBLOUX.

Sigebert, moine de l'abbaye de Gembloux dans le Brabant wallon, né en 1030 et décédé en 1112, est le plus célèbre des anciens historiens ou chronographes belges.

Quoiqu'il ait été l'un des plus savans hommes de son temps, dans les sciences ecclésiastiques et profanes, dans les langues hébraïque, grecque et latine, ainsi que l'attestent les nombreux ouvrages qu'il a laissés, mon dessein n'est pas de faire ici son éloge sous le rapport littéraire, mais sous celui du caractère et du courage qu'il a montrés, et de la saine doctrine qu'il a professée dans les querelles du sacerdoce et de l'Empire, qui ont troublé et ensanglanté l'Europe, de son temps.

Dans ce siècle d'ignorance et de fanatisme, le fameux Hildebrand, souverain pontife sous le nom de Grégoire VII, avait conçu et exécuté en partie le projet de se soumettre tous

les rois de la chrétienté, de les envisager comme ses vassaux, de les déposer pour leurs méfaits, dont il se prétendait juge, de délier leurs sujets du serment de fidélité et même d'excommunier ceux qui persistaient à leur obéir après cette déposition. Cette doctrine doit nous paraître aujourd'hui antisociale et insensée; mais tel était alors l'ascendant des papes sur les peuples superstitieux; telle était l'influence du clergé, qui seul avait conservé quelques lumières, que cette doctrine a prévalu et a été mise en pratique pendant plusieurs siècles, surtout dans l'Empire germanique et en Italie.

Presque toutes nos provinces belgiques dépendaient alors de l'Empire; ainsi cette aberration de l'esprit humain n'est pas étrangère à notre histoire.

Sigebert eut le courage de s'élever contre cette doctrine, qui prit naissance de son temps, sous le pontificat de Grégoire VII, et sous le règne de l'empereur Henri IV. Il la signala dans ses écrits, non-seulement comme une nouveauté dangereuse, mais comme une *hérésie*.

A l'année 1088, il fait mention de l'élection du pape Urbain II. L'église était alors déchirée par les dissentions entre les successeurs de Grégoire VII, décédé en 1085, et l'antipape Guibert, qui s'excommuniaient réciproquement.

Sigebert déplore les abus et les tristes effets de ces excommunications, lancées, dit-il, par esprit de parti plutôt que dans des vues de justice et de religion. Il ajoute ensuite ce passage qui fait l'objet de la présente Notice: *Nimirum, ut pace omnium bonorum dixerim, hæc sola novitas, ne*

dicam hæresis, necdum in mundo emerserat ut sacerdotes illius qui regnare facit hypocritam, propter peccata populi, doceant populum quod malis regibus nullam debeant subjectionem, et licet eis sacramentum fidelitatis fecerint, nullam tamen fidelitatem debeant, nec perjuri dicantur qui contra regem senserint; imo qui regi paruerit pro excommunicato habeatur, qui contra regem fecerit a nota injustitiæ et perjurii absolvatur. Ce qui signifie : « Qu'il » me soit permis de remarquer que cette nouveauté, pour » ne pas dire cette hérésie, ne s'était pas encore montrée » dans le monde, savoir, que les prêtres de celui qui fait » régner des princes hypocrites pour les péchés des hommes, » enseignent aux peuples qu'ils ne doivent aucune soumis- » sion aux mauvais rois, et que, quoiqu'ils aient fait serment » de leur être fidèles, ils ne leur doivent cependant aucune » fidélité, et ne sont pas pour cela parjures; que même » ceux qui obéissent à un semblable roi sont réputés ex- » communiés, et que ceux qui agissent contre le roi sont » absous d'injustice et de parjure. »

Aubert le Mire (Miræus), qui a donné une édition de la Chronique de Sigebert en 1608, sur un ancien manuscrit de la bibliothéque de Gembloux, qu'il croit avoir été écrit par l'auteur, ou du moins de son temps, a mis sur ce passage la note suivante : *Non hoc docuerunt isti, sed quod apostolica autoritate possint reges ob crimina gradu suo dejici, et ita qui suberant ab eorum obedientiæ vinculo liberari. Vid. epist. Gregorii VII ad metensem episcopum, apud*

Baronium, anno 1081, §§ 3, 4 et 5. — « Les prêtres n'ont » pas enseigné cela ; mais bien que, par l'autorité apostolique » du saint siége, les rois peuvent être renversés de leur trône » pour leurs crimes, et leurs sujets être ainsi déliés du ser- » ment d'obéissance. Voyez la lettre de Grégoire VII, à l'é- » vêque de Metz, dans Baronius, à l'année 1081, §§ 3, 4 » et 5. »

Cette note de Miræus confirme plutôt qu'elle n'affaiblit l'assertion de Sigebert, et prouve que cette doctrine de Grégoire VII, que les papes ont le pouvoir de déposer les rois, s'était tellement enracinée, que le clergé la professait encore ouvertement au dix-septième siècle. Baronius, dans son *Histoire Ecclésiastique*, défend le pouvoir que Grégoire VII et ses successeurs se sont arrogé sur la couronne de l'empereur Henri IV, et de plusieurs autres souverains qu'ils ont déclarés déchus de leur trône.

Lorsque Sigebert, dans sa Chronique, blâme ces excès, Miræus a soin, dans ses notes, de renvoyer le lecteur aux annales de Baronius, comme à un antidote.

Au commencement du dix-septième siècle, le cardinal Bellarmin a fait un Traité exprès contre Barclai, pour prouver que les papes peuvent déposer les rois, et que leur pouvoir n'est pas seulement spirituel, mais s'étend aussi sur les choses temporelles.

Il est curieux de voir avec quelle assurance il soutient cette thèse comme certaine, et qu'il prétend être appuyée du sentiment unanime de tous les docteurs catholiques des

diverses nations. Il dit, dans sa préface, que Barclai a sans doute craint d'être taxé d'arrogance et de témérité, si lui seul osait se présenter contre la masse de tous les auteurs catholiques, et que c'est pour cette raison qu'en passant sous silence la multitude de ses adversaires, il avait pris le parti de ne combattre que contre lui Bellarmin, par le titre de son ouvrage.

Ce cardinal, défenseur intrépide des prétentions de la cour de Rome, commence son Traité par citer les passages des auteurs des principales nations de l'Europe qui ont embrassé l'opinion qu'il soutient. Le plus ancien et le premier qu'il met à la tête de son bataillon, est le pape Grégoire VII, qui est en effet l'inventeur de ce système. Dans sa lettre à l'évêque de Metz, rapportée par Bellarmin, ce pape traite d'*insensés* ceux qui, d'une *bouche impie*, osent nier que le saint siége ait pu excommunier le roi Henri, et délier ses sujets du serment de fidélité. Je transcris ici le passage de Bellarmin comme une curiosité, et je laisse au lecteur à juger de quel côté se trouve la *déraison*.

Primus igitur ex italica natione prodeat sanctus Gregorius VII papa, qui libro 8 registri sui, epist. 2 ad episcopum metensem copiose docet posse a Romano pontifice principes christianos excommunicari, et principatu privari, eorumque subditos ab obedientia eorum absolvi. Quod autem, inquit, postulasti te nostris scriptis juvari et præmuniri contra illorum insaniam qui nefando ore garriunt non potuisse auctoritatem sanctæ et aposto-

licæ sedis regem Henricum excommunicare, nec quempiam a sacramento fidelitatis ejus absolvere, etc.

D'après les nombreuses citations de Bellarmin, l'on voit que cette doctrine pernicieuse a infecté une grande partie du clergé catholique de presque toutes les nations, pendant plus de six siècles, et notamment celui de la Belgique.

Je vais produire une résolution de la faculté de théologie de l'université de Louvain, du 29 décembre 1662, qui condamne la formule de serment que le clergé et la noblesse catholique d'Irlande avaient prêté en cette année à Charles II, roi de la Grande-Bretagne.

Cette formule portait : « Nous reconnaissons que Votre » Majesté est le véritable et légitime roi du royaume d'Irlande.

» Nous reconnaissons et confessons d'être obligés, sous » peine de péché, d'obéir à Votre Majesté, en toutes choses » civiles et temporelles, et que, nonobstant tout pouvoir » ou prétention du souverain pontife ou de la cour de » Rome, nonobstant toute sentence ou déclaration portée » ou à porter par le souverain pontife ou tout autre au» torité spirituelle ou temporelle, contre Votre Majesté ou » son autorité royale, nous lui garderons une fidèle obéis» sance.

» Nous renions et rejetons toute puissance étrangère, » pontificale ou royale, spirituelle ou temporelle, pour au» tant qu'elle voudrait ou prétendrait nous délier ou nous » dispenser de notre présente obligation. »

L'internonce du pape, résidant à Bruxelles, ayant proposé

cette formule de serment à l'examen et à la critique de la faculté de théologie de Louvain ; celle-ci porta la censure suivante : *Quamvis serenissimo Magnæ Britanniæ et Hiberniæ regi...*

« Quoique les sujets catholiques du sérénissime roi de la » Grande-Bretagne et d'Irlande lui doivent la fidélité et » l'obéissance qui étaient dues de droit à ses prédécesseurs » de la religion catholique, suivant le prescrit de la disci- » pline chrétienne ;

» Néanmoins, parce que la susdite formule comprend la » promesse d'une plus ample obéissance que ne pourraient » les souverains séculiers exiger de leurs sujets séculiers, » ou que ceux-ci ne pourraient leur prêter, et qu'elle con- » tient en outre certaines choses qui répugnent à la pro- » fession sincère de la religion catholique, elle doit être » regardée comme illicite et détestable.

» C'est pourquoi ceux qui n'ont pas encore souscrit cette » formule de profession, doivent s'abstenir de la signer sous » peine de sacrilége, et ceux qui l'ont signée, sont obligés » de rétracter leur signature sous la même peine (1). »

---

(1) *Quia tamen supradicta formula complectitur amplioris obedientiæ promissionem quam possunt principes sæculares a subditis suis sæcularibus exigere, aut subditi ipsis præstare, et nonnulla insuper continet sinceræ professioni catholicæ religionis repugnantia, id circo pro illicita prorsus ac detestabili habenda est. Qua propter quicumque præfatam professionis formulam nondum signarunt, cohibere se a signatura obligantur sub sacrilegii reatu... Quicumque autem signarunt refigere signaturas suas obstringuntur sub consimili reatu... Ita post maturam consultationem aliquoties iteratam censuimus ac decidimus. Lovanii in plena facultatis congregatione, die* 29 *decembris* 1662.

Déjà le 21 juillet de la même année 1662, l'internonce apostolique de Bruxelles avait écrit aux signataires de la formule qu'elle avait été désapprouvée dans diverses assemblées de cardinaux et théologiens à Rome, comme contenant des propositions semblables à celles qui avaient été autrefois condamnées par le saint siége sous le pontificat de Paul V, et plus récemment en 1648, dans une congrégation spécialement nommée par Innocent X; c'est pourquoi le Saint-Père Alexandre VII lui avait ordonné de faire connaître son intention à ce sujet, pour qu'il fût publiquement connu que cette profession d'obéissance n'était pas approuvée ni permise.

Tous ces détails et une ample réfutation de la censure de Louvain, se trouvent dans un ouvrage très-savant, intitulé : *Remonstrantia Hibernorum contra Lovanienses ultramontanasque censuras de incommutabili regum imperio subditorumque fidelitate et obedientia indispensabili ex sanctis scripturis et patribus vindicata*, par le père Caron, religieux, l'un des signataires de la formule. Cet ouvrage a été imprimé à Londres en 1665, et réimprimé à Paris en 1731, dans le second tome des *Libertés de l'église Gallicane.*

En 1682, ce point a fait l'un des objets des délibérations du clergé de France assemblé à Paris, et le premier des quatre articles de la célèbre déclaration de ce clergé porte, que le pape n'a aucun pouvoir sur le temporel des rois.

Si le sentiment contraire n'avait plus été soutenu par la cour de Rome et par ses partisans, l'église Gallicane n'avait

pas besoin de s'en occuper et de le discuter; mais la cour de Rome avait si peu abandonné la doctrine de sa supériorité temporelle sur les rois et les princes, que les papes Alexandre VIII, en 1690, et Clément XI, en 1706, ont condamné les actes de l'assemblée du clergé de France de 1682, et par conséquent le premier article comme les autres. Voyez M. de Maistre, *de l'Église Gallicane*, chap. 5.

Croit-on que depuis lors, la cour de Rome et les ultramontains aient abandonné cette doctrine? On en pourra juger par ce qui s'est passé, il y a moins d'un siècle, relativement à Grégoire VII. Rome le mit au nombre des saints, et le pape Benoit XIII, par un décret ou bulle du 25 septembre 1728, ordonna au clergé tant séculier que régulier, de réciter son office, qui fut inséré au Bréviaire romain, et de célébrer sa fête, qui fut fixée au 25 mai. Cet office, comme d'ordinaire, contient plusieurs leçons qui font l'éloge de ses vertus, et rapportent quelques traits de sa vie qui lui ont mérité la couronne du ciel. Croirait-on que dans cet office, on lui fasse un mérite d'avoir excommunié l'empereur Henri IV, de lui avoir ôté son royaume et d'avoir délié ses sujets du serment de fidélité qu'ils lui avaient prêté? c'est cependant ce qui est énoncé en toutes lettres, dans la cinquième leçon. *Contra Henrici imperatoris impios conatus fortis per omnia athleta impavidus permansit... ac eumdem Henricum in profundum malorum prolapsum fidelium communione regnoque privavit, atque subditos populos fide ei data liberavit.*

Les souverains catholiques de l'Europe furent scandalisés et offensés de pareilles énonciations attentatoires à leur autorité légitime. Ils défendirent au clergé de leurs États, de réciter l'office de Grégoire VII, et de l'insérer dans les Bréviaires. C'est ce qui a été ordonné particulièrement dans la monarchie autrichienne, par dépêche de l'empereur Charles VI, du 29 avril 1730, et postérieurement encore, par décret de l'impératrice Marie-Thérèse, du 9 juillet 1750, inséré au huitième volume des *Placards de Brabant*, pag. 1 et 2.

On raconte dans d'autres leçons de cet office, de petites historiettes, dignes des légendes du siècle de Grégoire VII, mais qu'on ne devait pas s'attendre à trouver dans un office rédigé sous le pontificat de Benoit XIII. Voici ce qu'on lit dans la quatrième leçon. « Lorsque Grégoire était enfant, » et ne savait pas encore l'alphabet, en jouant un jour avec » des copeaux, aux pieds d'un ouvrier qui rabotait du bois, » on dit que par hasard, et comme si une main divine » avait conduit celle de l'enfant, ces copeaux se trouvèrent » arrangés de manière à présenter cette prophétie de David : » *sa domination s'étendra d'une mer à l'autre*; ce qui signifiait qu'un jour sa puissance dans le monde serait » très-grande (1). »

---

(1) *Cum parvulus ad fabri ligna edolantis pedes jam litterarum inscius luderet, ex rejectis tamen segmentis illa davidici elementa oraculi :* DOMINABITUR A MARI USQUE AD MARE, *casu formasse narratur, manum pueri ductante numine; quo significaretur ejus fore amplissimam in mundo autoritatem.*

En général, cet office prouve bien quel esprit de domination temporelle régnait encore à la cour de Rome en 1728; mais il prouve aussi que les membres de la congrégation des rites, qui l'ont rédigé, ne brillaient pas par le bon goût ni par une saine critique.

L'on peut croire cependant, aujourd'hui, que les progrès de la civilisation et la propagation des lumières parmi les différentes classes du peuple, ont dissipé cette erreur de Grégoire VII dans l'esprit des ecclésiastiques qui osent user de leur raison.

En voici un exemple marquant.

En 1788, la faculté de théologie de l'université de Louvain réforma sa décision de 1662, sur l'obéissance des sujets envers le souverain. Elle fut consultée, non plus par un internonce du pape, mais par les catholiques d'Irlande et d'Angleterre sur les questions suivantes : 1° Si le pape, les cardinaux, aucun corps ou individu faisant partie de l'église de Rome, exerçaient de droit aucune autorité, pouvoir, juridiction ou prééminence civils quelconques dans l'empire britannique; 2° Si le pape, les cardinaux, aucun corps ou individu faisant partie de l'église de Rome, pouvaient, sous quelque prétexte que ce fût, délier les sujets de ce royaume de leur serment d'allégeance au souverain.

Sa réponse contient entre autres les passages suivans :

« La faculté de théologie de Louvain, appelée à donner
» la solution des questions ci-dessus énoncées, s'étonne qu'à
» la fin du dix-huitième siècle, de pareilles questions soient

» soumises à un corps savant par des habitans d'un royaume
» qui se fait gloire d'avoir produit tant de sujets distingués
» par leurs talens et leurs lumières. La faculté s'accorde à
» l'*unanimité* à répondre négativement à la première et à
» la seconde de ces questions.

» La faculté ne se croit pas obligée de développer ici les
» motifs sur lesquels sa solution est fondée, ni de citer les
» passages de l'écriture sainte et les écrits des pères qui sont
» à l'appui : cela a déjà été fait par Bossuet, par de Marca,
» par les deux Barclai, par Goldast, par les deux Pithou
» et par le roi Jacques I[er], dans sa dissertation contre Bel-
» larmin et Duperron, etc.

» La faculté déclare que le pouvoir souverain de l'État
» n'est subordonné ni directement ni indirectement à un
» autre pouvoir, fût-ce même un pouvoir spirituel, lequel a
» été institué uniquement pour le salut des âmes ; qu'aucun
» individu ou réunion d'individus, quelqu'élevés qu'ils soient
» en puissance ou en dignité, que même le corps universel
» de l'église catholique, assemblé en concile général, ne
» peuvent, sous quelque motif ou prétexte que ce soit, af-
» faiblir le lien qui unit le souverain à ses peuples, encore
» moins affranchir ces derniers du serment d'allégeance.

» Fait et signé le 18 novembre 1788. »

C'est d'après ces principes que les évêques catholiques d'Irlande viennent de professer hautement leur obligation d'obéir au gouvernement britannique dans toutes les affaires civiles, et l'indépendance de la couronne d'Angleterre

de tout pouvoir étranger; mais la cour de Rome ne s'est pas prononcée : elle se tait, mais elle ne recule pas; elle attend le moment favorable de faire valoir et revivre ses vieilles prétentions. Elle s'est créé depuis peu de nouveaux auxiliaires, dans les jésuites qu'elle a rétablis, et dont le dévouement pour elle est connu. Lisez les ouvrages de M. le comte de Maistre, l'un des plus fougueux ultramontains modernes, et vous verrez avec quel mépris il traite la déclaration du clergé de France de 1682, sans faire grâce au premier article relatif à l'indépendance des souverains.

« Un jour viendra, dit-il, où l'on conviendra universel-
» lement que les théories révolutionnaires, qui ont fait tout
» ce que nous voyons, ne sont qu'un développement rigou-
» reusement logique des quatre articles de la déclaration de
» 1682, posés comme principes. » (Chap. 5 de l'ouvrage ci-dessus cité.)

Il y a dans ce livre quantité d'autres passages aussi insultans pour la déclaration du clergé de France.

Veut-on une preuve plus directe que la cour de Rome n'admet aucun des quatre articles de cette déclaration? La loi du 18 germinal an X, contenant les articles organiques du concordat de 1801, ordonne que les quatre propositions de 1682 seront enseignées dans tous les séminaires de France. Le pape Pie VII, dans une allocution prononcée à Rome, se plaignit de cette loi, et l'on sait d'ailleurs que lorsqu'il vint à Paris en 1804, pour le sacre de Napoléon, il fit à plusieurs reprises des instances auprès de ce monarque pour

obtenir que l'ordre d'enseigner ces quatre propositions fût révoqué; mais il ne put y réussir.

L'on sait enfin que le pape, pour appuyer sa demande, présenta un jour à l'empereur les ouvrages du cardinal Bellarmin, sur l'autorité et l'infaillibilité des souverains pontifes, et que Napoléon, en souriant, lui répondit : *Très-Saint-Père, me prenez-vous donc pour Charles IV, roi d'Espagne* (1)?

Ne sait-on pas que depuis la restauration de la maison de Bourbon sur le trône de France, des cardinaux et des évêques français, influencés par les ultramontains, se sont prononcés contre l'obligation d'enseigner les articles de la déclaration de 1682?

Un ecclésiastique respectable, qui était au séminaire de Malines en 1814, m'a assuré que le nonce apostolique Ciamberlani, dans la courte apparition qu'il a faite alors en Belgique, après la retraite des Français, a été visiter le séminaire de Malines et a fait au président Huleu de vifs reproches de ce qu'on y avait enseigné la doctrine de la déclaration du clergé de France de 1682; mais ce président, qui était un profond théologien, n'eut pas de peine à donner à M. le nonce de bonnes raisons qui mirent fin à la discussion.

---

(1) Ce fait est attesté par M. Depradt, à qui Napoléon l'a répété plusieurs fois, et le général Duroc, grand-maréchal du palais, qui en a été témoin, le lui a confirmé. Voyez *les quatre Concordats*, tom. II, ch. 29, p. 224.

Écoutez l'écho moderne et le plus résonnant des prétentions romaines. M. de Maistre, dans son *Traité du Pape*, livre 2, chap. 10, parle ainsi de cette suprématie temporelle : « Il se forma enfin une opinion à peu près universelle, qui » attribuait aux papes une certaine compétence sur les » questions de souveraineté. Cette idée était plus sage et » valait mieux que tous nos sophismes. » (P. 251, édition d'Anvers, 1821.)

Un peu plus loin, il ajoute : « L'autorité des papes sur les » rois n'était contestée que par celui qu'elle frappait. Il n'y » eut donc jamais d'*autorité plus légitime*, comme jamais » il n'y en eut de moins contestée. » (P. 254.)

Vers la fin du même chap. 10, il se résume ainsi : « L'hy- » pothèse de toutes les souverainetés chrétiennes, réunies par » la fraternité religieuse en une sorte de république univer- » selle, sous la suprématie du pouvoir spirituel suprême, » n'avait rien de choquant, et pouvait même se présenter à la » raison comme supérieure à l'institution des Amphyctions. » Je ne vois pas que les temps modernes aient imaginé rien » de meilleur *ni même d'aussi bon*. »

Enfin, pour faire sentir les avantages de ce beau système et la manière de l'appliquer, M. de Maistre, dans le chap. 11, suppose que si les États-Généraux d'un certain royaume du nord (la Suède), qui, de nos jours, a changé de dynastie, se fussent adressés à Pie VII, à cet effet, ils auraient pu lui faire les très-humbles remontrances, dont il trace le modèle et la formule, où, après avoir exposé leurs griefs con-

tre le roi régnant, ils eussent conclu dans les termes suivans : « Nous savons que les rois n'ont point de juges temporels, surtout parmi leurs sujets, et que la majesté royale » ne relève que de Dieu. C'est dont à vous, T.-S.-P., c'est » à vous, comme représentant de son fils sur la terre, que » nous adressons nos supplications, pour que vous daigniez » nous délier du serment de fidélité qui nous attachait à cette » famille royale qui nous gouverne, et transférer à une autre » famille des droits dont le possesseur actuel ne saurait plus » jouir que pour son malheur et pour le nôtre. » (P. 261.)

Il ne faut donc pas se persuader trop facilement que la cour de Rome ait renoncé à son système de suprématie sur les rois, à la doctrine de Baronius et de Bellarmin sur le pouvoir au moins indirect des papes, en matière temporelle; car, dans les derniers temps, ses partisans ont abandonné le pouvoir direct pour se rabattre sur le pouvoir indirect.

Croirait-on, par exemple, que malgré la fausseté évidente de cette doctrine dangereuse, elle soit présentée, dans les livres classiques de nos séminaires, comme une question problématique et controversée, qu'on n'y décide pas?

Cette manière de présenter la question est insidieuse, sous l'apparence de l'impartialité, et tend à laisser des doutes dans l'esprit de nos jeunes prêtres, qui ne sont déjà que trop enclins aux opinions exagérées de l'ultramontanisme. C'est un membre de la seconde chambre de nos États-Généraux qui m'a fait connaître que cela se trouve ainsi dans la théologie de Dens, que l'on enseigne dans nos séminaires, notamment

dans celui de Malines, et dont l'imprimeur Hanicq a publié déjà plusieurs éditions. Je me suis assuré de la vérité de cet allégué; tom. II, n° 98, à la fin du traité *de ecclesia*, on lit : *An pontifex etiam potestatem temporalem habet in omnia regna mundi?....*

« Le pape a-t-il aussi la puissance temporelle sur tous » les royaumes du monde?

» *Réponse*. Bellarmin rapporte, dans son *Traité du souverain Pontife*, liv. 5, chap. 1, qu'il y a des auteurs » qui ont attribué, de droit divin, au pape, un pouvoir absolu et direct sur tout le globe terrestre, tant dans les » choses temporelles que spirituelles; mais ce sentiment est » aujourd'hui généralement rejeté. Bellarmin, Sylvius et » autres docteurs disent que le pape n'a pas, de droit divin, » un pouvoir direct sur les royaumes temporels, mais un » pouvoir *indirect*; c'est-à-dire, que lorsque la puissance » spirituelle ne peut être exercée librement ni atteindre son » but par les moyens spirituels, dans ce cas, elle peut » avoir recours aux moyens temporels, selon St.-Thomas, » qui enseigne 2. 2. q. 10. 2. 12 et q. 12, que les princes » souverains peuvent quelquefois être privés de leur trône » et les sujets être déliés du serment de fidélité, et cela a » été ainsi pratiqué plus d'une fois par les papes.

» D'autres enseignent qu'en matière temporelle, les rois » et les princes ne sont nullement soumis à la puissance » pontificale et ecclésiastique, que ni directement ni indirectement ils ne peuvent être déposés en vertu du pou-

» voir des clefs, ni leurs sujets être dispensés de l'obéis-
» sance ou déliés du serment de fidélité; telle est la décla-
» ration du clergé de France de l'an 1682, qui est suivie
» par plusieurs auteurs d'autres nations [1]. »

L'on voit que Dens rapporte les deux dernières opinions, sans se prononcer pour l'une plutôt que pour l'autre.

Quand on apprend par l'histoire que l'influence des papes a eu assez d'empire sur les esprits pour faire prévaloir pendant des siècles, une opinion aussi extravagante que les empereurs et les rois pouvaient être déposés par eux, notre Sigebert mérite d'autant plus d'éloges d'avoir eu assez de fermeté et de courage pour combattre dans son origine cette prétention odieuse.

Néanmoins, ce qui fait présentement le sujet de nos louanges est précisément ce qui lui a attiré le blâme de plu-

---

(1) R. *Fuerunt, teste Bellarmino, lib.* 5, de Romano Pontifice, *cap.* 1, *qui ex jure divino, pontifici plenissimam ac directam potestatem asserebant in universum terrarum orbem, tam in temporalibus, quam in spiritualibus. Sed hæc sententia ab omnibus rejicitur.*

Bellarminus, Sylvius aliique dicunt pontificem non habere jure divino potestatem directam in temporalia regna, sed indirectam; hoc est, quando potestas spiritualis exerceri libere non potest, nec finem suum assequi per media spiritualia, tunc ad temporalia recurrere possit, juxta St.-Thomam, 2. 2. *q.* 10. 2. 12 *et q.* 12, *qui docet principes interdum privari posse dominatione, et subditos a fidelitatis juramento liberari: et ita a pontificibus non semel est practicatum.*

Altera sententia docet reges et principes in temporalibus nullatenus subjacere pontificiæ et ecclesiasticæ potestati, neque illos auctoritate clavium directe vel indirecte deponi aut eorum subditos a fide et obedientia eximi, aut præstito fidelitatis juramento solvi posse. Ita habet declaratio cleri Gallicani anno 1682, *quam sequuntur plures exteri.*

sieurs auteurs et biographes, tels que Tritheme et Possevin, dont Miræus a donné des extraits en tête de son édition de la *Chronique*. Foppens lui a fait le même reproche dans la *Bibliothéque Belgique*.

Sigebert, pour sa science en divers genres, et notamment en matière ecclésiastique, jouissait d'une grande considération dans tout le diocèse de Liége; l'évêque et le chapitre cathédral le consultaient souvent dans les affaires épineuses où ils se trouvaient par les dissentions entre l'empereur Henri IV et le saint siége. L'on peut même dire que c'est à ses sages conseils que cet infortuné monarque a dû la constante fidélité de la ville et de l'église de Liége, et l'asile qu'il a trouvé dans ses plus grandes adversités et dans les derniers momens de sa vie orageuse.

La *Chronique de Sigebert* n'a pas échappé à l'index de Rome, pour n'être pas favorable à Grégoire VII et à ses successeurs immédiats. Sa fidélité à son souverain a été mal appréciée et tournée en reproche par les fanatiques biographes belges des deux derniers siècles. En expiation de ces outrages, ses compatriotes du dix-neuvième siècle, plus justes et plus éclairés, devraient lui ériger un monument.

Mais ce sont surtout les Liégeois qui doivent honorer sa mémoire, pour les avoir victorieusement défendus en 1103 contre l'agression du pape Paschal II, qui, par une lettre adressée à Robert, comte de Flandre, lui avait ordonné, pour la rémission de ses péchés et comme un moyen d'arriver

au ciel, de faire la guerre à l'empereur Henri, chef des hérétiques, et aux Liégeois qui lui étaient restés fidèles.

Cette réponse, au nom de l'église de Liége, en forme de lettre à Paschal II, est un des plus beaux monumens de science ecclésiastique et d'éloquence qui ait paru dans le moyen âge.

Cette belle défense de l'église de Liége eut tout le succès qu'on pouvait en attendre. Soit qu'elle ait fait impression sur le comte de Flandre, soit que ce prince ait eu d'autres motifs politiques, il ne suivit pas les conseils du pape et laissa les Liégeois tranquilles.

On peut voir des extraits curieux de cette lettre, dans le neuvième volume de l'*Histoire littéraire de la France*, par les religieux Bénédictins de St.-Maur, p. 558 et suivantes, et dans l'*Histoire ecclésiastique* de Fleuri, liv. 65, n° 40.

M. Dewez, dans son *Histoire du pays de Liége*, p. 66 et suivantes, a aussi traduit plusieurs extraits marquans de cette lettre, en plaçant dans des notes le texte latin qui y correspond; M. Dewez a traité cet incident de l'histoire de Liége avec une saine critique, et d'après les principes évangéliques de la religion chrétienne.

Si je ne craignais d'être trop long dans une notice, je transcrirais quelques-uns de ces passages pour justifier l'opinion qu'on doit se former de l'esprit et du talent de Sigebert, qui y brillent d'un éclat plus vif que dans sa *Chronique*.

La lettre entière se trouve dans la collection des conciles, tom. X, p. 630 et suivantes, ainsi que dans Goldast,

p. 181 jusque 203. Dans l'*Amplissima collectio* de dom Martene, tom. I, p. 587 et suivantes, elle a été publiée sous le titre de *Lettre du moine Sigebert aux Liégeois*.

Cette apologie de l'église de Liége a paru si intéressante à M. Gerbais, docteur de Sorbonne, qu'il a cru rendre service au public en la traduisant en français : sa traduction a été imprimée in-8°, avec le latin, en 1697, chez Léonard, à Paris.

FIN.

EXAMEN

DE CETTE QUESTION :

LES BATAVES ONT-ILS FAIT UNE *ALLIANCE* AVEC LES ROMAINS, DANS LE VÉRITABLE SENS DU MOT LATIN *FOEDUS*?

PAR M. DEWEZ, *Secrétaire perpétuel.*

LU A LA SÉANCE DU 8 DÉCEMBRE 1827.

EXAMEN

DE CETTE QUESTION :

LES BATAVES ONT-ILS FAIT UNE *ALLIANCE* AVEC LES ROMAINS, DANS LE VÉRITABLE SENS DU MOT LATIN *FOEDUS?*

Les historiens modernes ont presque tous avancé que les Bataves ont fait une alliance avec les Romains au temps de César. Ils l'ont dit et répété en se copiant les uns les autres sans examen, et je crois qu'on pourrait dire sans réflexion. Je pense qu'ils se sont trompés, et je vais examiner ce problème historique.

Tacite dit que les Bataves faisaient partie de l'Empire Romain, *pars Romani Imperii* (1), et il ajoute qu'ils conservaient l'honneur et la distinction de cette ancienne sosiété; *manet honos et antiquæ societatis insigne*. Les Bataves étaient décorés du titre de frères et d'amis du peuple

---

(1) Germ., *cap*. 29.

Romain. Deux anciennes inscriptions, l'une portant : *Batavi fratres et amici Populi Romani,* l'autre : *Gens Batava amici et fratres Romani Imperii*, ont été déterrées, selon les uns, dans les ruines du château de Roombourg, près de Leyde, selon les autres, de celui de Battenbourg. A quelle époque peut-on rapporter ces inscriptions? C'est ce qu'il est impossible de déterminer. Tout ce que l'on peut dire, c'est qu'il paraît évident qu'elles sont de différens temps; car l'une porte la dénomination *Populi Romani :* il faut donc la rapporter au temps de la république. L'autre porte celle *Romani Imperii :* elle est donc postérieure. Mais comme, d'après Tacite, les Bataves jouissaient de toutes les prérogatives attachées à la qualité d'amis du peuple Romain, puisqu'ils étaient exempts de charges et d'impôts, *exempti oneribus et collationibus* (1), c'était sans doute par l'effet d'un arrangement particulier, *societatis ;* qu'on fasse bien attention à ce mot. Mais de quel temps date cet arrangement? Ce doit être de celui de César, qui cependant n'en parle pas nominativement; car le nom de Bataves ne se trouve qu'une fois dans les *Commentaires,* non par rapport à un événement historique, mais d'un point géographique (2), pour dire que la Meuse réunie au Wahal, forme l'île des Bataves.

---

(1) Germ., *cap.* 29.

(2) *Lib. IV*, *cap.* 10.

Je viens d'avancer que César ne parle pas nominativement, distinctement, des Bataves ; mais je crois qu'il en parle sans les nommer. Je veux dire que les Bataves sont compris sous la dénomination générique de Germains, et je crois pouvoir le prouver, les *Commentaires* à la main.

César venait de passer le Rhin à la tête de son armée. Ayant laissé une forte garde des deux côtés du fameux pont qu'il avait fait construire, il se dirigea vers les frontières des Sicambres. Pendant sa marche, il reçut des députations de plusieurs cités, qui vinrent lui demander la paix et son amitié. Qu'on fasse attention à cet autre mot, *amicitiam. Interim a compluribus civitatibus ad eum legati veniunt, quibus pacem et amicitiam petentibus liberaliter respondit* (1). Quelles sont-elles, ces cités ou nations? Ce ne pouvaient être que celles qui habitaient les rives du Rhin. César leur accorda de fort bonne grâce, *liberaliter,* leur demande. Il exigea seulement des otages. *Obsides ad se adduci jubet* (2). C'était la condition ordinaire. C'est ainsi qu'il en avait agi au commencement de la guerre belgique, à l'égard des Rémois, des Suessonniens, des Bellovaques et des Ambianiens. Il avait exigé des premiers qu'ils lui amenassent comme otages les enfans des chefs de la nation. Il avait reçu des seconds les principaux

(1) *Lib. IV*, *cap.* 18.
(2) *Ibid.*

de la cité avec les deux fils de Galba, leur roi. Il demanda aux Bellovaques un plus grand nombre d'otages, parce qu'ils étaient la nation la plus éminente parmi les Belges, par sa population et sa prépondérance. Les Ambianiens s'empressèrent de venir se rendre avec tout ce qu'ils possédaient (1). C'est encore ainsi qu'après avoir appris la défaite des Nerviens et des Atuatiques, en agirent les nations germaniques qui habitaient au delà du Rhin. Elles envoyèrent, comme celles dont je viens de parler, des ambassadeurs à César, en promettant qu'elles livreraient des otages, et qu'elles se soumettraient aux conditions qu'il voudrait leur prescrire (2).

Je crois qu'on peut raisonner ici par induction, c'est-à-dire, qu'on peut conjecturer d'après ces exemples, que c'est de cette manière que César se comporta à l'égard des Bataves, avec cette différence remarquable cependant, que les Belges et les Germains dont je viens de parler, s'étaient soumis à César, parce qu'ils le craignaient, et qu'au contraire César ne s'était associé aux Bataves que parce que c'était lui qui les craignait, à raison de leur position et de leur valeur, *omnium harum gentium virtute præcipui Batavi* (3), et que par cette raison il avait le plus grand intérêt à se les attacher.

---

(1) *Lib. II*, *cap.* 5, 12, 15.
(2) *Lib. II*, *cap.* 35.
(3) Germ., *cap.* 29.

J'ai remarqué qu'en parlant de cette union des Romains et des Bataves, César se servait du mot *amicitia*, Tacite du mot *societas*. Mais peut-on par ces mots entendre une alliance, proprement dite? car c'est là le point de la question. Je ne le pense pas. Le mot latin qui signifie une alliance, un traité public, est *fœdus*, qui se contractait dans les formes solennelles, par l'autorité du sénat et du peuple, à l'intervention du prêtre fécial, comme on le voit par Tite-Live (1), à l'occasion du traité avec les Samnites. *Consules profecti ad Pontium in colloquium, cum de fœdere victor agitaret, negarunt injussu populi fœdus fieri posse, nec sine fecialibus cæremoniaque alia solenni.* On peut donc hardiment conclure, je pense, qu'il n'y eut pas une alliance solennelle, *fœdus* (car ce ne sont que les modernes qui ont parlé d'alliance, par abus de mot), mais un arrangement particulier, *societas*, et l'on peut présumer que le conquérant leur abandonna ce district, à condition qu'ils entreraient à son service, la coutume des Germains étant d'exiger des terres en récompense des services qu'on leur demandait.

Je pense donc que l'époque et la raison de cette fraternité et de cette amitié des Bataves et des Romains, sont celles que je viens d'indiquer, c'est-à-dire, qu'il faut comprendre les Bataves dans le nombre des nations qui sont

---

(1) *Lib. IX, cap.* 5.

venues demander à César son amitié après qu'il eùt passé le Rhin.

La suite des événemens paraît le prouver de plus en plus. César rapporte (1) que dès le commencement de la campagne contre Vercengetorix, chef de la confédération gauloise, il avait avec lui six cents cavaliers germains, qui, dans un engagement qu'il eut avec la cavalerie gauloise, soutinrent si bien le combat, qu'au moment où la cavalerie romaine commençait à reculer, ils mirent celle des Gaulois en fuite. Ces six cents hommes ne pouvaient être que des Bataves, si l'on fait attention à ce que dit Tacite (2) que les Bataves, exempts de charges et d'impôts, n'étaient tenus qu'au service militaire, formant comme une réserve pour le besoin. *Exempti oneribus et collationibus, et tantum in usum prœliorum sepositi, bellis reservantur;* et ce qui me paraît bien propre à confirmer cette idée, c'est qu'il s'agit ici d'un combat de cavalerie. Or, les Bataves étaient très-habiles dans l'art de l'équitation, *equitandi arte peritissimi,* dit Dion Cassius. Je ne doute donc pas que les six cents cavaliers germains, dont parle ici César, ne soient des Bataves, qu'il comprend sous la dénomination générique de Germains.

Quand, après avoir été forcé de lever le siége de Gergovie,

---

(1) *Lib. VII, cap.* 13.

(2) Germ., *cap.* 29.

il fut obligé de renforcer sa cavalerie pour résister à celle de l'ennemi, qui lui était infiniment supérieure, il envoya au delà du Rhin, dans les cités de la Germanie, auxquelles il avait précédemment accordé la paix, pour en tirer des cavaliers. Ces troupes arrivées heureusement, firent changer la face des affaires (1).

Je sais qu'on peut m'opposer ici une différence très-remarquable. Le texte de César porte : *Trans Rhenum in Germaniam mittit ad eas civitates quas superioribus annis pacaverat.* Or, dira-t-on, les Bataves avaient leurs demeures en deçà du fleuve. On ne peut donc ici comprendre les Bataves au nombre des cavaliers germains, comme dans l'autre affaire contre la cavalerie de Vercengetorix. Mais on pose ici en fait ce qui est en question. C'est un véritable cercle vicieux. Car enfin, est-il bien certain que les Bataves n'habitaient qu'en deçà du Rhin? Je puis me tromper sans doute; mais si je comprends bien Tacite, ne peut-on pas conclure de son expression que les Bataves s'étendaient au delà? Je suis obligé d'entrer ici dans une explication grammaticale, qu'on pourrait regarder comme une minutie, si cette explication n'était pas nécessaire pour bien saisir le sens littéral de cette expression. *Batavi non multum ex ripa, sed insulam Rheni amnis colunt.* J'insiste sur les mots *ex ripa*, que la plupart des traducteurs

(1) *Lib. VII*, *cap.* 65.

français ont rendus par ceux-ci : *Sur la rive du Rhin*. Est-ce bien là le véritable sens? La préposition *ex*, peut-elle signifier *sur?* Je ne pense pas qu'elle puisse, comme la préposition *in*, exprimer la demeure permanente en répondant à la question *ubi*, ou la simple locomotion en répondant à la question *quo*, mais bien le mouvement du dedans en dehors, *unde*. Si Tacite avait dit *in ripa*, j'aurais compris que le petit nombre était établi sur la rive; mais comme il dit *ex ripa*, je conçois que ce petit nombre en était sorti, et que quoique la masse de la nation occupât l'intérieur de l'île, il y en avait une petite partie qui s'étendait au dehors [1]. Si mon interprétation est juste, toute la difficulté est levée. Si je me trompe, je m'en tiendrai à l'autre passage, cité plus haut [2], où, sans distinction d'en deçà ou d'au delà, César ne parle que des cités voisines des Sicambres en général, et je fixerai à cette époque l'union des Bataves et des Romains.

---

(1) J'ai dit que la plupart des traducteurs ont rendu *ex ripa* par *sur la rive;* mais La Bleterie rend ainsi le passage de Tacite : « Les Bataves, qui possèdent » peu de terrain *le long du fleuve*, en occupent une île. » Cette traduction paraît bien confirmer mon opinion; car le long du fleuve s'entend des deux rives.

(2) *Lib. IV*, *cap.* 18.

FIN.

EXTRAITS

DES

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES

FAITES A BRUXELLES,

DEPUIS LE 1er JANVIER 1825 JUSQU'AU 31 DÉCEMBRE 1826,

PAR M. KICKX.

EXTRAITS

DES

OBSERVATIONS MÉTÉOROLOGIQUES

FAITES A BRUXELLES,

DEPUIS LE 1er JANVIER 1825 JUSQU'AU 31 DÉCEMBRE 1826 (1).

ANNÉE 1825. — MOIS DE JANVIER.

LA plus grande élévation du baromètre a été de 28 + 7, le 8 et le 29 du mois ; sa moindre élévation a été de 27 + 7, le 19, 20 et 21.

Le plus haut degré du thermomètre a été $8\frac{1}{2}$ + o le 1er du mois, le moindre degré a été o le 25 et 26.

L'hygromètre au maximum de l'humidité était à 78 degrés le 4 et 7 du mois, il était au minimum à 40 degrés le 15.

Il y a eu 14 jours de vent du sud à l'ouest, 8 jours de l'ouest au nord, 7 jours du nord à l'est et 2 jours de l'est au sud. Un vent très-violent du sud-ouest a régné dans la

---

(1) L'emplacement et la construction de mes instrumens ainsi que ma manière d'observer, étant indiqués dans les Mémoires précédens, je crois qu'il serait inutile de revenir encore sur le même objet.

nuit du 1er au 1, dans celle du 8 au 9 et pendant toute la journée du 18.

Il y a eu 9 jours de temps clair, 9 jours de temps couvert, 7 de pluie, 3 de neige, 2 de brume, et un brouillard très-épais le 29 du mois pendant toute la journée.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 7 et le 8 janvier, la ville d'Avignon éprouva un ouragan qui renversa la façade du théâtre, et près de 300 cheminées.

Le 19, entre 11 heures et demie, un tremblement de terre détruisit la ville de St.-Maure et plusieurs villages de l'île de Leucas; il ne resta de la ville de St.-Maure qu'une seule maison, et immédiatement après la secousse il tomba une pluie des plus fortes qui durait encore le 24. Cette pluie paraît s'être étendue jusqu'à Cadix, car du 20 au 25 janvier, il en tomba par torrens sur cette ville et ses environs.

Le 21 janvier, à 11 heures 55 minutes du matin, on éprouva à Aix en Provence plusieurs secousses très-fortes de tremblement de terre, dont la direction était du nord au midi, et dans la nuit du 21 au 22 on en ressentit aussi quelques secousses à Marseille.

L'hiver s'est manifesté pendant ce mois d'une manière si excessive dans le Royaume de Naples et nommément dans le pays des montagnes, que 9 personnes ont été trouvées mortes de froid.

FÉVRIER.

La plus grande hauteur du baromètre pendant ce mois a été de 28 + $5\frac{1}{2}$ le 10, 11, 12 et 13. Son plus grand abaissement a été de 27 + 5 dans la journée du 4.

Le thermomètre s'est élevé à 10 + 0 le 19 du mois, il est descendu à 2 — 0 le 26.

L'hygromètre était au maximum de l'humidité à 56 degrés le 3 du mois, il était au minimum à 29 degrés le 23.

Le vent du sud à l'ouest a régné pendant 9 jours, de l'ouest au nord 12 jours, du nord à l'est 6 et de l'est au sud 1 jour. Nous eûmes des coups de vent très-violens de l'ouest-nord-ouest dans la soirée du 2 et la nuit du 2 au 3; pendant la journée du 3, ce vent augmenta et devint un ouragan qui se maintint jusqu'à l'entrée de la nuit du 4. Le 7, nous eûmes aussi du vent très-fort de l'ouest-sud-ouest.

Ce mois offrit 18 jours de temps clair, 5 jours de temps couvert, 2 de pluie, 2 de neige et 1 jour de neige mêlée de grêle.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

L'ouragan du 3 et 4 de ce mois, qui ne produisit pas dans notre province d'accidens remarquables, eut des suites extrêmement désastreuses dans les provinces du nord des Pays-Bas et même dans une grande étendue de l'Europe septentrionale et occidentale. Les eaux de la mer s'élevèrent prodigieusement et inondèrent les côtes depuis Boulogne jus-

qu'à Anvers : à Boulogne, elles enlevèrent les canons du fort Chatillon, à Calais, Duynkerken, Ostende, Vlissingen, Middelburg, Brouwershaven, Ziericzee, la mer remplit les caves, couvrit les quais et les rues. Les eaux de l'Escaut, refoulées par celles de la mer, submergèrent Dendermonde, Anvers, Bergen-op-Zoom, Tholen, Rotterdam, etc; les digues de ce fleuve cédant à la violence des vagues, se rompirent à Grembergen, pays de Waes, à Baesrode, Windham, au Doel au-dessous d'Anvers, etc. Les eaux passèrent par-dessus les digues à Niel, Boom, Rumpst, etc., et inondèrent toute la contrée riveraine.

Les eaux de l'Y dépassèrent de deux mètres et demi l'échelle hydraulique d'Amsterdam et inondèrent la majeure partie de cette ville : cette crue de l'Y surpassa celle de l'année 1775, qui était la plus forte dont on ait conservé la mémoire. Les digues de la mer, celles du Zuyderzee rompues en plusieurs endroits, mirent sous les eaux une grande partie de la Nord-Hollande, de la Frise, de la Gueldre, de l'Overyssel et du pays de Drenthe; on ne vit partout que désastres et calamités affreuses, des maisons renversées, des ponts, des jetées emportés, des ravins creusés dans les rues, des meubles, des bestiaux, des cadavres humains flottans de tous côtés; enfin, pour comble de malheur, le Waterland abîmé pour toujours sur une étendue de plus de cinquante mille boniers.

Les débordemens de l'Embs, du Weser et de l'Elbe, ne causèrent pas moins de ravages, la ville d'Embden faillit

être détruite de fond en comble; une de ses portes, une caserne, d'autres édifices, tant publics que privés, ont été renversés et ruinés : les cercueils déterrés par des flots étaient dispersés dans les rues qui, à leur tour, étaient entièrement dépavées et creusées en ravins. Dans le duché de Bremen, plus de 7,000 habitations furent détruites tant par la mer que par les vagues du Weser, et un nombre considérable de personnes perdit la vie dans les flots. Le Hanovre, le Lauenbourg, le Holstein, furent ravagés par l'Elbe, et la mer ayant rompu les digues à Gluckstad, Kirchwerder, etc., précipita ses eaux avec tant de violence, qu'à Neuwerk, près de Cuxhaven, il ne resta debout qu'une seule maison.

Le 3 février à midi, on entendit à Hambourg un fort coup de tonnerre, tandis qu'il tombait de la neige; bientôt après le ciel s'éclaircit et le soleil parut dans tout son éclat. Le 4, à 5 heures et demie du soir, pendant un fort tourbillon de neige, on remarqua vers la partie septentrionale de l'horizon un globe de feu qui parut égaler la moitié du disque de la lune. Ce météore s'éleva avec la plus grande vitesse du sud-ouest au nord-est et répandit une grande clarté; une heure avant son apparition, le baromètre était monté d'une ligne, et pendant la nuit l'ouragan qui durait depuis vingt-quatre heures se calma entièrement.

L'Angleterre, le Danemark, la Norwège et la Suède éprouvèrent aussi les effets de ce terrible ouragan : une partie du Yorckshire fut envahie par la mer, et elle y détruisit dix villages. Les côtes de la Baltique, battues par la violence

des flots et surmontées par leur élévation extraordinaire, subirent des changemens remarquables dans les formes et l'aspect des localités. Un fait, digne aussi d'être rappelé, c'est que, pendant ces tempêtes, la mer jeta sur plusieurs rivages et entr'autres sur ceux de la Suède, un grand nombre de serpens; un petit cachalot du poids de 119 liv. vint aussi s'échouer près de Scheveningen.

La température s'est maintenue à Pétersbourg, durant les deux tiers de ce mois, à zéro et au-dessus, du thermomètre de Réaumur; vers le 20 seulement, on y eut des gelées médiocres, mais le 24, le froid augmenta jusqu'à 15 degrés et se maintenait encore à ce point le 2 mars suivant.

MARS.

La plus grande élévation du baromètre a été de $28 + 5\frac{1}{2}$ le 18 du mois, sa moindre élévation a été de $27 + 3\frac{1}{2}$ le 2.

La température s'est élevée à $9 + 0$ du thermomètre de Réaumur le 26, elle est descendue à $2\frac{1}{2} - 0$ le 7 du mois.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 63 degrés le 5, le minimum a été de 34 degrés le 22 du mois.

Le vent a dominé pendant 5 jours du sud à l'ouest, 8 jours de l'ouest au nord, 17 jours du nord à l'est, et 1 jour de l'est au sud. Nous eûmes 19 jours de temps clair, 4 jours de pluie, 2 jours de neige et 6 de temps couvert.

Dans la nuit du 2 au 3, le vent souffla avec violence de l'ouest-nord-ouest; pendant la journée du 3, il tomba de la

pluie mêlée de neige, et vers 3 heures de l'après-midi on entendit des coups de tonnerre très-forts; pendant la nuit du 4 au 5, il plut encore violemment.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 2 de ce mois, Alger et ses environs ont été le théâtre d'un tremblement de terre qui s'est renouvelé par intervalles, durant les 5 jours suivans; beaucoup de maisons ont été bouleversées et la ville de Blida, située à une journée d'Alger, a été entièrement détruite; sur une population de 15,000 habitans, il n'y en a guères que 300, pour la plupart fortement mutilés, qui sont parvenus à se sauver. L'oscillation était en même temps circulaire et perpendiculaire. Vers l'époque de ce tremblement de terre, l'île de France fut ravagée par un terrible ouragan.

On annonce de Pétersbourg, que, dans le courant du mois de mars, un rocher, dont on n'avait jamais soupçonné l'existence, sortit de la terre non loin de Schlossbrunnen, et qu'une source, assez forte pour mouvoir les roues d'un moulin, s'est précipitée de l'ouverture avec beaucoup de violence et l'a rempli dans un instant; qu'une montagne s'est écroulée à Jeserthale vers le même temps, que deux sources se sont ouvert passage jusqu'à la surface de la terre près de Plaffenhosen, et qu'un jet d'eau d'un pied de diamètre a jailli d'un terrain dur et rocailleux sur le chemin qui conduit de Wittersweiler à Luceiskin. Enfin, qu'à Nieder-

weiler, une charrue attelée de bœufs s'est enfoncée subitement de 12 pieds, et qu'une source d'eau est encore sortie de l'éboulement.

Le 10, 11 et 12 du mois, il est tombé aux environs de Barèges (Hautes Pyrenées), une telle abondance de neige, qu'elle s'élevait jusqu'aux toits des habitations.

AVRIL.

Le point le plus élevé du baromètre pendant ce mois, a été de 28 + 4 le 1er et le 2. Le point le plus bas a été de 27 + 6 le 27.

Le thermomètre s'est élevé à 15 + 0 le 26, il est descendu à 3 + 0 le 1er du mois.

L'hygromètre au maximum de l'humidité a marqué 71 degrés le 27, il a marqué 42 degrés au minimum le 3 et 4 du mois.

Le vent du sud à l'ouest a soufflé pendant 8 jours, celui de l'ouest au nord 13 jours, du nord à l'est 7 et de l'est au sud 2 jours.

Il y a eu 16 jours de temps clair, 4 jours de temps couvert, 2 jours de grêle et 8 de pluie, dont une averse dans la nuit du 26 au 27 et une pluie d'orage dans la soirée du 27, extraordinairement fortes.

Nous eûmes de l'orage dans l'après-midi du 23; pendant toute la journée du 25 et dans la soirée du 28, celui-ci fut violent et la foudre tomba en plusieurs endroits de la ville.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les premiers jours de ce mois, il y eut de fortes marées et des irruptions des eaux sur les côtes de l'île de Selande en Danemark et autres endroits des bords de la Baltique.

Le 20, on remarqua que le Vésuve était couvert de neige et que le thermomètre de Réaumur baissa subitement à Naples de 16 à 8 degrés.

Les orages se sont succédés rapidement pendant ce mois; le 26, il en éclata un très-violent à Stabroek et lieux circonvoisins de la province d'Anvers; celui que nous eûmes vers le soir du 28 à Bruxelles, parut venir de Labbeek (Flandre-Occidentale), où il avait éclaté dans la journée; le 27, le département français de Tarn et Garonne fut ravagé par un orage terrible; le 29, la commune d'Altkirck, au duché de Gueldre, en éprouva un semblable; la foudre détruisit le clocher et blessa plusieurs personnes; le 30, Verviers et les environs de Liége éprouvèrent aussi les effets d'un orage extrêmement violent.

Une crue d'eau sans exemple fit déborder le Gange dans les premiers jours d'avril, à Serampore, plusieurs centaines de maisons furent entraînées par le fleuve : dans le même temps, des tempêtes continuelles et violentes désolèrent la mer du nord.

Le Tigre déborda considérablement vers la fin du mois: Bagdad fut entouré pendant 3 semaines comme d'un vaste lac.

MAI.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 + $3\frac{1}{2}$ le 31, sa moindre élévation a été de 27 + 9 le 3 et 27 du mois.

Le thermomètre est monté à 19 + 0 le 6, il s'est fixé à 6 + 0 le 15 et 16 du mois.

L'hygromètre au maximum de l'humidité était à 69 degrés le 4 du mois, il était au minimum à 36 degrés le 15, 16, 21 et 22.

Le vent du sud à l'ouest a dominé 11 jours, de l'ouest au nord 10 jours, du nord à l'est 10 jours. Le 1er, il y eut des coups de vent très-forts du sud-ouest-quart-ouest.

Il y eut 22 jours de temps clair, 4 de temps couvert et 5 de pluie, dont une averse dans la nuit du 2 au 3 et une pluie d'orage dans l'après-midi du 4, très-fortes.

Nous eûmes de violens orages le 23 dans l'après-midi, le 24 vers 8 heures du soir, le 25 vers 7 heures et le 26 à 5 heures du soir.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le mois de mai offre aussi-bien que celui d'avril une série presque continuelle d'orages et de tempêtes. Le 6 du mois, il éclata une tempête si terrible à Nyninovogorod en Russie, que plusieurs maisons furent renversées et que beaucoup de bâtimens et bateaux chargés et amarrés, furent brisés ou emportés à des distances considérables. Vers la même épo-

que, plusieurs orages tous très-violens éclatèrent dans le département de Tarn et Garonne. Le 23, les environs de Wavre et de Jodoigne essuyèrent également les effets d'un orage terrible. Le 24, il y eut un orage d'une telle violence, à Berlin, que de mémoire d'homme on n'en avait vu de pareil; il était accompagné de grêlons qui avaient la grosseur d'œufs de pigeon. Le 25, plusieurs départemens de la France essuyèrent un ouragan qui, dans un quart d'heure, détruisit toutes les récoltes. Enfin, la Gueldre fut ravagée le 30, par un violent orage qui s'étendit même jusqu'en Frise.

Outre un tremblement de terre très-violent à Manille, on a encore remarqué que pendant ce mois, la température s'est abaissée considérablement et d'une manière subite dans plus d'un endroit : c'est ainsi qu'à Wurtzbourg, après avoir joui jusqu'au 12 des beaux jours du printemps, on éprouva dans la nuit du 12 au 13 un froid si piquant que les vignes du bas cercle du Mein furent gelées; à Rome, après plusieurs jours d'une chaleur presqu'aussi forte qu'en été, il est survenu le 18 un froid si vif que les plus hautes montagnes des Apennins étaient couvertes de neige.

JUIN.

Le plus haut point d'élévation du baromètre pendant le mois de juin a été de 28 pouces 4 lignes le 1er et le 10, sa moindre élévation a été le 4 et le 5 de 27 pouces, 5 lignes et demie.

La plus grande élévation du thermomètre a été de $22\frac{1}{2} + 0$ le 13, sa moindre élévation de $7\frac{1}{2} + 0$ le 1[er] du mois.

L'hygromètre a été au maximum d'humidité le 5, marquant 50, et au minimum le 14 à 20 degrés.

Le vent a régné du sud à l'ouest pendant 6 jours, de l'ouest au nord pendant 14, du nord à l'est pendant 10 autres jours le 4, le 5 et le 18 nous avons eu des vents violens.

Le temps a été clair pendant 17 jours, couvert pendant 7 autres : nous avons eu pendant le même mois 6 jours de pluie et une averse extraordinairement forte dans la nuit du 26 au 27. Le 13 et le 14 brouillard très-fort et très-puant, le 1[er] à 9, le second à 6 heures du soir.

Nous n'avons essuyé que deux orages, l'un dans la soirée du 25, l'autre dans l'après-midi du 29.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Les brouillards que nous venons de mentionner ne se sont pas bornés à nos environs : celui du 14 s'est également fait sentir à Liége ; celui du 13 s'est répandu à Paris dans la matinée du 14 : la forte odeur de tourbe qu'il exhalait n'avait pas encore cessé à 8 heures.

Le 4 tempête affreuse à New-Yorck, à Philadelphie, à Washington, à Norfolk et sur la côte de la Caroline du nord : pendant toute la durée de cette tempête et jusqu'au lendemain, la terre a été couverte de neige ; le 11, le thermomètre

de Fahrenheit marquait à New-Yorck à l'ombre, 99 degrés ($29\frac{1}{2}$ + o Réaumur).

Le 7, à 11 heures $\frac{3}{4}$, la ville de Smyrne éprouva une forte secousse de tremblement de terre : une chose singulière, c'est que vers la même date les sauterelles étaient en si grand nombre dans ce pays, qu'elles affaiblirent le 11 à Bournabat l'éclat du soleil.

Le 12, une nue crevée dans les environs de Welleherad, Buchgwits et Bissem, dans le cercle de Hradisch en Moravie, vomit sur cette contrée une lavasse tellement forte, et accompagnée de grêle, qu'elle a tout submergé et renversé.

Le 17 orage affreux dans le département de Tarn et Garonne.

JUILLET.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 pouces 2 lignes et demie ; le 5, le 26 et le 27 sa moindre élévation a été de 27 pouces 10 lignes $\frac{3}{4}$ le 1er du mois.

Le point le plus élevé du thermomètre a été de 25 degrés au-dessus de zéro le 19 ; le point le plus bas a été de 10 degrés le 2, le 6, le 7, le 23 et le 30.

L'hygromètre au maximum d'humidité était à 46 degrés le 4 du mois : il était au minimum à 19 degrés le 22.

Le vent a soufflé du sud à l'ouest pendant 1 jour, de l'ouest au nord pendant 13 jours, et du nord à l'est pendant 17 autres jours.

Il y a eu 25 jours de temps clair, 3 jours de temps couvert et 3 jours de pluie.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Nous avons vu que pendant le mois précédent la température s'est subitement abaissée en plusieurs endroits : ce même phénomène a eu lieu dans la nuit du 2 au 3 dans une partie des Ardennes; un froid si vif s'y fit sentir, que les pommes de terre en furent fortement atteintes.

Dans les premiers jours de juillet, on éprouva encore à Alger et lieux circonvoisins un tremblement de terre violent dont les secousses se réitérèrent pendant plusieurs jours de suite. Ce même tremblement de terre s'étendit en Espagne et endommagea la cathédrale de Séville : la frégate anglaise *la Tribune,* venant de Gibraltar en éprouva également la commotion en mer dans le voisinage des côtes.

Du 3 au 7, le thermomètre marqua à Rome à sa plus grande élévation 23 degrés Réaumur.

Dans la nuit du 7 au 8, il tomba une grêle des plus fortes dans les environs de Montferrand.

Le 14, le volcan Gontoen, dans la résidence de Preanger (Java), a fait une terrible éruption et a vomi une immense quantité de pierres et de cendres.

A cette même date, le thermomètre marquait à Londres, à l'ombre, 77 degrés Fahrenheit ($19\frac{1}{2}$ R.).

Le 15, on eut à Paris $25\frac{5}{10}$ R. de chaleur : le 16 à Liége,

$26\frac{1}{2}$: le 19 à Paris, $27\frac{7}{10}$, à Bordeaux, 30 degrés. La chaleur fut excessive pendant ce mois dans toute la France: plusieurs personnes y succombèrent dans les champs. En Angleterre, la sécheresse fut telle qu'en plusieurs endroits la navigation par bateaux à vapeur fut suspendue par défaut d'eau : le nombre des chevaux morts à Londres et dans les environs fut si considérable, qu'il n'est point de maître de poste qui n'en ait perdu jusqu'à 4 et 5. Ces chaleurs régnèrent également à Washington.

Le 24, un orage violent accompagné de torrens de pluie, mais sans grêle, éclata à Toulouse ainsi qu'à la Vallette, canton de Verseil. Le même jour, la ville de Termonde essuya également un orage des plus forts.

Le 26, ouragan et tempêtes terribles à la Guadeloupe: la ville de Basse-Terre fut totalement détruite; un grand nombre de navires périrent, et tel fut le nombre des victimes, que l'odeur des cadavres épars corrompit l'air et paralysa les travaux. L'ouragan ne dura que 4 heures : il ne s'appesantit pas seulement sur la Guadeloupe; St.-Thomas en souffrit également, l'île de Ste.-Croix en fut ravagée ; le vent paraissait lumineux, dans sa plus grande intensité une flamme argentée jaillissait par les joints des murs, les trous des serrures et autres issues, et faisait croire dans l'obscurité des maisons, que l'atmosphère était en feu. Tout fut détruit, et ces forêts antiques qui avaient résisté aux plus terribles ouragans dont on eût gardé des traditions, n'offraient plus d'ombrages : des palmistes, arbres dont l'écorce fait rebrous-

ser les meilleures haches, se trouvèrent percés d'outre en outre par une *bande de sap* du poids d'une livre.

Dans la nuit du 26 au 27, un épouvantable ouragan anéantit en 3 heures toutes les espérances de l'île de Puerto-Rico : ses impénétrables montagnes, aussi anciennes que le monde, disparurent sans laisser de traces de leur existence.

Le 28, on vit à Barbis en Hanovre, un globe de feu qui lançait des rayons éclatans de lumière; le 29 à midi, on entendit un bruit épouvantable : peu après, on vit s'élever un nuage de poussière et le terrain s'enfonça sur une circonférence de 120 pas, avec un fracas horrible ; l'abîme produit par cette catastrophe est incommensurable : on présume, non sans fondement, que la rivière Rhume, qui a sa source à 2 lieues de-là a ici un lit souterrain ; on entend distinctement le ruissellement de l'eau.

AOUT.

La plus grande hauteur du baromètre pendant ce mois, a été de 28 pouces 3 lignes, le 20, 21 et 22 ; sa moindre hauteur a été de 27 pouces 6 lignes et demie le 5, le 14 et le 15.

Le point le plus élevé du thermomètre a été 23 degrés et demi le 2, le point le plus bas 9 degrés le 20.

L'hygromètre a été au maximum d'humidité le 10, étant à 59 degrés, il a été au minimum d'humidité le 25, à 28 degrés.

Le vent a régné du sud à l'ouest pendant 11 jours, de l'ouest au nord pendant 8 jours, du nord à l'est pendant 11 autres et de l'est au sud pendant 1 seul jour. Le vent fut très-violent dans la nuit du 3 au 4 et dans la journée du 13.

Nous avons eu 10 jours de temps clair, 16 jours de pluie, 4 jours de temps couvert et 1 seul jour de brouillard.

Nous avons essuyé 6 orages, savoir : le premier dans la nuit du 3 au 4; le second dans la soirée du 6; le 3e dans la matinée du 7; le 4e dans la journée du 9; le 5e dans la soirée du 10; le 6e dans l'après-midi du 11 : ces trois derniers accompagnés de grêle.

Il est remarquable que les journaux n'ont fait mention d'aucun événement qui puisse se rapporter aux phénomènes météorologiques de ce mois.

SEPTEMBRE.

Le plus haut point d'élévation du baromètre a été de $28 + 3\frac{1}{2}$ le 28 et le 29 du mois; sa moindre élévation a été de 27 pouces 6 lignes le 14.

Le thermomètre à sa plus grande hauteur indiqua $18\frac{1}{2}$ le 21, et 5 degrés à sa moindre hauteur le 30.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 60 degrés le 6, le minimum de 32 degrés le 29.

Le vent a soufflé du sud à l'ouest pendant 10 jours, de l'ouest au nord pendant 11 jours, du nord à l'est pendant 8 autres et de l'est au sud pendant 1 seul jour.

Le temps a été clair pendant 20 jours : il y a eu 10 jours de pluie.

Nous avons essuyé deux orages : le premier dans la nuit du 17 au 18, l'autre dans l'après-midi du 22 ; ces deux orages étaient accompagnés d'une pluie extraordinairement forte.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans la nuit du 10 plusieurs villes de la Calabre ont essuyé un ouragan terrible. Reggio n'a été sauvée d'une inondation totale qu'avec des peines inouies. Tout a été inondé dans les environs.

Dans les premiers jours du mois, on observa de Bruxelles à l'orient une comète qui fut journellement visible ; sa queue était de 3 à 4 degrés.

Le 20, tremblement de terre violent à Demerari et à Param aribo.

Dans les derniers jours de ce mois, on aperçut des îles Maurices dans l'hémisphère austral et parmi les constellations du pôle-sud, une des plus grandes comètes qu'on ait vues depuis long-temps, surpassant de beaucoup les dimensions de celle de 1811; elle avait à peu près l'éclat des Pleyades, elle était élevée de 16 à 18 degrés et avait la queue fort courte ; son éclat s'augmenta ensuite et sa queue s'allongea, ce qui, avec son mouvement rétrograde parmi les étoiles, la fit paraître s'approcher rapidement de la terre. A l'entrée

de la nuit et dans l'absence de la lune, surtout vers la mi-octobre, elle était l'objet le plus brillant sur l'horizon.

OCTOBRE.

La plus grande élévation du baromètre pendant ce mois, a été de 28 pouces 5 lignes le 15 et le 16, sa moindre élévation de 26 pouces 10 lignes, le 20.

La plus grande hauteur du thermomètre a été de 15 degrés au-dessus de zéro le 12 et le 14 : sa moindre hauteur a été de 2 + 0 le 27.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 80 degrés le 20, le minimum de 36 le 13.

Le vent a régné du sud à l'ouest pendant 11 jours, de l'ouest au nord pendant 17, du nord à l'est pendant 2 et de l'est au sud pendant 1 seul jour. Nous avons essuyé 3 ouragans, le 1er dans la journée du 8, le 2e pendant la journée et la nuit du 18 et la journée du 19, le 3e dans la soirée du 30. Ce dernier accompagné d'une pluie d'averse très-forte.

Nous avons eu 11 jours de temps clair, 11 jours de pluie, 2 jours de brouillard et 7 jours de temps couvert. La pluie du 17 était entremêlée de flocons de neige, celle du 25 était mêlée de grêle.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 3 et 4 une subite et forte inondation a ravagé tout le bas Languedoc. La ville même fut submergée.

Le Rhône s'est également débordé dans le commencement du mois. A Lyon, il y eut jusqu'à 7 pieds d'eau, et ce ne fut que le 20 que le fleuve commença à décroître.

Du 22 au 24, le Rhin éprouva à Manheim une crue considérable: ses eaux étaient élevées de 4 pieds au-dessus de sa hauteur moyenne.

Dans la nuit du 22 au 23, un ouragan effroyable éclata sur la ville de Civita-Vecchia, il dura près de 2 heures et causa une foule de dégâts.

Le 25, orage en plusieurs endroits de la Gueldre : la foudre est tombée sur le clocher de Doornspyk.

Dès le commencement de ce mois, il est tombé dans la Norwège une si grande quantité de neige, qu'à la date du 20 on voyageait déjà à Fonsberg par traîneaux.

NOVEMBRE.

La plus grande hauteur du baromètre a été de 28 pouces 3 lignes le 25, sa moindre hauteur de 27 pouces le 10.

La plus grande élévation du thermomètre a été de 11 degrés au-dessus de zéro le 3; sa moindre élévation de 1 $\frac{1}{2}$ au-dessus de zéro le 17.

L'hygromètre a été à son maximum d'humidité le 11, étant à 86 degrés, il a été à son minimum d'humidité le 17 à 54 degrés.

Le vent a soufflé du sud à l'ouest pendant 14 jours, de

l'ouest au nord pendant 12 jours, du nord à l'est pendant 2 autres et de l'est au sud pendant 2 jours.

Nous avons essuyé quatre ouragans, savoir : le 1[er] dans la nuit du 2 au 3 et la journée du 3; le 2[e] dans celle du 5 au 6 et la journée du 6; le 3[e] depuis la soirée du 8 jusqu'au 11; le 4[e] depuis le 26 jusqu'au 30; le 29 orage violent qui s'est étendu également dans la province d'Anvers.

Nous avons eu 8 jours de temps clair, 14 jours de pluie, 1 jour de brouillard, 7 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans les premiers jours de ce mois, on a eu en Crimée une chaleur extraordinaire de 24 à 30 degrés Réaumur au soleil.

Dans la nuit du 2 au 3, une violente tempête a causé une foule de dégâts dans la Manche et a brisé plusieurs vaisseaux sur les côtes d'Angleterre.

Le 3, un phénomène météorologique fort remarquable a eu lieu dans la forêt de Calenhoven, arrondissement de Thionville; un voiturier revenant de Sierck à Sillstroff traversait cette forêt entre 6 et 7 heures du soir; il était arrivé à $\frac{3}{4}$ de lieue de Laumesfeld, lorsqu'au milieu d'un violent ouragan mêlé de tonnerre, la forêt parut subitement tout en feu et conserva cet aspect pendant $\frac{1}{4}$ d'heure : on aperçut une nuée enflammée qui traversait l'horizon dans la direc-

tion du nord au sud, et à cette apparition succéda l'obscurité la plus profonde.

Le 10, on éprouva à Demerari une secousse de tremblement de terre extrêmement violente. On y aperçut une comète qui s'éloigna vers l'ouest avec une rapidité étonnante.

Le 26 et le 27, on essuya à Copenhage et lieux circonvoisins des coups de vent du nord-ouest tellement forts et des crues d'eau tellement élevées, que les digues furent presqu'entièrement détruites dans les parages de Nibe. Ce même ouragan détruisit également les digues de Norden dans l'Oost-Frise, à peine reconstruites en partie depuis l'ouragan du mois de février, et occasionna une nouvelle inondation de presque toute la ville d'Embden.

DÉCEMBRE.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 pouces 1 ligne le 24; sa moindre élévation de 27 pouces 3 lignes le 4 du mois.

Le plus haut point d'élévation du thermomètre a été de 8 degrés au-dessus de zéro le 4, le 20 et le 21; sa moindre hauteur a été d'un degré au-dessous de zéro le 27, le 28, le 29 et le 30.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été pendant ce mois de 79 degrés le 26, et le minimum de 43 degrés le 19.

Le vent a régné du sud à l'ouest pendant 8 jours, de l'ouest

au nord pendant 12 jours, du nord à l'est pendant 8 jours et de l'est au sud pendant 3 autres.

Le temps a été clair pendant 10 jours, couvert pendant 5 autres; nous avons eu 10 jours de pluie, 13 de neige et 3 jours de brouillard. Des brouillards plus ou moins forts régnèrent en outre dans les soirées du 8 et du 9, et dans la matinée du 28.

Un seul orage éclata sur notre ville : il était accompagné de grêle, et s'étendit à Mont-St.-Jean, Harchies et Pommereul : ce fut le 2 du mois à 7 heures du soir.

Nous essuyâmes 2 ouragans : le 1er pendant la journée du 3 et la nuit du 4, l'autre dans celle du 14.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 3, la Newa fut prise de glaçons ; et dès le lendemain, les communications ont été établies au moyen de planches.

Ce fut à peu près vers la même époque que le Golfe de Venise déborda subitement à Fano, sans qu'il y eût aucun vent; les routes de Fano à Pesaro et à Sinigaglia furent entièrement submergées.

Le 6, on éprouva une tempête épouvantable à Cadix : à 9 heures du soir, il s'éleva un vent sud-ouest si violent que les fenêtres furent brisées, les portes arrachées de leurs gonds, des cheminées abattues, la fameuse tour de la Vigie emportée; un grand nombre de navires échouèrent dans la

baie. Cette même tourmente fut également ressentie à Gibraltar : vers 4 heures du soir, le baromètre avait commencé à baisser considérablement; et plus tard dans la nuit le vent ayant passé à l'ouest, souffla avec une violence dont il est impossible de se faire une idée. On ne vit le lendemain à la pointe du jour que des navires jetés à la côte, et d'autres qui luttaient encore contre la tempête sans qu'il fût possible de leur porter aucun secours. Le nombre de navires qui périrent ou qui eurent des avaries majeures fut de 250.

A la même date du 6 décembre, la neige avait atteint sur le St.-Gothard la hauteur des maisons.

Le 24, la Garonne grossie par les eaux pluviales et par la fonte des neiges est sortie de son lit et a submergé tous les environs de Bordeaux : on ne voyait partout que planches, poutres et arbres flottans au gré des eaux.

Le 28, on ressentit à Strasbourg, vers 5 heures du matin, des secousses de tremblement de terre très-sensibles. Le temps était calme et couvert, l'air peu agité : le vent soufflait faiblement du sud : le baromètre cependant avait éprouvé une hausse de presque 2 lignes pendant la nuit, en se rapprochant de 27 pouces 9 lignes, hauteur moyenne dans ces contrées. Le thermomètre de Deluc, indiquait $\frac{1}{4}$ + 0 à 5 heures du matin. La direction des secousses eut lieu du nord-est ou sud-ouest. On entendit un sifflement extraordinaire dans l'atmosphère.

ANNÉE 1826. — MOIS DE JANVIER.

La plus grande élévation du baromètre, pendant ce mois, a été de 28 pouces $6\frac{1}{4}$ lignes le 17; sa moindre élévation n'a pas été en deçà de 27 pouces 8 lignes, qu'il marquait le 10 et le 11.

Le thermomètre, à sa plus grande dilatation, indiqua le 31 4 degrés au-dessus de zéro; à sa moindre dilatation, il s'est fixé à 8 degrés au-dessous de zéro le 10 du mois.

L'hygromètre au maximum de l'humidité était le 22 à 97 degrés, il était au minimum le 30 à 40 degrés.

Le vent du sud à l'ouest a soufflé pendant 7 jours, celui de l'ouest au nord pendant 9 jours, du nord à l'est 13 jours et de l'est au sud pendant 2 jours.

Le temps a été clair ou serein pendant 17 jours; des 14 jours restans, il y en eut 2 de pluie, 3 de neige, 4 de brouillard dont 1 extrêmement fort le 24, et 5 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Au commencement de ce mois il est tombé une si grande quantité de neige au Mont-St.-Bernard, qu'on ne se souvient pas d'en avoir jamais vu autant; les avalanches se multiplièrent d'une manière effrayante. A Lyon et ses environs, les routes furent également encombrées de neige.

Au 3 janvier, le temps continuait à être affreux dans le golfe de Gascogne.

Le 6 et 7, la rivière du Tarn s'est débordée et a inondé les parties basses de Montauban et surtout le faubourg de Sapiac.

Une énorme avalanche de neige, qui s'est détachée du sommet de la montagne, entraînant une partie de la forêt qu'elle a rencontrée sur son passage, est tombée le 6, sur le village de Porta, dépendant de la commune de Carol (canton de Saillagouse); plusieurs maisons ont été endommagées, un jeune garçon a perdu la vie, quelques habitans ont été blessés et beaucoup de bestiaux ont péri; on évalue à 3,000 le nombre des arbres qui ont été arrachés de la forêt et précipités sur le village.

L'Yssel a été pris par la glace à son embouchure dans la nuit du 10 au 11. Le Rhin était également pris le 11 devant Malburger.

Le 16, le brouillard était tel à Londres, que toutes les boutiques étaient éclairées en plein midi, et que les voitures ont été obligées de s'arrêter. Il est remarquable qu'aux environs de Londres le temps était extrêmement beau au même moment.

Pendant ce mois, la mer du nord a de nouveau rompu en trois endroits l'Isthme qui lie l'extrémité méridionale du Zudland au reste de cette Péninsule; trois courans rapides unissent maintenant la mer du nord au golfe nommé *Lüm-*

fiord, qui se jette dans le Catégat. Ces courans sont si forts, qu'on ne peut pas les traverser en bateaux; quatre personnes qui en ont fait l'essai ont péri. La mer a mis à découvert des restes d'anciennes forêts.

FÉVRIER.

Le plus haut point d'élévation du baromètre pendant ce mois a été de 28 pouces 5 lignes le 26; sa moindre élévation a été de 27 pouces $7\frac{3}{4}$ lignes le 17.

La plus grande dilatation du thermomètre a eu lieu le 2, le 3 et le 20 à $8\frac{1}{2}$ degrés au-dessus de zéro; le plus grand froid a été d'un degré au-dessous de zéro le 9 et le 10.

L'hygromètre au maximum d'humidité marquait le 17 et le 25, 98 degrés, et au minimum d'humidité 50 degrés le 15.

Le vent a régné du sud à l'ouest pendant 13 jours, de l'ouest au nord pendant 10 jours, du nord à l'est pendant 2 jours, de l'est au sud pendant 3 jours; il a été extrêmement violent pendant les journées du 3, 5, 6, 17 et 22, et les soirées et nuits du 16 au 17 et du 20 et 21; ce dernier accompagné de pluie très-forte.

Il y a eu pendant ce mois 12 jours de temps clair ou serein, 9 jours de pluie, 2 de neige, 3 de brouillard dont 2 de brouillard épais le 8 et le 9, et 2 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1er de ce mois on a ressenti dans la Basilicata, pro-

vince du royaume de Naples, un tremblement de terre qui a renversé plus de soixante maisons dans la commune de Fito; tous les édifices de la populeuse ville de Polenza ont plus ou moins souffert, et dans ces deux endroits un grand nombre d'individus ont été ensevelis sous les ruines. Des rochers d'une grandeur énorme se sont écroulés dans les vallées.

Le 2 février, deux légères secousses de tremblement de terre, qui ont duré quelques secondes, se sont fait sentir à Naples. La cime du Vésuve était couverte de fumée depuis quelques jours, et le thermomètre marquait à l'échelle de Réaumur 12 degrés.

Le 7, trois fortes secousses de tremblement de terre ont causé une grande consternation à Balat, quartier de Constantinople; il y a eu de vieilles masures en pierre qui ont croulé ainsi qu'à Scutari, où il paraît que le tremblement de terre a été encore plus fort qu'à Galata, toute la ville et les environs ayant éprouvé la même secousse : on craint qu'il ne soit arrivé de grands malheurs dans l'intérieur de l'Asie. Les tremblemens avaient recommencé à Alep.

Le 14, à 7 heures 50 minutes du matin, on vit à Campo de Criptana, dans la Manche, un globe de feu d'une grandeur extraordinaire ayant la forme d'une cruche renversée. Ce météore descendit vers la terre par un mouvement oblique de l'occident au nord, en laissant une traînée de fumée assez grande. Sa lumière était éclatante; et quand il fut arrivé

à une distance d'environ 40 *varas* de la terre, il disparut de telle façon qu'on ne savait s'il était évanoui dans l'air, ou tombé tout-à-fait; chacun de ceux qui l'observaient put croire qu'il était tombé dans l'arrondissement où il se trouvait; mais sa chute a eu lieu réellement sur le chemin de Quintanar.

MARS.

Le baromètre, à son plus haut point d'élévation, marquait le 10, 28 pouces 5 lignes; sa moindre élévation a été de 27 pouces 6 lignes le 23 et 24 du mois.

Le thermomètre, à sa plus grande dilatation, était le 9 à 15 degrés au-dessus de zéro; son minimum a été d'un degré au-dessous du même point le 28.

L'hygromètre au maximum d'humidité marquait 95 degrés le 24 et le 25, et $16\frac{1}{2}$ degrés au minimum le 10.

Le vent a soufflé du sud à l'ouest pendant 7 jours, de l'ouest au nord pendant 9 jours, du nord à l'est pendant 14 jours et de l'est au sud pendant 1 seul jour.

Nous avons eu un ouragan mêlé par intervalles de pluie d'averse très-forte dans la nuit du 4 au 5.

Un vent très-fort s'est fait sentir pendant les journées du 2, 3, 5, 12, 14 et 27.

Il y a eu 13 jours de temps clair ou serein, 11 jours de pluie, dont 2 de pluie très-forte pendant les nuits du 4 au

5 et du 14 au 15, 2 jours de neige et 5 jours de temps couvert.

Les journaux n'ont fait mention d'aucun événement météorologique notable pendant ce mois.

AVRIL.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 pouces $3\frac{1}{2}$ lignes le 1er du mois, le minimum 27 pouces 3 lignes le 11.

La plus grande dilatation du thermomètre a été de 17 degrés au-dessus de zéro le 21; sa moidre élévation de 1 degré au-dessus du même point le 1er.

L'hygromètre a marqué le 16 pour le maximum de l'humidité 84 degrés, et 4 degrés pour le minimum le 20, 21 et 22.

Le vent a dominé du sud à l'ouest pendant 10 jours, de l'ouest au nord pendant 15 jours, du nord à l'est pendant 5 jours.

Un seul ouragan de l'O. S. O. a éclaté pendant ce mois, savoir : dans la nuit du 12 au 13; un vent violent a soufflé dans la journée du 10, dans la nuit du 10 au 11 et dans la journée du 12.

Nous avons essuyé un orage le 29 à 4 heures de l'après-midi mêlé de pluie, grêle et neige.

Le temps a été clair ou serein pendant 14 jours; des 16 jours restans il y en eut 11 de pluie, dont 3 jours de

pluie mêlée de grêle et de neige le 26, 28 et 29, 3 jours de temps brumeux et 2 de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 17 de ce mois on a ressenti une forte secousse de tremblement de terre à Curacao, c'était la troisième depuis le commencement de l'année.

Le 27 le thermomètre était descendu à Perpignan à 5 degrés au-dessous du point de la glace, ce qui est extraordinaire pour le pays et pour la saison; la neige qui couvre habituellement le Canigou, s'était étendue jusqu'au-dessus du Thuir, qui est à l'extrémité de la plaine.

Vers la même date, le retour subit d'un froid extraordinaire qui durait depuis plusieurs jours, a couvert de neige les Alpes et le Jura jusqu'au pied des montagnes; au contraire on jouissait à Pétersbourg au 29 avril, d'un temps superbe et de 18 degrés de chaleur à l'ombre.

Le 30 il y eut à Elisabeth-Pole (en Russie) un fort tremblement de terre accompagné d'un bruit souterrain.

MAI.

Le point le plus élevé du baromètre pendant ce mois a été de 28 pouces 2 lignes le 13; sa moindre élévation a été le 25 de 27 pouces 8 lignes.

Le thermomètre au maximum de dilatation marquait

18 + 0 le 31, et 5 + 0 à son minimum le 1er, 3, 4, 5 et 14.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 85 degrés le 24 et le 25; et le minimum de 29 degrés le 7 du mois.

Le vent a soufflé du sud à l'ouest pendant 3 jours, de l'ouest au nord pendant 10 jours, du nord à l'est pendant 17 jours et de l'est au sud pendant 1 seul jour.

Nous avons essuyé 5 orages, savoir : le 9, le 10, le 21, le 28 et le 30; celui du 28 était accompagné d'une très-forte pluie.

Nous avons eu 13 jours de temps clair ou serein, 9 jours de pluie, dont deux averses extrêmement fortes dans la nuit du 7 au 8 et dans la soirée du 28, et 9 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Au commencement de ce mois, une gelée meurtrière a détruit dans une matinée toutes les espérances du cultivateur dans le département des bouches du Rhône. Dans une grande partie de la contrée, la presque totalité des vignes a subi les effets de ce fléau.

Le 8, il est tombé 2 pieds de neige dans les environs d'Augsbourg : le lendemain, la chaleur était étouffante, les coups de tonnerre se succédaient avec rapidité : la foudre est tombée entre Kieghaser et Neusass sur un troupeau de moutons, qui, au nombre de 170 ont été tous tués sur la

place; le pâtre et son chien qui se tenaient sous un arbre à quelque distance n'ont point été atteints.

Le 9 à 3 heures après-midi, la foudre est tombée sur le clocher de l'abbaye de Florennes, province de Namur.

Le 12, à 4 heures de l'après-midi, l'Oder a débordé à Breslau et a couvert en peu de temps toutes les campagnes environnantes; à 9 heures du soir, les champs de blé ne présentèrent plus qu'une plaine d'eau. Pendant la nuit, la rivière s'est élevée à une hauteur extraordinaire et inconnue de mémoire d'homme; les champs, à plusieurs milles de distance, n'offrirent plus qu'une vaste mer, les villages ressemblèrent à des bâtimens qui flottent sur les vagues, plusieurs maisons ont été abandonnées par les habitans.

Le 21, les communes de Toernich et de Volkrange (Luxembourg) ont vu une grande partie de leurs récoltes ravagées. A Hour (Namur), le tonnerre a incendié une ferme et tout ce qu'elle contenait; à Stamproye (Limbourg), la même cause a produit l'incendie du clocher.

Le 23, la foudre a fait beaucoup de ravages dans la commune de Bassevelde, plusieurs maisons ont été fortement endommagées.

Le 31, à 2 heures de l'après-midi, un violent orage accompagné d'une forte grêle a détruit dans la commune de Trazegnies, les récoltes de plusieurs cultivateurs. Ce même orage a éclaté dans presque toute la Campine; dans plusieurs villages il y avait jusqu'à 4 pieds d'eau.

Le même jour, vers 4 heures de l'après-midi, un météore

en forme de globe de feu a paru accompagné d'une nuée d'orage au-dessus de la commune de Maffels, canton d'Ath (Hainaut). Cette grosse boule ignée, après être restée quelque temps suspendue, est tombée sur l'extrémité du pignon d'une grange et l'a fortement endommagé, au même moment, elle a pénétré dans l'écurie à travers le mur, qu'elle a lézardé et y a tué, en les asphixiant, deux jumens et une vache; après l'explosion, le lieu était rempli d'une fumée épaisse d'odeur sulfureuse, le feu n'avait pris nulle part et aucune trace d'incendie n'a été aperçue.

Dans la même soirée, la foudre a frappé le clocher de la commune de Hollebeke (Flandre occidentale), et a consumé une maison à Beverloo (Limbourg), les récoltes des environs de cette commune ainsi que 800 boniers sur celles de Bruyelle, Joallen, Saint-Maur et Bré (Hainaut), ont été ravagés par la grêle et les eaux.

JUIN.

Le baromètre, à sa plus grande élévation, a été le 19, 20, 21 et 24, à 28 pouces 4 lignes; sa moindre élévation a été le 1er et le 2, de 27 pouces $10\frac{1}{2}$ lignes.

Le thermomètre, au maximum de dilatation, marquait le 28, 23 degrés au-dessus de zéro, et 9 au minimum le 7 du mois.

L'hygromètre a indiqué le maximum de l'humidité à 71 degrés le 8 et le 9; et le minimum à 8 degrés le 27 et le 28.

Le vent a régné de l'ouest au nord pendant 11 jours, du

nord à l'est pendant 17 jours, et de l'est au sud pendant 2 jours.

Huit orages ont éclaté, savoir : dans l'après-midi du 1er, dans la nuit du 1er au 2, dans les avant-soirées du 7, 8, 9, 11, 12 et du 28; les orages du 7 et du 9 étaient accompagnés de pluie extrêmement forte mêlée de quelques grêlons.

Nous avons eu 18 jours de temps clair ou serein, 7 jours de pluie et 5 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1er, la foudre est tombée deux fois sur la tour de l'église de Barneveld, village près d'Aarnhem; le second coup, qui suivit le premier à une intervalle de 5 minutes, y a mis le feu et blessé grièvement une personne qui était montée dans la tour. La foudre a également tué 64 bêtes à laine dans un champ à Gulpen (Limbourg); le tonnerre est aussi tombé sur une maison de la commune de Deest près de Nimègue, et les gêlons qui l'accompagnaient ont détruit beaucoup de récoltes. Le même jour une bergerie à Pampel a été réduite en cendres avec 10 moutons.

Plusieurs communes du Hainaut n'ont pas moins souffert par l'orage qui a éclaté le 1er de ce mois; la grêle a presque totalement détruit la récolte sur 2710 boniers des communes de Fleurus, Heppignies, Wagenies, St.-Amand, Wagnelée et Brue; l'abbaye de Soleil-Mont, située dans le bois du Roi, a beaucoup souffert; dans la forêt, une grande

quantité d'arbres d'une forte dimension ont été endommagés. Par le même orage, les campagnes de Bouffioux, Châtelet, Châtelineau, Montigny-sur-Sambre, Forciennes, Pont-de-Loup et Gilly, ont été dévastées. Le même orage a aussi causé un dommage considérable sur le territoire de la commune de Mélery, district de Nivelles, où la presque totalité des récoltes a été hachée par la grêle.

Le 2, la foudre a pénétrée dans une maison, au hameau de Baekels, canton de Malines, et y a blessé plus ou moins grièvement 4 personnes. Le même jour, le ruisseau qui met en mouvement les usines du village de Profondeville, entre Namur et Dinant, s'est enflé de 12 pieds en moins d'un quart d'heure, et a considérablement dégradé les digues, les fourneaux, les murs, les écluses, les jardins et prairies. Une pluie d'averse très-forte a inondé le même jour toutes les prairies joignant le Démer aux environs de Diest et d'Aerschot.

Le 3, la commune d'Ursel (Flandre orientale) fut subitement inondée par une pluie d'orage. Des arbres déracinés furent poussés par le courant vers la commune qui offrait l'aspect d'un lac. Une heure après, toute cette eau s'étant écoulée, laissa à sec une certaine quantité de poissons.

Le 8, entre 9 et 10 heures du soir, un négociant et expert du cadastre à Champon-Seraing (Liége), a été tué dans sa maison d'un coup de tonnerre; la foudre est entrée dans une cuisine où ce malheureux était assis près du foyer à côté de son épouse : celle-ci a eu ses vêtemens et l'épi-

derme des jambes brûlé, la servante et un autre individu ont été renversés par la commotion électrique, ils n'ont ressenti que très-peu de douleur.

Le même jour, la même cause a détruit entièrement un moulin à vent dans la commune de Pepaix près Leuze.

Le 9, plus de 50 boniers de la commune de Bernissart ont été ravagés par la grêle. Dixmude a été assaillie de gros grêlons qui ont brisé plus de 5,000 vitres; les récoltes des communes de Kiesecum et Miscum (Brabant méridional) ont été détruites, et le feu du ciel a brûlé une ferme à St.-Jacques (Flandre occidentale).

Le 10, la foudre a renversé une grande partie de la tour de l'église de Neygem, près de Ninove; dans la même soirée, un orage a éclaté à Bruges, un homme a été tué par la foudre, et un autre plus ou moins blessé; un moulin a été endommagé.

Le 11, un débordement de la Dendre, près de Grammont, a dévasté plusieurs communes.

Le 12, vers 4 heures de l'après-midi, un orage qui a éclaté aux environs de Namur, a été accompagné de torrens d'eau si violens qu'une partie du faubourg de la Porte de Fer de cette ville s'est trouvée en proie à une submersion aussi subite qu'affreuse; plus de 20 maisons entièrement dévastées, des jardins abîmés, sont les affligeans résultats de ce désastre.

Le 17, on a éprouvé à Bogota un violent tremblement de terre. Plusieurs personnes ont péri, et un grand nombre de maisons ont été fortement endommagées.

Le 23 et 24, on a ressenti à Inspruck des secousses de tremblement de terre qui se sont également fait sentir à Trente, à Roveredo et sur les deux rives du lac de Zurich, entr'autres à Wadenschweil, Stafa et Seefeld.

Le 28, à $6\frac{1}{2}$ heures du soir, il se forma sur la ville de Louvain une nuée épaisse, le baromètre marquait 28 + 1, et le thermomètre 20 + 0, et presqu'au même moment les coups de tonnerre se firent entendre; une pluie entremêlée de gros grêlons transparans et anguleux tomba bientôt par torrens, un très-grand nombre de grêlons avaient la grosseur d'un œuf de pigeon : l'orage a duré 2 heures sans discontinuer, toute la partie basse de la ville fut inondée de 4 à 5 pieds. Le baromètre n'a pas sensiblement changé pendant cet orage, le thermomètre, qui s'était élevé dans le milieu du jour jusqu'à 24 + 0, est descendu à 12 + 0.

Le 29, un orage terrible a éclaté sur la ville de Londres; les grêlons qui tombaient par torrens étaient de la grosseur d'œufs de pigeon; on en a ramassé qui avaient un pouce de circonférence.

Par la chaleur et la sécheresse, les arbres des jardins furent sans fruit et presque sans feuillage, les champs n'offrirent plus une trace de verdure, et les épis brûlés par le soleil dépérissaient visiblement vers la fin de ce mois, dans les environs de Stockholm.

JUILLET.

La plus grande élévation du baromètre a été de 28 pou-

ces 3 lignes le 2 et le 3; sa moindre élévation a été de 27 pouces 10 lignes le 8, 9, 10, 13, 14, 21 et 22.

La plus haute dilatation du thermomètre a été de 24 degrés au-dessus de zéro le 5 et le 6; sa moindre dilatation de $11\frac{1}{2}$ le 21, 22, 28 et 29.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 70 degrés le 25, et le minimum de 3 degrés le 31.

Le vent a dominé du sud à l'ouest pendant 10 jours, de l'ouest au nord pendant 10 autres jours, du nord à l'est pendant 9 jours, et de l'est au sud pendant 1 jour.

Nous n'avons eu qu'un jour de vent fort, savoir : le 15 dans la soirée.

Il n'a éclaté au-dessus de la ville que 2 orages, dans les journées du 1er et du 8; ce dernier était accompagné de pluie mêlée de grêle : outre ces 2 orages il en éclata, aux environs, dans les soirées du 5, du 6, du 13 et du 31; celui du 13 fut très-violent, passa au nord de la ville et se porta du sud-ouest au nord-est.

Le temps a été clair ou serein pendant 16 jours, couvert pendant 8 autres; nous avons eu 7 jours de pluie, dont 2 de pluie très-forte le 1er et le 21.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1er, la foudre est tombée sur la tour de la grande église à La Haye.

Le 4, le thermomètre de l'ingénieur Chevallier à Paris,

était à 2 heures à $24\frac{7}{10}$; à Bruxelles à la même heure il marquait $22\frac{1}{2}+0$.

On a ressenti 2 secousses de tremblement de terre à Grenade pendant la journée du 4.

Le 7, fort orage à Elshout près d'Heusden; de trois enfans qui étaient sous un arbre devant la maison de leurs parens, une petite fille de six ans a été frappée de la foudre et a été tuée sans que les autres aient éprouvé le moindre mal.

Le 13, vers 8 heures du soir, un nuage orageux et mêlé de grêle a éclaté sur une partie des villages de Scheldewindeke et d'Oosterzele (arrondissement de Gand); l'étendue qu'il a parcourue ne paraît mesurer qu'une demi-lieue de largeur; la récolte a beaucoup souffert, et par la grande quantité de vitres qu'on vit brisées, on eût dit qu'une bataille s'y était donnée. Les grêlons pesèrent pour la plupart une demi-livre, et présentèrent une forme ronde dentelée comme une roue; au premier village, un garçon en reçut un sur la tête qui lui causa une blessure grave. A Oosterzele, hameau du Smesembreck, la foudre frappa une fille et la jeta à terre comme si elle venait de recevoir un coup d'apoplexie. Au même endroit un mouchoir de poche qui se trouvait sur une chaise dans l'intérieur d'une maison fut enflammé par le feu du ciel; il n'y avait qu'un moment que quelqu'un avait quitté cette chaise.

Le 18 juillet, on avait à Varsovie une chaleur de 28 degrés; à Pétersbourg, le thermomètre marquait habituelle-

ment pendant ce mois 23 degrés à l'ombre, et il n'y avait aucun mouvement dans l'air.

Le 29, orage terrible dans le gouvernement de Toulu (Russie); des toits en fer furent enlevés, des maisons détruites par des grêlons de la grosseur d'un œuf de poule et d'oie. Vers la même date, il éclata sur la ville de Maubeuge un violent orage. Le fluide électrique se déchargea avec tant d'activité sur le paratonnerre du magasin à poudre, que le factionnaire qui se trouvait très-près du conducteur a été renversé et est resté 2 heures sans connaissance.

AOUT.

Le plus haut point d'élévation du baromètre a été de 28 pouces 4 lignes le 18 et le 19; sa moindre élévation a été de 27 pouces 10 lignes le 24 et le 30.

La plus haute dilatation du thermomètre a été de 25 degrés le 2; sa moindre dilatation a été de 11 degrés le 13 et le 28.

L'hygromètre a indiqué le maximum de l'humidité à 74 degrés le 10; et le minimum à 5 degrés le 1er du mois.

Le vent a soufflé du sud à l'ouest pendant 6 jours, de l'ouest au nord pendant 17 jours, du nord à l'est pendant 7 jours et de l'est au sud pendant 2 jours.

Il n'a éclaté que 2 orages, savoir : le 3 et le 31; dans la soirée du 4, du 26 et dans la nuit du 26 au 27, il y eut des éclairs continuels dans différentes directions de l'horizon de Bruxelles.

Nous avons eu 14 jours de temps clair ou serein, 6 jours de petite pluie ou temps pluvieux, 1 jour de pluie forte et 10 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 2, à 2 heures de l'après-midi le thermomètre de l'ingénieur Chevallier, à Paris, s'est élevé à $27\frac{7}{10}$ degrés.

Le 3 dans la soirée, un orage terrible qui ne s'est manifesté à Liége que par un vent très-violent, suivi d'une forte pluie et de quelques coups de tonnerre, a ravagé toutes les campagnes entre les villages d'Oreye et de Gelinden; tout ce qui restait de produits sur les champs a été haché et détruit par la grêle et tous les fruits ont été abattus. L'orage s'est aussi étendu sur 50 communes du district de Waremme, où les ardoises et les vitres des maisons ont été brisées; des pigeons, des dindons, des porcs même ont été tués et différentes personnes ont été blessées. A Sittard, les grêlons étaient en forme de flèche et de l'épaisseur d'une bouteille ordinaire. Le même jour, à 7 heures du soir, la ville de Maestricht et les environs ont été exposés à un orage accompagné d'une grêle épouvantable, qui a brisé toutes les vitres exposées à l'ouragan; les grêlons étaient de la grosseur d'un œuf de poule et d'oie, ils avaient une enveloppe transparente et une espèce de noyau opaque d'un blanc de lait. La ville de Tongres, les communes de Montenaken, Veldwesel, Reckheim, Mechelen et d'autres, situées dans la direction de l'orage, ont éprouvé des pertes considérables; un bâtiment neuf a eu

son toit de tuiles entièrement brisé. A Estinne-au-Val, Estinne-au-Mont, Haulchin et Vellereilles-le-Sec, les grains ont été sciés par la grêle, des arbres de 3 à 4 pieds de circonférence ont été renversés et des toits enlevés par la violence du vent, et dans la commune de Paal (Limbourg), la foudre a consumé 3 maisons.

Après deux jours d'une chaleur de 26 + o à l'air libre et à l'ombre, il a éclaté le 3 dans l'après-midi à Louvain et surtout dans ses environs, un orage qui a grondé pendant 4 heures et a presque changé le jour en nuit; il n'est tombé qu'une courte averse de pluie, mais à Bautersem, entre Louvain et Tirlemont; il est tombé une si grande quantité de grêle, que les chevaux attelés à la diligence de Liége se sont détournés de la route et la voiture a versée.

Le 4, la foudre est tombée dans les communes de Zolder et Munstergeleen (Limbourg); dans la première, une maison avec grange, écurie et meubles, dans la seconde, deux maisons avec granges, écuries, bestiaux, grains, etc., ont été la proie des flammes. La foudre est également tombée dans un étang très-poissonneux de la maison de campagne dite *het huys te Gent*, près de Nimègue; en un instant tout le poisson s'est trouvé mort et flottant sur la surface de l'eau, qui avait pris une couleur noirâtre et contracté une chaleur plus qu'ordinaire. Les chevaux et autres animaux ont refusé d'en boire pendant plusieurs jours.

Le 8 dans la matinée, on a aperçu à Odensée un globe

de feu qui avait à peu près la grandeur de la pleine lune.

Le 15, une trombe s'est élevée sur la rade de Revel, et s'est dirigée avec un grand bruit vers les bords de la mer; en passant diagonalement au-dessus du port où elle brisa un navire chargé de bois et les mâts de 5 autres bâtimens, elle détruisit les bains sur les bords de la mer et disparut enfin dans une forêt voisine, dont elle déracina et renversa plusieurs arbres.

Dans la nuit du 25 au 26, un orage des plus violens et qui a duré près de 48 heures, a éclaté sur la ville de Toulouse et sur plusieurs communes environnantes. M. le curé de St.-Orens fut tué dans son lit par le tonnerre; le presbytère était contigu à l'église, et M. l'abbé Boisset avait fait pratiquer dans la chambre où il couchait, une petite ouverture communiquant au clocher de l'église, par où passait un fil de fer qui aboutissait à côté de son lit et qui lui permettait de sonner lui-même la cloche, c'est la route qu'a suivie le fluide électrique. L'orage s'étendit vers les communes situées à l'est de Toulouse, et plusieurs autres personnes ont été tuées ou blessées grièvement.

Le 26, vers 4 heures après-midi, le tonnerre est tombé sur une ferme de Rodenbourg (Luxembourg); la toiture de la maison, les écuries, la grange, et toutes les récoltes ont été incendiées.

Dans la nuit du 26 au 27, la pluie est tombée avec tant d'abondance dans les environs de St.-Trond, entr'autres

dans les villages d'Aels, Kerkom et Vellem, que les étables ont été inondées : et beaucoup de moutons ont péri, les chevaux avaient de l'eau jusqu'au-dessus du dos.

Le 30, la ville de Riom et ses environs ont été subitement inondés par le débordement des rivières. A Riom, 7 personnes ont péri; une grange, un grand nombre de moulins et plusieurs maisons ont été détruits; à Mozac, à Marzat, une grande quantité de murs, de jardins et enclos ont été renversés; à Combronde, 20 bâtimens, granges ou écuries, ont cédé à la violence du torrent. Grand nombre de bestiaux ont été entraînés, 9 personnes ont péri dans ces diverses communes; à Volvic, la grêle est venue ajouter un nouveau fléau à l'inondation qui détruisait toutes les propriétés, de manière que là où le torrent n'a pas entraîné la vigne avec le sol, la grêle a détruit la récolte.

Dans le courant de ce mois, une trombe enflammée a dévasté le château de Laconette, commune de Lastours, situé au nord de Carcassonne, ainsi que les terrains environnans; après une forte détonation, on aperçut une énorme colonne de feu qui, rasant les champs, déracina tout sur son passage; un jeune homme de 17 ans, se trouvant dans la direction de ce météore, fut tourbillonné, enlevé dans les airs, et eut la tête fendue sur un rocher. Cette colonne d'air et de feu se portant vers le château, renversa les murs du côté de l'ouest du parc, s'engouffra dans deux excavations, déplaça d'énormes rochers, déracina les plus grands arbres, pénétra dans le château par deux issues, souleva et

renversa les pierres de taille de la porte-cochère, et fit crouler trois appartemens avec un fracas terrible. Deux dames furent horriblement contusionnées.

La sécheresse et la chaleur étaient pendant ce mois si excessives en Danemark, que près d'Elseneur un incendie a éclaté en rase campagne.

SEPTEMBRE.

Le baromètre s'est élevé pendant ce mois, à 28 pouces 3 lignes le 16; sa moindre élévation a été de 27 pouces 3 lignes le 7.

La plus grande hauteur du thermomètre a été de $17\frac{1}{2}$ degrés le 4, et sa moindre hauteur de 4 degrés le 23.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 68 degrés le 9 du mois; le minimum de 33 degrés le 15.

Le vent a régné du sud à l'ouest pendant 10 jours, de l'ouest au nord pendant 11 jours, et du nord à l'est pendant 9 jours.

Nous avons essuyé un ouragan de l'ouest-sud-ouest dans la matinée du 7. Le vent a été extrêmement violent dans la journée du 6 et du 8.

Il a éclaté 7 orages, savoir : dans l'avant-soirée du 1er, dans la matinée à 8 heures et demie du 2, à midi et vers 8 heures du soir le 5, dans la soirée du 6, dans la nuit du 24 au 25, dans la journée du 25, et dans l'après-midi du 26.

Les 30 jours du mois ont été partagés en 14 jours de

temps clair ou serein, en 9 jours de pluie, dont 3 de pluie très-forte le 6, le 7 et le 8, en 2 jours de brouillard humide, et 5 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 1er, la foudre a éclaté vers 8 heures du soir sur une ferme à Willebringen, près de Tirlemont; en peu d'instans le corps du bâtiment, la grange et l'écurie, ont été entièrement consumés, tout ce qu'ils renfermaient a été également la proie de l'incendie.

OCTOBRE.

La plus grande élévation que le baromètre ait atteint pendant ce mois, a été de 28 pouces $2\frac{1}{4}$ lignes le 14; sa moindre hauteur a été de 27 pouces $5\frac{1}{2}$ lignes le 26.

Le thermomètre, à son maximum de dilatation, indiqua 15 degrés au-dessus de zéro le 1er et le 23, et 4 degrés à son minimum le 7.

L'hygromètre, au maximum d'humidité, marquait le 22 et le 23, 92 degrés, et au minimum d'humidité le 8, 60 degrés.

Le vent a soufflé du sud à l'ouest pendant 11 jours, de l'ouest au nord pendant 11 autres, du nord à l'est pendant 8 jours, et de l'est au sud pendant un seul jour.

Nous n'avons essuyé aucun ouragan dans le courant de ce mois, mais le vent a été extrêmement fort pendant toute la journée du 29, sa direction était de l'ouest à l'est.

Un seul orage a éclaté dans la soirée du 9; il ne passa pas directement au-dessus de la ville, quoique les éclairs parurent très-fréquens et violens.

Nous avons eu 11 jours de temps clair ou serein, 15 jours de pluie, dont 1 de pluie mêlée de grêle le 6, et 1 jour de pluie très-forte le 26, 2 jours de temps brumeux, et 3 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

L'orage du 9 que nous avons mentionné, a éclaté avec la plus grande véhémence à Blicqui (Hainaut); la foudre y est tombée sur une maison qu'elle a consumée avec les meubles, écurie, grange, etc.

Vers le milieu de ce mois, il y a eu dans les montages de Praauw (Java), de forts tremblemens de terre. A la date du 11, la montagne de Pakoewodje s'est fendue. Il y a eu aussi des éruptions dans les monts Kloet.

NOVEMBRE.

Le plus haut point du baromètre a été de 28 pouces 4 lignes le 28, sa moindre élévation de 26 pouces 8 lignes dans la nuit du 13 au 14.

Le thermomètre, à sa plus haute dilatation, marquait le 1er et le 12, $8\frac{1}{2}$ degrés au-dessus de zéro; et 1 degré au-dessus du même point le 27.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 96

degrés le 14, 15 et 16; et le minimum de 58 degrés le 27.

Le vent a régné du sud à l'ouest pendant 9 jours, de l'ouest au nord pendant 10 jours, du nord à l'est pendant 10 autres jours et de l'est au sud pendant 1 seul jour.

Le 13, nous eûmes dans la soirée un vent très-fort du sud-est (le baromètre marquant 27 + 2); vers 10 heures il sauta à l'ouest-sud-ouest et augmenta toujours en force; dans la nuit, nous eûmes un ouragan violent du même point; le baromètre descendant toujours se fixa vers une heure du matin à 26 + 8; le vent continua de souffler avec la même violence jusque dans la matinée du 14, lorsque le baromètre est remonté à 26 + 11; à 10 heures du soir du même jour il indiqua 27 + 2.

Dans la nuit du 28 au 29 et dans celle du 29 au 30, un vent très-violent souffla du sud-ouest, accompagné de pluie forte.

Nous avons eu trois jours de temps clair, 16 jours de pluie, dont 4 de pluie forte, et un de pluie mêlée de neige, trois jours de brouillard humide le 19, 22 et 23, et 8 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Dans la journée du 6, la pluie était tombée en abondance à Londres, et dans la nuit du 6 au 7, la gelée prit avec une telle force que les glaciers ont pu faire dans la journée leur provision de glace.

Le 7 et le 8 de ce mois, on a essuyé à Ténériffe un terrible ouragan de l'est-nord-est, accompagné d'une pluie épouvantable qui a duré 36 heures, et détruit pour une valeur immense en maisons, vignes et autres propriétés. Des villages entiers ont été emportés par le torrent dans la mer; on porte à 1,700 le nombre des personnes qui y ont péri, différens bâtimens avaient fait naufrage à Ténériffe, et 9 navires espagnols aux Canaries.

Dans la nuit du 14 au 15, un ouragan affreux s'est élevé sur Paris. Plusieurs parties d'édifices, de cheminées, de toitures, ont été renversées; ses effets n'ont pas été moins terribles dans la campagne, où de très-gros arbres ont été déracinés et brisés, et des chaumières renversées.

Un ouragan des plus terribles a soufflé pendant le 14, 15 et 16 novembre, sur la mer Caspienne, et a endommagé ou détruit un grand nombre de navires. La marée a atteint une hauteur dont les gens les plus âgés n'ont point de souvenir.

Dans la soirée du 21, une violente tempête a éclaté à St.-Pétersbourg et a durée jusqu'au lendemain matin. La Néwa et les trois grands canaux de la ville ont débordé et quelques quartiers ont été en grand danger.

Par suite des grandes pluies qui se sont succédées pendant tout ce mois, l'Anio (Italie), s'est débordé à Tivoli, et s'est creusé une nouvelle issue entre la digue du barrage et la rive droite, et se précipitant sur un niveau plus bas, laissa à sec le conduit qui alimentait les usines et le canal

du Bernino, de sorte qu'il n'existe plus d'eau ni pour les cascatelles, ni pour la chute du canal Bernino, et que la grande cascade de la digue, qui tombait d'une hauteur de 50 palmes, n'existe plus par la création du nouveau lit latéral. Toutes les eaux réunies se précipitent maintenant dans la grotte de Neptune, et passent de là dans celle de la Sirène. L'Anio a aussi fait crouler une partie de la rive gauche et ruiné 18 maisons avec la petite église de Ste.-Lucie et une partie du palais Boschi.

Un ouragan accompagné de neige a causé la mort à près de 30 personnes dans les montagnes d'Écosse; plus de 5,000 arbres ont été déracinés à Gordon-Castle dans les parages d'Aberdeen.

La *Gazette de Pékin*, du 26 novembre 1826, fait mention d'une inondation arrivée à l'est de cette ville, et qui a submergé 20,000 lieues carrées de terrain et fait périr plus de 100,000 personnes.

DÉCEMBRE.

La plus haute élévation du baromètre a été de 28 pouces 5 lignes le 28, et sa moindre élévation de 27 pouces 4 lignes le 2.

La plus grande dilatation du thermomètre a été de $9\frac{1}{2}$ degrés le 11, et sa moindre dilatation de zéro le 6.

Le maximum de l'humidité hygrométrique a été de 98 degrés le 8 et le 26, et le minimum de 74 degrés le 13.

Le vent a dominé du sud à l'ouest pendant 7 jours, de

l'ouest au nord pendant 12 jours, du nord à l'est pendant 11 jours, et de l'est au sud pendant un jour.

Un vent violent du sud-ouest a soufflé dans la journée du 2 et dans la nuit du 2 au 3; un autre très-fort de l'ouest-sud-ouest a régné dans la soirée du 7 et dans la nuit du 7 au 8.

Nous avons eu 5 jours de temps clair ou serein, 9 jours de pluie, dont deux de pluie mêlée de neige et de grêle, un jour de neige, 4 jours de temps brumeux et 12 jours de temps couvert.

EXTRAITS DES JOURNAUX.

Le 14, une affreuse tempête a porté la désolation et l'épouvante dans le district de Gallipoli (Terre d'Otrante, royaume de Naples); la pluie a été si abondante que plusieurs villages ont été inondés, l'eau s'est élevée jusqu'à huit palmes. Ce torrent de pluie était accompagné de grêle et de tonnerre; la foudre est tombée dans l'église des pères capucins de la commune de Cécarano, où elle a tué plusieurs personnes.

FIN.

MÉMOIRE

SUR L'ACTION MUTUELLE

D'UN

CONDUCTEUR VOLTAÏQUE

ET D'UN AIMANT;

PAR M. AMPÈRE,

DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES DE PARIS, DES SOCIÉTÉS ROYALES DE LONDRES ET D'ÉDIMBOURG, DE LA SOCIÉTÉ HELVÉTIENNE DES SCRUTATEURS DE LA NATURE, DE LA SOCIÉTÉ PHILOSOPHIQUE DE CAMBRIDGE, DE CELLE DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE DE GENÈVE, DES ACADÉMIES ROYALES DE BRUXELLES, DE LISBONNE ET DE LYON, PROFESSEUR A L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE ET AU COLLÉGE DE FRANCE.

PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DU 28 OCTOBRE 1826.

MÉMOIRE

SUR L'ACTION MUTUELLE

D'UN

CONDUCTEUR VOLTAÏQUE

ET D'UN AIMANT [1].

Quoique M. Savari, dans le Mémoire qu'il a lu à l'Académie des sciences de Paris, le 3 février 1823, ait déduit la loi, que M. Biot a proposée en 1820 pour représenter l'action qui s'exerce entre un élément de conducteur voltaïque et une molécule magnétique, de la formule par laquelle j'ai exprimé l'action de deux élémens de fils conducteurs, en substituant à cette molécule l'extrémité du solénoïde électro-dynamique à laquelle elle est identique, quand on con-

---

[1] La plus grande partie de ce Mémoire fut d'abord, avec la lettre qui est jointe ici, adressée, au commencement de 1826, à M. le docteur Gherardi. Je l'ai revu depuis, et j'y ai ajouté divers développemens propres à éclaircir toutes les difficultés qui pouvaient rester sur le sujet dont il traite.

çoit l'aimant comme un assemblage de courans électriques disposés autour de ses particules, ainsi que j'ai montré qu'ils devaient l'être pour qu'il en résultât tous les phénomènes que présentent les aimans, et quoique ce jeune physicien ait ainsi ramené ces phénomènes aux effets produits par l'électricité en mouvement; j'ai cru qu'il était important d'examiner, en particulier, l'action mutuelle d'un conducteur voltaïque et d'un aimant, en partant de cette loi considérée comme une simple donnée de l'expérience. En effet, si elle ne résultait pas des premières expériences dont M. Biot l'avait déduite, et qu'on trouve décrites dans la seconde édition de son *Précis élémentaire de physique*, expériences qui ne pouvaient même s'accorder avec elle, elle se trouve aujourd'hui complétement vérifiée par les nouvelles expériences dont il a consigné les résultats dans la troisième édition du même ouvrage; et les physiciens qui admettent ma théorie comme ceux qui la combattent, s'accordent à regarder l'exactitude de cette loi comme incontestable. Elle consiste comme on sait en ce que la force qui résulte de l'action mutuelle d'un élément de conducteur voltaïque et de ce qu'on appelle une molécule magnétique, est perpendiculaire au plan qui joint la molécule magnétique avec l'élément, et que sa valeur pour un même élément et une même molécule, est en raison inverse du carré de leur distance, et en raison directe du sinus de l'angle que la droite qui mesure cette distance, forme avec la direction de l'élément.

La direction et l'intensité de cette force sont ainsi com-

plétement déterminées, mais il n'en est pas de même du point auquel on doit la considérer comme appliquée. Ce point dépend de l'hypothèse qu'on adopte sur la cause des phénomènes électro-dynamiques; on a fait sur cette cause trois hypothèses. La première consiste à admettre l'existence de deux fluides nommés austral et boréal, et à distribuer ces fluides de manière à produire la loi dont il s'agit [1].

La seconde est celle par laquelle j'ai rendu raison des phénomènes observés, en considérant un aimant comme un assemblage de courans électriques, tournant autour de ses particules, et agissant, soit sur les courans électriques d'un autre aimant, soit sur ceux d'un fil conducteur, précisément comme l'expérience m'a prouvé que les courans des fils conducteurs agissent les uns sur les autres.

Enfin, la troisième hypothèse est celle où l'on suppose qu'il existe entre un élément de fil conducteur et une molécule

---

[1] C'est ainsi qu'un grand nombre de physiciens ont pensé qu'il était possible d'expliquer les phénomènes découverts par M. Oersted, et ceux que j'ai observés le premier, par certaines dispositions des deux fluides magnétiques, austral et boréal. Mais il ne suffisait pas de quelques aperçus vagues et généraux, pour l'explication des faits dont se compose cette nouvelle branche de la physique, il fallait surtout trouver une distribution des élémens magnétiques qui pût représenter exactement la loi dont nous nous occupons, c'est ce que j'ai fait dans le Mémoire que j'ai lu à l'Académie des sciences de Paris, le 28 novembre 1825, où se trouvent les principaux résultats dont celui que je publie aujourd'hui contient le développement; on y verra quels sont les phénomènes électro-dynamiques qui peuvent être expliqués de cette manière, et ceux qui prouvent qu'elle ne peut être admise dans tous les cas.

magnétique, une action élémentaire primitive, tendant à faire tourner à la fois la molécule autour de l'élément, et l'élément autour de la molécule.

Cette dernière hypothèse diffère des deux autres, en ce qu'au lieu de n'admettre entre les points matériels qui agissent les uns sur les autres, que des forces dirigées suivant les droites qui les joignent; elle suppose entre l'élément de conducteur voltaïque et la molécule magnétique, une action représentée par deux forces égales et opposées, mais toutes deux perpendiculaires au plan qui passe par l'élément et par la molécule magnétique, appliquées l'une au milieu de l'élément et l'autre à la molécule, et formant ainsi ce que M. Poinsot a nommé un couple; en sorte que, lors même que l'élément et la molécule seraient liés ensemble invariablement, l'assemblage solide qu'ils formeraient prendrait par leur seule action mutuelle un mouvement de rotation. Quoique cette dernière hypothèse semble directemeut contraire aux premiers principes de la dynamique, suivant lesquels l'action mutuelle des diverses parties d'un même système solide ne peut jamais lui imprimer aucun mouvement, il m'a paru nécessaire de l'examiner spécialement, afin d'en comparer les résultats à ceux des deux précédentes, et de démontrer que lors même qu'on l'adopte, le mouvement de rotation indéfiniment accéléré (1)

(1) J'appellerai toujours ainsi dans ce Mémoire, le mouvement qui résulte dans certains cas de l'action mutuelle, soit de conducteurs voltaïques, soit d'un

est impossible, comme dans les deux autres hypothèses, lorsque la portion de conducteur voltaïque qui agit sur l'aimant forme un circuit solide et fermé.

Ces trois hypothèses offrent d'ailleurs un exemple frappant de la possibilité où l'on est souvent de remplacer un système de forces, agissant sur un assemblage solide de points matériels, par un autre système de forces toutes différentes, mais dont l'ensemble produit absolument les mêmes effets d'équilibre et de mouvement sur cet assemblage solide. C'est ainsi que, quand un corps est plongé dans un liquide pesant, on peut sans rien changer aux conditions d'équilibre ou de mouvement de ce corps, substituer au système des pressions que le fluide exerce sur sa surface, un système de forces verticales appliquées de bas en haut à toutes les particules de ce corps, et dont chacune est représentée par le poids d'un volume du liquide égal au volume de la particule du corps sur laquelle cette force est censée agir.

La condition nécessaire et suffisante pour que deux systèmes de forces appliquées ainsi à un assemblage solide, soient équivalens, consiste, comme on sait, dans six équations, dont les trois premières expriment que les sommes

---

conducteur et d'un aimant, et qui présente cette circonstance singulière, que la vitesse du conducteur ou de l'aimant mobile va toujours croissant, jusqu'à ce que les frottemens et la résistance des milieux mettent des bornes à son accroissement, et qu'alors elle reste constante, malgré ces frottemens et ces résistances; en sorte, qu'il est prouvé par l'expérience qu'il y a dans ce cas une production continuelle de force vive, quelle qu'en soit la cause.

des composantes des forces parallèles à trois axes, pris à volonté, sont les mêmes dans les deux systèmes; et les trois autres, que les sommes des momens des mêmes forces, autour des mêmes axes, sont aussi égales dans les deux systèmes.

En représentant par $d\omega$ un élément de l'assemblage solide, par $Xd\omega$, $Yd\omega$, $Zd\omega$, les forces appliquées à cet élément, et par x, y, z, les coordonnées d'un point quelconque situé sur la direction de la résultante des forces X, Y, Z, lorsqu'elles en ont une, ces six équations consistent en ce que les expressions

$$\int Xd\omega,\ \int Yd\omega,\ \int Zd\omega,$$

$$\int(Yz - Zy)\,d\omega,\ \int(Zx - Xz)\,d\omega,\ \int(Xy - Yx)\,d\omega,$$

ont les mêmes valeurs dans les deux systèmes.

J'observerai à ce sujet : 1° Que $d\omega$ représente une quantité infiniment petite du 1er, du 2e ou du 3e ordre, suivant que l'assemblage dont il s'agit est une ligne, une surface ou un volume;

2° Que j'ai dit que x, y, z, sont les coordonnées d'un point quelconque de la résultante des forces X, Y, Z, et non pas celles du point où se trouvent l'élément $d\omega$, parce que cet énoncé général, qui comprend le cas où l'on emploierait les coordonnées de l'élément $d\omega$, conduit à des résultats infiniment plus simples, lorsque toutes les forces appliquées au système solide, sont dirigées vers un même

point fixe. Car alors, on peut prendre pour x, y, z, les coordonnées de ce point, et comme elles sont les mêmes pour tous les élémens $d\omega$, il s'en suit que les sommes des momens peuvent s'écrire ainsi :

$$z\int Y d\omega - y\int Z d\omega,\ x\int Z d\omega - z\int X d\omega,\ y\int X d\omega - x\int Y d\omega,$$

de sorte que les trois premières intégrales qu'il faut calculer, pour poser les trois premières équations, donnent immédiatement les trois dernières, sans qu'il soit besoin d'aucune nouvelle intégration. Il est d'ailleurs bien évident qu'il est toujours permis de donner à $x, y, z,$ cette généralité, puisque, quand il s'agit d'un système solide, on peut toujours supposer une force transportée à tel point qu'on veut de sa direction.

Avant de soumettre au calcul les trois hypothèses dont je viens de parler, pour en comparer les résultats, je crois d'abord devoir établir un théorème à l'aide duquel ces calculs se simplifient singulièrement. Concevons d'abord une surface quelconque GHK et un point donné M, rapporté à trois axes rectangulaires OX, OY, OZ (*fig.* 1). Si l'on mène par le point M une parallèle MP, à l'un des axes, à celui des x par exemple, qu'on fasse passer par cette parallèle deux plans formant un angle infiniment petit $d\varphi$, qui coupent dans la surface une bande GghH que nous représenterons par $d\sigma$, la surface GHK l'étant par σ, et dans le plan des yz le secteur PLl; qu'on prenne ensuite dans cette

bande un élément $Nnn'N' = d^2\sigma$ dont la projection sur le plan des yz soit la portion infiniment petite $Qqq'Q'$ du secteur PLl, terminée par les parties QQ' et qq' des droites PL et Pl, et par les arcs de cercles Qq, $Q'q'$, dont le centre est en P; en nommant x, y, z, les coordonnées du point M, x', y', z', celles du point N, ρ la distance MN, u sa projection PQ sur le plan des yz; a, b, c, les trois angles que la normale NO au point N de la surface GHK forme avec les trois axes, i l'angle que la même normale fait avec la droite MN et enfin $d\sigma$ l'élément de surface $Nnn'N'$. On aura, comme on sait, pour la valeur du double du secteur PQq,

$$2\ PQq = u^2 d\varphi = (y - y')\, dz' - (z - z')\, dy',$$

$$\text{l'aire } Qqq'Q' = udud\varphi,$$

$$\text{et l'aire } Nnn'N' = \frac{udud\varphi}{\cos.\ a}.$$

Cela posé, si l'on divise le double du secteur PQq par le cube de la distance MN, on aura la quantité $\frac{u^2 d\varphi}{r^3}$ dont la différentielle, prise en regardant l'angle infiniment petit $d\varphi$ comme constant, sera égale à

$$\frac{[\,3\,(x - x')\cos.\ i - \rho \cos.\ a\,]\, d\sigma^2}{\rho^4},$$

en sorte que le théorème dont il est question, consiste en ce que

$$d\,\frac{u^2 d\varphi}{\rho^3} = \frac{[3\,(x-x')\,cos.\,i - \rho\,cos.\,a\,]\,d^2\sigma}{\rho^4}.$$

Pour le démontrer, il faut d'abord remarquer que, dans la différentielle indiquée dans le premier membre, $d\varphi$ est considéré comme constant, puisque cet angle reste le même pour toutes les parties de la bande GHhg, ce qui donne :

$$d\,\frac{u^2 d\varphi}{\rho^3} = \left(\frac{2udu}{\rho^3} - \frac{3u^2 d\rho}{\rho^4}\right) d\varphi = \frac{\left(2\rho - \frac{3ud\rho}{du}\right) udud\varphi.}{\rho^4}$$

Or, si l'on conçoit le plan tangent NST à la surface σ en son point N, plan qui rencontre MP en T, et si l'on abaisse du point M la perpendiculaire MS sur ce plan, on aura dans les deux triangles rectangles MSN, MST, ces deux valeurs de MS,

$$\text{MS} = \text{MN}\;cos.\,\text{SMN} = \text{MN}\,cos.\,\text{MNO} = \rho\,cos.\,i,$$

$$\text{MS} = \text{MT}\;cos.\,\text{SMT} = \text{MT}\,cos.\,a,$$

$$\text{d'où} \quad \text{MT} = \frac{\rho\,cos.\,i.}{cos.\,a.}$$

Si l'on mène dans le plan MPQN, NR égale et parallèle à QP, qui est représentée par u, on aura

$$\text{MT} = \text{MR} + \text{RT} = x - x' + \text{RT}.$$

Mais en comparant le triangle rectangle NRT, avec le triangle différientiel semblable, dont les côtés sont du, dx', on a

$$\mathrm{RT} = \frac{udx'}{du},$$

donc
$$\mathrm{MT} = x - x' + \frac{udx'}{du}.$$

Par conséquent

$$\frac{udx'}{du} = \frac{\rho \cos. i}{\cos. a} - (x - x').$$

Mais l'équation

$$\rho^2 = u^2 + (x - x')^2$$

donne
$$\rho d\rho = udu - (x - x')\, dx',$$

d'où
$$\frac{ud\rho}{du} = \frac{u^2 - (x - x')\dfrac{udx'}{du}}{\rho}$$

$$= \frac{u^2 - \dfrac{(x - x')\rho \cos. i.}{\cos. a} + (x - x')^2}{\rho}$$

$$= \rho - \frac{(x - x')\cos. i.}{\rho \cos. a}.$$

Substituant cette valeur dans celle que nous avons trouvée pour $d\frac{u^2 d\varphi}{\rho^3}$, il viendra

$$d\,\frac{u^2 d\varphi}{\rho^3} = \frac{[3\,(x - x')\,cos.\ i. - \rho\ cos.\ a.]\ udud\varphi}{\rho^4\ cos.\ a.},$$

ou

$$d\,\frac{u^2 d\varphi}{\rho^3} = \frac{[3\,(x - x')\,cos.\ i - \rho\ cos.\ a]\ d^2\sigma}{\rho^4},$$

ce qu'il fallait démontrer.

La première application que nous ferons de ce théorème est relative à l'action mutuelle d'une molécule magnétique et d'un assemblage de très-petits espaces circonscrits chacun de tous côtés, par une couche infiniment mince des deux fluides magnétiques austral et boréal en quantités égales, et formant ainsi des élémens magnétiques, tels que les conçoivent les physiciens qui n'ont pas adopté ma théorie. C'est dans le Mémoire où M. *Poisson* a établi les principes et déduit les conséquences qui doivent résulter de l'action qu'on attribue aux fluides magnétiques, que je prendrai l'idée précise de ce que, dans cette hypothèse des deux fluides, on doit entendre par l'action des élémens magnétiques.

D'après les formules qu'on trouve à la page 22 de ce Mémoire, l'action d'un de ces élémens sur une molécule magnétique, dépend 1° de la position de la molécule par rapport

à l'élément; 2° du volume infiniment petit occupé par l'élément que l'auteur représente par h^3, d'une quantité δ qu'on peut regarder comme l'intensité de son action, et des angles qui déterminent la direction de la droite suivant laquelle cette action est à son *maximum*; ces dernières quantités restant les mêmes pour un même élément, de quelque manière qu'on fasse varier la position de la molécule.

Concevons maintenant une surface σ de forme invariable telle que GHK (*fig.* 1), sur laquelle soient répandus et fixés à des intervalles égaux des élémens magnétiques, tels que le volume h^3 et la quantité δ soient les mêmes pour chacun d'eux, ce qu'on peut exprimer en disant que le magnétisme est uniformément distribué sur la surface, et qu'en outre dans chaque élément, la direction suivant laquelle l'action est la plus grande, soit perpendiculaire à cette surface. Après que les fluides magnétiques y auront été ainsi répartis, nous admettrons qu'ils sont retenus sur chaque élément par une force coërcitive suffisante pour qu'ils ne puissent se déplacer, ni par leur action mutuelle, ni par celle de la molécule magnétique placée hors de la surface sur laquelle nous allons considérer leur action.

En désignant par a, b, c, les angles formés avec les trois axes des coordonnées par la normale NO à la surface σ menée par un point N de cette surface, pris dans l'intérieur d'un élément magnétique, par x', y', z', les coordonnées de ce point N, par x, y, z, celles d'un autre point M où se trouve placée une molécule magnétique, par ρ la distance

MN entre ces deux points, et par i l'angle MNO, compris entre cette droite et la normale NO au point N, on aura, d'après les formules trouvées par M. *Poisson*, page 22 de son premier Mémoire sur la théorie du magnétisme, pour les valeurs des trois composantes de la force attractive ou répulsive dirigée suivant la ligne r, qu'exerce l'élément magnétique sur la molécule M,

$$-\frac{h^3\,\delta\,[3(x-x')\cos. i-\rho\cos. a]}{\rho^4},$$

$$-\frac{h^3\,\delta\,[3(y-y')\cos. i-\rho\cos. b]}{\rho^4},$$

$$-\frac{h^3\,\delta\,[3(z-z')\cos. i-\rho\cos. c]}{\rho^4}.$$

Désignons par u, v, w, les projections de la ligne $r=$ MN sur les plans des yz, des zx et des xy, et par φ, χ, ψ, les angles que ces projections font avec les axes des y, des z et des x respectivement. Concevons que, par la coordonnée MP$=x$ du point M, on fasse passer deux plans formant un angle infiniment petit $d\varphi$, et cherchons l'action exercée sur la molécule M par tous les élémens magnétiques qui se trouvent sur la bande infiniment étroite comprise sur la surface σ entre ces deux plans. Nous pourrons concevoir cette bande décomposée en aires élémentaires, dont les projections sur le

plan des yz aient pour valeur $udud\rho$, et ces aires élémentaires étant toujours représentées par $d^2\sigma$, nous aurons $d^2\sigma = \frac{udud\varphi}{\cos. a}$.

Si nous appelons k le petit intervalle constant qui sépare les élémens magnétiques distribués uniformément, comme nous l'avons dit sur la surface σ, $\frac{1}{k}$ sera le nombre de ces élémens placés les uns à la suite des autres sur une longueur égale à l'unité linéaire, et conséquemment $\frac{1}{k^2}$ le nombre de ceux qui sont contenus dans l'unité de surface. Il y en aura donc un nombre représenté par $\frac{d^2\sigma}{k^2}$ sur l'aire élémentaire que nous considérons. Il est clair qu'on aura leur action sur la molécule magnétique M en multipliant par cette quantité $\frac{d^2\sigma}{k^2}$ les valeurs des forces relatives à un seul élément données par M. *Poisson*, et que nous venons de rappeler. On aura ainsi pour l'action de tous les élémens qui occupent l'aire $d\sigma$ décomposée dans le sens des x,

$$-\frac{h^3\delta\left\{3(x-x')\cos. i-\rho\cos. a\right\}d^2\sigma}{k^2\,\rho^4},$$

ou, en appelant m le rapport $\frac{h}{k}$ des petites lignes h et k,

rapport qui est, par hypothèse, un nombre constant pour tous les élémens magnétiques de la surface,

$$-\frac{m^2 h\delta\left\{3(x-x')\cos. i-\rho\cos. a\right\}d\sigma}{\rho^4}.$$

D'après le théorème que nous avons établi plus haut, cette expression devient

$$m^2\, h\delta.\, d\,\frac{u^2\, d\varphi}{\rho^3},$$

en l'intégrant dans toute l'étendue de la bande G*gh*H et en nommant u_1 et ρ_1, u_2 et ρ_2, les valeurs de u et de u aux deux limites de cette bande, on obtient

$$m^2\, h\delta\left(\frac{u^2{}_2\, d\varphi}{\rho_2^3}-\frac{u^2{}_1\, d\varphi}{\rho_1^3}\right)$$

pour l'action qu'exercent sur la molécule M les élémens magnétiques renfermés dans cette portion G*gh*H de la surface σ comprise entre les deux plans menés par MP, qui forment l'angle $d\varphi$. En supposant la surface σ terminée par un contour fermé s, dont ces deux plans coupent les deux bords, les limites de cette intégrale déterminées par ρ_1 et u_1,

ρ_2 et u_2, seront les deux petits arcs de ce contour compris entre les plans menés par MP.

Si l'on suppose maintenant que la surface σ soit fermée de toutes parts comme la surface d'une sphère ou d'un ellipsoïde, cette bande formera une zône complète rentrant sur elle-même. Dans ce cas, on reviendra à la même limite d'où l'on est parti; on aura $\rho_2 = \rho_1$, $u_2 = u_1$, et l'expression précédente sera nulle; chacune de ces zônes n'ayant donc aucune action, la surface entière n'en aura pareillement aucune sur la molécule magnétique M, et par conséquent elle n'en aura pas non plus sur un assemblage quelconque de molécules, c'est-à-dire sur un aimant.

Mais si nous supposons que la surface ne soit pas dans ce cas, et qu'elle soit terminée par un contour fermé s, il faudra intégrer, par rapport à φ, les deux parties dont se compose l'expression

$$m^2 h\delta\, d\varphi \left(\frac{u_1^2}{\rho_1^3} - \frac{u_2^2}{\rho_2^3} \right)$$

respectivement dans les deux portions AN_1B, AN_2B, du contour s déterminées par les deux plans tangens PMA, PMB, menés par la ligne MP. Mais il revient au même d'intégrer $m^2 h\delta \frac{u^2\, d\varphi}{\rho^3}$ dans toute l'étendue du contour s; car si l'on met pour u et φ leurs valeurs en fonctions de ρ, déduites des équations de la courbe s, on voit qu'en passant de la partie AN_1B à la partie BN_2A, $d\varphi$ change de signe et que

par conséquent les élémens de l'une de ces parties sont d'un signe contraire à ceux de l'autre.

D'après cela, si nous désignons par X la composante parallèle aux x de l'action totale qu'exerce l'assemblage des élémens magnétiques de la surface σ sur la molécule M, nous aurons

$$X = m^2 h\delta \int \frac{u^2 d\varphi}{\rho^3}$$

les quantités r, u et φ n'étant plus relatives qu'au contour S.

De même, en désignant par Y et Z les composantes parallèles aux y et aux z, nous aurons

$$Y = m^2 h\delta \int \frac{v^2 d\chi}{\rho^3}, \quad Z = m^2 h\delta \int \frac{w^2 d\psi}{\rho^3}.$$

D'après les expressions des forces X, Y, Z, on voit que l'action totale exercée par l'assemblage des élémens magnétiques de la surface σ sur la molécule M, est précisément la même que dans le cas où chaque élément ds du contour s, exercerait sur la molécule M une action représentée par une force dont les trois composantes parallèles aux axes seraient

$$m^2 h\delta \frac{u^2 d\varphi}{\rho^3}, \quad m^2 h\delta \frac{v^2 d\chi}{\rho^3}, \quad m^2 h\delta \frac{w^2 d\psi}{\rho^3}.$$

Car les sommes de ces composantes par tous les élémens ds, seront

$$m^2h\delta\int\frac{u^2d\varphi}{\rho^3},\ m^2h\delta\int\frac{v^2d\chi}{\rho^3},\ n^2h\delta\int\frac{w^2d\psi}{\rho^3},$$

c'est-à-dire identiques avec les forces X, Y, Z, auxquelles se réduit l'action de la surface σ. On voit aussi que cette action est indépendante de la forme de cette surface σ, de sorte qu'on peut faire varier cette forme à volonté, sans que l'action change, pourvu que le contour s reste le même.

Remarquons maintenant que $u^2d\varphi$, $v^2d\chi$, $w^2d\psi$ représentent les projections sur les trois plans des coordonnées du double de l'aire du petit secteur MsS (*fig.* 2), qui a pour sommet le point M et pour base l'élément sS $= ds$ du contour s. En désignant par θ l'angle que fait la direction de cet élément ds avec celle de la ligne ρ, et par λ, μ, γ les angles que fait avec les axes la perpendiculaire au plan du secteur MsS, on aura $\rho ds\ \sin.\ \theta$ pour le double de l'aire de ce secteur, et pour ses projections

$$u^2d\varphi = \rho ds\ \sin.\ \theta\ \cos.\ \lambda,$$
$$v^2d\chi = \rho ds\ \sin.\ \theta\ \cos.\ \mu,$$
$$w^2d\psi = \rho ds\ \sin.\ \theta\ \cos.\ \gamma.$$

Les trois forces parallèles aux axes qu'on suppose exercées par l'élément ds sur la molécule M, sont donc exprimées par

$$m^2 h\delta \frac{ds \sin.\theta \cos.\lambda}{\rho^2},\ m^2 h\delta \frac{ds \sin.\theta \cos.\mu}{\rho^2},$$

$$m^2 h\delta \frac{ds \sin.\theta \cos.\gamma}{\rho^2},$$

comme elles sont respectivement proportionnelles aux cosinus des angles λ, μ, γ, et elles donnent pour résultante, une force ayant pour valeur $m^2 h\delta \frac{ds \sin.\theta}{\rho^2}$, et dirigée suivant la perpendiculaire au plan du secteur M*s*S qui forme, avec les trois axes, les angles λ, μ, γ. Ainsi chaque élément *s*S du contour *s*, produit sur la molécule M une force proportionnelle à la longueur de cet élément, au sinus de l'angle que sa direction fait avec celle de la droite SM, en raison inverse du carré de la distance SM, et perpendiculaire au plan du secteur M*s*S. Or, c'est précisément une force ainsi déterminée qui a lieu entre une molécule magnétique et un élément de fil conducteur, d'après la loi dont j'ai parlé au commencement de ce Mémoire, d'où il suit que l'action de la surface couverte d'élémens magnétiques dont il est ici question, sur une molécule magnétique, est identique à celle qu'un fil conducteur exercerait sur la même molécule, s'il était substitué au contour fermé qui circonscrit cette surface. C'est ainsi qu'on peut rendre raison de cette loi dans la première hypothèse, où tout doit être ramené à l'action mutuelle des molécules magnétiques australes et boréales.

La seconde application que nous ferons du théorème ci-dessus consiste à montrer qu'en considérant au contraire cette loi comme un fait général, indépendant de toute hypothèse, on trouve que l'action exercée par un solénoïde électro-dynamique sur une molécule magnétique, est identique à celle qu'un aimant dont les pôles seraient situés aux deux extrémités du solénoïde, exercerait sur la même molécule.

Pour cela, nous remarquerons d'abord qu'en conservant toutes les dénominations précédentes, et en désignant par μ un coefficient constant, la loi dont il est ici question consiste en ce que la force exercée par un élément de fil conducteur, sur une molécule magnétique, est exprimée par

$$\frac{\mu ds \sin. \theta}{\rho^2}$$

et que ses trois composantes parallèles aux axes des x, des y et des z, le sont respectivement par

$$\frac{\mu u^2 d\varphi}{\rho^3}, \frac{\mu v^2 d\chi}{\rho^3}, \frac{\mu w^2 d\psi}{\rho^3}.$$

Pour avoir celles d'un circuit fermé AGBH circonscrivant une portion d'une surface quelconque représentée par σ, il faudrait intégrer ces expressions dans toute l'étendue du circuit, ou, ce qui revient au même, en considérant par exemple la première, et concevant par la coordonnée PM

les plans tangens PMA, PMB, intégrer de A en B la différence des deux valeurs de cette expression, qui sont relatives à deux élémens correspondans Gg, Hh, compris entre deux plans passant par PM, et formant entre eux l'angle $d\varphi$, en désignant pour u_2, r_2 et u_1, r_1, les valeurs de u_1, r, qui se rapportent à l'arc AHB et AGB, on a ainsi pour la composante cherchée

$$\mu\int\left(\frac{u_2^2}{\rho_2^3}-\frac{u_1^2}{\rho_1^3}\right)d\varphi=\mu\int d\varphi\int d\,\frac{u^2}{\rho^3}=\mu\iint d\,\frac{u^2 d\varphi}{\rho^3},$$

la double intégrale qui entre dans cette expression, étant prise dans toute l'étendue de la surface terminée par le contour AGBH.

En vertu de notre théorème, cette valeur devient :

$$\mu\iint\frac{[3\,(x-x')\,cos.\,i-\rho\,cos.\,a]\,d\delta}{\rho^4},$$

et si la surface est plane, et que ses dimensions soient assez petites pour qu'on n'en doive conserver dans le calcul que les premières puissances, il faudra regarder comme des quantités constantes, dans cette double intégrale, les droites x, ρ, et les angles a, i, on aura ainsi :

$$\frac{\mu\,[3\,(x-x')\,cos.\,i-\rho\,cos.\,a]}{\rho^4}\iint d\delta,$$

or $\int\int ds$ est évidemment l'aire même de cette surface, en sorte qu'en la représentant par λ, on a

$$\frac{\mu\lambda[\rho \cos. a - 3(x-x')\cos. i]}{\rho^4},$$

pour la composante parallèle à l'axe des x de l'action exercée sur la molécule magnétique par le petit circuit qui circonscrit cette aire.

Le solénoïde étant un assemblage de tels circuits situés sur une ligne donnée dans des plans équidistans et perpendiculaires à cette ligne, si l'on nomme g la distance de deux plans consécutifs, et ds une portion infiniment petite de la ligne donnée, il faudra multiplier l'expression précédente par $\frac{ds}{\cos. g}$; mais il est aisé de voir que $ds \cos. i = d\rho$ et que $ds \cos. a = dx$, en sorte que l'action de la portion du solénoïde correspondante à ds, sera

$$-\frac{\mu\lambda}{g}\cdot\frac{\rho dx - 3(x-x')\rho d\rho}{\rho^4},$$

dont l'intégrale est

$$\frac{\mu\lambda}{g}\left[C - \frac{x-x'}{\rho^3}\right],$$

c'est-à-dire

$$\frac{\mu\lambda}{g}\left[\frac{x_1 - x'}{\rho_1^3} - \frac{x_2 - x'}{\rho_2^3}\right],$$

en représentant par x_1 et x_2 les abscisses des deux extrémités du solénoïde.

On trouvera de même pour les composantes parallèles aux axes des y et des z

$$\frac{\mu\lambda}{g}\left[\frac{y_1 - y'}{\rho_1^3} - \frac{y_2 - y'}{\rho_2^3}\right],$$

$$\frac{\mu\lambda}{g}\left[\frac{z_1 - z'}{\rho_1^3} - \frac{z_2 - z'}{\rho_2^3}\right].$$

Ces trois forces passent par la molécule magnétique, quelqu'hypothèse qu'on admette relativement au point d'application des forces élémentaires, puisque les courans du solénoïde forment des circuits fermés, et que nous démontrerons bientôt (pages 31-33), que dans ce cas les trois hypothèses conduisent identiquement aux mêmes résultats ; il est évident d'ailleurs qu'on peut les remplacer par six forces, savoir :

$$\frac{\mu\lambda}{g}\cdot\frac{x_1 - x'}{\rho_1^3}, \frac{\mu\lambda}{g}\cdot\frac{y_1 - y'}{\rho_1^3}, \frac{\mu\lambda}{g}\cdot\frac{z_1 - z'}{\rho_1^3},$$

$$-\frac{\mu\lambda}{g}\cdot\frac{x_2-x'}{\rho_2^3},-\frac{\mu\lambda}{g}\cdot\frac{y_2-y'}{\rho_2^3},-\frac{\mu\lambda}{g}\frac{z_2-z'}{\rho_2^3},$$

les trois premières ont une résultante égale à $\frac{\mu\lambda}{g\rho_1^2}$, parce que $\sqrt{(x_1-x')^2+(y_1-y')^2+(z_1-z')^2}=\rho_1$, et qui est dirigée suivant la droite qui joint la molécule magnétique à l'extrémité du solénoïde dont les coordonnées sont x_1, y_1, z_1, puisque les cosinus des angles, que sa direction forme avec les trois axes, sont proportionnels à x_1-x', y_1-y', z_1-z', et sont par conséquent, égaux à

$$\frac{x_1-x'}{\rho_1},\frac{y_1-y'}{\rho_1},\frac{z_1-z'}{\rho_1},$$

on trouve de même, pour la résultante des trois autres, une force égale à $\frac{\mu\lambda}{g\rho_2^2}$, dont les angles avec les trois axes sont

$$-\frac{x_2-x'}{\rho_2},-\frac{y_2-y'}{\rho_2},-\frac{z_2-z'}{\rho_2},$$

et qui est dirigée suivant la droite menée de la molécule magnétique à l'autre extrémité du solénoïde, mais qui, à cause des signes contraires des cosinus, est répulsive quand la première est attractive, et réciproquement.

Ces deux forces sont évidemment celles qu'exercerait

sur la molécule un aimant dont les deux pôles seraient situés aux deux extrémités du solénoïde.

Comme un barreau aimanté peut toujours être considéré comme un assemblage de petits aimans, il suit de là qu'on peut faire dépendre l'action qu'il exerce sur une molécule magnétique, et par conséquent, sur un autre barreau, à la même force élémentaire que l'action découverte par M. *OErsted*, entre un fil conducteur et un aimant; mais qu'il faut, pour cela, considérer l'aimant comme un assemblage de courans électriques formant autant de solénoïdes que l'on y conçoit de petits aimans.

Revenons maintenant aux résultats par lesquels nous avons au contraire ramené l'action découverte par M. *OErsted* à celle d'une surface recouverte d'élémens magnétiques, qui ne peut avoir lieu que quand les fils conducteurs forment des circuits fermés, et remarquons que l'ensemble de la pile et de tous les conducteurs forment toujours un circuit ou plutôt un assemblage de circuits de ce genre; car les fils conducteurs et surtout la pile ne peuvent point être considérés comme une simple ligne formant un circuit fermé, mais doivent être comme une multitude de circuits fermés, passant par tous les points de chaque section transversale du fil, et s'écartant les uns des autres lorsqu'ils entrent dans la pile, pour en traverser successivement les plaques de cuivre et de zinc aux différens points des surfaces de ces plaques.

Il suit de cette considération et des calculs que nous ve-

nons de faire, que toutes les expériences où l'on fait agir sur un aimant mobile, considéré comme un assemblage de molécules magnétiques, un conducteur fixe de forme quelconque, ce conducteur, formant avec la pile des circuits complétement fermés, peuvent toujours être représentés, en supposant qu'on substitue à ces circuits des surfaces couvertes d'élémens magnétiques, comme nous venons de le voir. Au reste, les conducteurs forment toujours des circuits fermés, quand ils sont fixes.

Mais outre les actions d'un conducteur fixe sur un aimant, nous avons encore à considérer celles d'un aimant fixe sur une portion mobile de conducteur. Toutes les parties d'un aimant étant invariablement liées entr'elles, il faut que l'aimant soit en masse ou fixe ou mobile. Mais dans le conducteur, il peut y avoir des parties fixes et des parties mobiles. Nous ne supposerons jamais qu'une partie mobile, tout le reste mobile du circuit voltaïque total étant fixe, car on dirait pour chaque partie, soit mobile, soit fixe, ce que nous allons dire d'une seule.

Il faut distinguer avec soin deux cas : le premier dans lequel la partie mobile du conducteur forme à elle seule un circuit solide fermé, ou plutôt presque fermé; car il est impossible que la partie solide mobile le soit rigoureusement, puisqu'il faut que les deux extrémités communiquent avec le reste du circuit, et où la partie fixe forme aussi un circuit fermé; le second celui où la partie mobile, et par conséquent le reste du circuit ne forment

pas, chacun en particulier, un circuit fermé, mais où c'est seulement leur ensemble qui l'est. Ainsi dans ma *Description d'un Nouvel Appareil Électro-dynamique*, les conducteurs des *fig.* 4, 5, 6, forment des circuits presque fermés, où il ne manque, pour qu'ils le soient complétement, que l'intervalle des deux pointes x et y, tandis que ceux des *fig.* 13, 14, 15, ne le sont pas.

Examen du cas où les portions du conducteur forment des circuits fermés.

Des deux portions du conducteur, l'une est toujours censée fixe et l'autre mobile. Discutons, dans chaque cas, tout ce qui doit résulter de l'action mutuelle de l'aimant et du circuit total. En concevant l'aimant fixe et une portion mobile que forme un circuit fermé, on peut, d'après ce que nous venons de voir, substituer à cette portion fermée une surface couverte d'élémens magnétiques uniformément distribués, comme nous l'avons dit. Alors l'action qu'une des molécules de l'aimant exerce sur cette portion mobile est la résultante de toutes les actions exercées sur les élémens magnétiques compris dans la surface, d'où il suit que les trois composantes X, Y, Z, parallèles aux axes, passent aussi par cette molécule. Ces trois composantes étant

$$m^2h\delta\int\frac{u^2d\varphi}{\rho^3},\ m^2h\delta\int\frac{v^2d\chi}{\rho^3},\ m^2h\delta\int\frac{w^2d\varphi}{\rho^3},$$

leurs momens relatifs aux trois axes des coordonnées, seront

$$\mathrm{X}y - \mathrm{Y}x = m^2h\delta\left(y\int\frac{u^2d\varphi}{\rho^3} - x\int\frac{v^2d\chi}{\rho^3}\right)$$

$$= m^2h\delta\int\frac{yu^2d\varphi - xv^2d\chi}{\rho^3},$$

$$\mathrm{Z}x - \mathrm{X}z = m^2h\delta\int\frac{xw^2d\psi - zu^2d\varphi}{\rho^3},$$

$$\mathrm{Y}z - \mathrm{Z}y = m^2h\delta\int\frac{zv^2d\chi - yw^2d\psi}{\rho^3}.$$

en observant que x, y et z, sont constantes dans les intégrations.

Dans le *Précis de la Théorie de Phénomènes électro-dynamiques*, j'ai donné les trois composantes et les trois momens de l'action exercée par un circuit voltaïque fermé, sur l'extrémité d'un solénoïde indéfini, dont on suppose l'autre extrémité infiniment éloignée, et il suit des formules auxquelles je suis parvenu, que les trois composantes de l'action exercée par ce circuit sur l'extrémité du solénoïde, qui sont égales et opposées à celles de l'extrémité du solénoïde sur le circuit, ont précisément les mêmes valeurs que les précédentes, excepté que le coefficient constant $m^2h\rho$ s'y trouve remplacé par $\frac{1}{2}ii'$, moitié du produit des deux intensités i et i' du courant du circuit et de ceux du solénoïde; en sorte

qu'elles deviennent égales quand on suppose ce qui est permis $\frac{1}{2}ii' = m^2h\rho$.

Mais les momens ne paraissent pas les mêmes, car les forces que j'ai données pour l'action du solénoïde sur le circuit, sont appliquées aux milieux des élémens de ce circuit. Cependant, nous allons démontrer que toutes les fois qu'il s'agit d'un circuit fermé, les valeurs des momens sont les mêmes, soit que les forces se trouvent appliquées aux élémens mêmes, soit qu'elles passent toutes par un point lié avec le circuit et placé à l'endroit où est la molécule magnétique ou l'extrémité du solénoïde.

En appelant x, y, z, les coordonnées de l'élément ds du circuit, les sommes des momens qui tendent à faire tourner le circuit autour de l'axe des z, lorsque les forces sont appliquées aux élémens ds, seront

$$\frac{1}{2}ii'\int\frac{y''u^2d\varphi - x''v^2dx}{\rho^3}.$$

Mais si les mêmes forces étaient appliquées au point dont les coordonnées sont $x, y, z,$ point qu'on suppose lié avec le conducteur sans l'être avec la molécule magnétique, la somme des momens autour de l'axe des z, serait, comme

nous l'avons vu, en supposant toujours $m^2h\delta = \frac{1}{2}ii'$,

$$\frac{1}{2}\, ii' \int \frac{y u^2 d\varphi - x v^2 d\chi}{\rho^3}.$$

La différence entre ces deux sommes de momens, relatives aux deux hypothèses, est

$$\frac{1}{2}\, ii' \int \frac{(y''-y)\, u^2 d\varphi - (x''-x)\, v^2 d\chi}{\rho^3}.$$

Mais on a

$$u^2 d\varphi = (y''-y)\, dz'' - (z''-z)\, dy''$$
$$v^2 d\chi = (z''-z)\, dx'' - (x''-x)\, dz''.$$

En substituant ces valeurs dans l'expression précédente, elle devient

$$\frac{1}{2}\, ii' \int \frac{[(x''-x)^2 + (y''-y)^2]\, dz'' - (z''-z)[(x''-x)\, dx'' + (y''-y)\, dy'']}{\rho^3}$$

$$= \frac{1}{2}\, ii' \int \frac{[\rho^2 - (z''-z)^2]\, dz'' - (z''-z)\,[\rho d\rho - (z''-z)\, dz'']}{\rho^3}$$

$$= \frac{1}{2}\, ii' \int \frac{\rho dz'' - (z''-z)\, d\rho}{\rho^2}$$

$$= \frac{1}{2}\, ii' \left(\frac{z''-z}{\rho} + const. \right)$$

Or, si le circuit est fermé, cette intégrale s'évanouit aux limites, de sorte que la différence dans les deux sommes de momens est nulle, et que ces deux sommes sont égales;

d'où il suit que la résultante des forces appliquées aux élémens *ds* du contour fermé *s*, passe par la molécule magnétique, comme dans l'hypothèse des élémens magnétiques. Ainsi, dans mon hypothèse où toutes les forces sont appliquées aux élémens *ds*, on a les mêmes composantes et les mêmes sommes de momens que quand on considère la surface σ couverte d'élémens magnétiques, mais cette identité n'a lieu qu'autant que le circuit est fermé.

Il existe une troisième manière de concevoir l'action mutuelle d'une molécule magnétique et d'un élément : c'est de supposer que cette action mutuelle produise à la fois deux forces de même intensité, toutes deux perpendiculaires au plan du petit secteur M*s*S (*fig.* 2), agissant en sens contraires, suivant deux directions parallèles, l'une passant par la molécule magnétique et l'autre par le milieu de l'élément, en sorte qu'elles forment un couple que les physiciens, qui adoptent cette manière de voir, regardent comme l'action électro-magnétique primitive. Dès lors, quand il s'agit d'un aimant mobile, si tout le circuit est fixe, on voit immédiatement que l'action de pareilles forces est identique par la définition même, avec celle qui résulte de la considération des élémens magnétiques, tandis que, quand il s'agit d'un aimant fixe et d'une portion mobile du circuit voltaïque fermé, elle est identique avec la mienne. Ainsi, tant qu'il est question d'un circuit fermé, et que, par conséquent, les forces résultantes de la considération des élémens magnétiques, et celles que j'admets entre les élémens de fils con-

ducteurs, sont identiques, celles qui résulteraient de l'hypothèse du couple primitif, leur sont également identiques, soit que l'aimant soit fixe ou mobile, de sorte qu'il est impossible qu'aucune expérience puisse faire distinguer entre ces trois hypothèses laquelle doit être préférée, puisqu'elles donnent toutes également les mêmes forces et les mêmes momens.

Maintenant, nous pouvons démontrer que tout mouvement continu est impossible, soit pour l'aimant mobile, soit pour une portion de conducteur supposée mobile, toutes les fois que cette portion mobile du conducteur, et l'autre qui est fixe, forment, chacune en particulier, un circuit considéré comme fermé.

D'après ce qui précède, nous pouvons remplacer la partie mobile fermée par une surface σ couverte d'élémens magnétiques uniformément distribués, comme nous l'avons dit. L'action ne sera nullement altérée par cette substitution. Mais alors nous pouvons regarder les molécules de l'aimant et les élémens magnétiques de la surface σ, comme deux systèmes solides de points matériels, exerçant les uns sur les autres des forces attractives et répulsives, dirigées suivant les droites qui les joignent et fonctions des distances (puisqu'elles sont en raison inverse des carrés de ces distances).

Donc, si ces forces produisent le mouvement, le principe de la conservation des forces vives aura lieu pour les deux systèmes. En vertu de ce principe, si chacun de ces systèmes n'a que la liberté de tourner autour d'un point ou

d'un axe fixe auquel il soit lié, ce qui est le cas de toutes les expériences, les vitesses que prendront leurs différens points ne pourront pas croître indéfiniment. Il faut, en effet, d'après le principe, que la somme des forces vives, c'est-à-dire, la somme des produits des masses en mouvement par les carrés de leurs vitesses, soit constante, quand il n'y a ni frottemens ni résistances, et qu'elle diminue sans cesse quand il y en a. D'où il suit que les vitesses ne peuvent pas croître indéfiniment, ni même finir par devenir constantes, puisque l'effet des frottemens est de les diminuer sans cesse. Les deux systèmes ne peuvent donc pas prendre de mouvement qui soit indéfiniment continu, avec l'accélération nécessaire pour leur faire vaincre les résistances et les frottemens qu'ils éprouvent; ils doivent donc tendre au repos et finir par s'arrêter dans une position d'équilibre déterminée, après avoir oscillé autour d'elle, position qu'on démontre être celle où la somme des forces vives est un *maximum* entre toutes les valeurs qu'elle prend aux environs de cette position, dans un mouvement quelconque.

Mais nous avons établi plus haut que l'action mutuelle de l'aimant et d'un circuit voltaïque fermé, est précisément la même que celle de cet aimant et de la surface σ couverte d'élémens magnétiques, et ayant ce circuit pour contour. Donc aussi, l'impossibilité d'un mouvement continu et accéléré, soit de l'aimant, soit de la portion mobile du conducteur, est démontrée.

D'après ce que nous avons dit précédemment, cette pro-

position a lieu, quelle que soit l'hypothèse qu'on adopte sur le point d'application des forces élémentaires qui s'exercent entre les molécules de l'aimant et les élémens du fil conducteur.

C'est là le théorème que je m'étais spécialement proposé de démontrer dans cette lettre; et l'on voit que la démonstration consiste à ramener toute action entre un aimant et une portion fermée de conducteur à des forces qui sont simplement fonctions des distances des points entre lesquels elles s'exercent, et dirigées suivant les droites qui joignent ces points, parce qu'il est reconnu par tous les mathématiciens que de telles forces ne peuvent jamais produire de mouvement avec accélération continue, autour d'axes ou de points fixes quelconques.

Je concluerai en outre des calculs précédens qu'il n'est pas possible de distinguer par les phénomènes que présentent les circuits fermés, laquelle des trois hypothèses est la véritable, puisqu'elles donnent toutes les mêmes résultats. On ne peut espérer de décider la question qu'en passant aux cas où les deux portions, l'une fixe, l'autre mobile du courant voltaïque, ne forment pas des circuits fermés. Je vais maintenant en dire quelques mots.

L'expérience prouve alors qu'en supposant un aimant fixe, on peut obtenir un mouvement continu autour d'un axe de la partie mobile du conducteur qui ne forme pas un circuit fermé, pourvu que les deux extrémités ne soient pas dans cet axe.

Ce mouvement, découvert par M. *Faraday*, est décrit et expliqué dans le *Manuel d'Électricité dynamique*, de M. *Demonferrand*.

Voyons ce qui résulte de ce phénomène, relativement aux trois hypothèses précédentes.

L'existence du mouvement dont il s'agit autour d'un axe, quand même cet axe passerait par les pôles de l'aimant considérés comme des molécules magnétiques, prouve que les forces élémentaires qu'exercent ces molécules sur les élémens du fil conducteur, ne passent pas par les points où ces pôles sont situés. La première hypothèse est donc exclue par ce fait, et je n'aurai, par conséquent, plus à en parler.

Mais les deux autres subsistent et donnent des effets identiques, puisqu'il en résulte également des forces agissant sur la partie mobile du conducteur, et passant par les milieux des élémens sur lesquels elles s'exercent. Cette expérience ne prouve donc rien encore en faveur de l'une ou l'autre hypothèse.

Mais quand l'aimant est mobile, ainsi qu'une portion non fermée du conducteur, et qu'on examine le mouvement de l'aimant, il semble d'abord qu'il doit y avoir une différence entre le mouvement que doit prendre l'aimant dans l'hypothèse du couple primitif et celui qu'il doit prendre dans la mienne. Car dans celle du couple primitif, les forces qui meuvent l'aimant passent par ses molécules; dans la mienne, elles passent par les élémens. Les momens de ces deux systèmes de forces considérés dans l'action mutuelle de l'ai-

mant et de la portion mobile non fermée diffèrent alors, puisque l'intégrale qui exprime la différence de ces momens, savoir :

$$\frac{1}{2}\, ii'\left(\frac{z''-z}{\rho}+const.\right)$$

devient

$$\frac{1}{2}\, ii'\left(\frac{z_2''-z}{\rho_2}-\frac{z_1''-z}{\rho_1}\right)$$

z_1'', ρ_1 et z''_2, ρ_2 appartenant aux deux extrémités de la portion non fermée de conducteur, et que cette intégrale n'est pas nulle, si ce n'est dans le cas où les deux extrémités de cette portion se trouvent en ligne droite avec la molécule.

Mais ce n'est pas seulement la portion mobile de circuit voltaïque qui agit alors sur l'aimant, il faut aussi avoir égard à l'action qu'exerce sur lui la portion fixe de circuit dans laquelle la pile est comprise. Cette considération change entièrement les conséquences qu'on pourrait déduire de la différence des mouvemens que nous venons de calculer, puisque cette différence n'a plus lieu pour le circuit entier formé de ces deux portions, et qui est nécessairement fermé. Quand on fait attention à cette circonstance, on voit que les mouvemens produits doivent être les mêmes dans les deux hypothèses, et que, pour se faire une idée nette de ces mouvemens, il faut encore distinguer deux cas, celui où l'aimant, dans le mouvement qu'il prend pour aller à la

position où il s'arrêterait en équilibre après avoir oscillé autour d'elle, si tout le circuit voltaïque était fixe, dérange la portion mobile du conducteur, et celui où il la laisse à la place qu'elle occupait; ce dernier est identique avec celui où le conducteur entier est fixe, et ainsi il ne peut donner lieu à un mouvement continu. Mais si l'aimant dans son mouvement dérange la portion mobile du conducteur, sa propre position d'équilibre sera aussi déplacée, et il pourra arriver qu'elle s'éloigne toujours de manière que l'aimant n'y parvienne jamais; c'est là la cause des mouvemens continus, ou indéfiniment accélérés qu'il peut prendre dans les divers cas où il déplace ainsi la partie mobile du circuit voltaïque par son propre mouvement. Ce déplacement peut avoir lieu de diverses manières, suivant que le courant de la partie mobile du circuit a lieu dans un fluide conducteur sur lequel flotte l'aimant, qu'il traverse l'aimant lui-même, ou qu'il est conduit par un fil de cuivre lié à cet aimant et mobile avec lui; j'ai discuté le premier de ces trois cas, dans une lettre à M. le professeur *Gherardi*, qu'on trouvera en forme de supplément à la suite de ce Mémoire, je me bornerai ici à examiner les deux autres, dans lesquels l'aimant et la portion mobile du circuit voltaïque, forment un système dont toutes les parties sont invariablement liées entre-elles. Pour cela, je remarquerai d'abord que dans un barreau aimanté EF (*fig.* 1), il y a deux points A et B, tels que la résultante de toutes les forces exercées par les élemens magnétiques du barreau EF,

sur une molécule magnétique M, est sensiblement la même que celle de deux forces appliquées en M et agissant suivant les droites MA, MB, l'une attractive et l'autre répulsive, et en raison inverse du carré de ces droites, en sorte qu'en faisant AM = r et BM = r', si la force MU suivant MA est $\frac{\mu}{r^2}$, la force MV suivant MB sera $-\frac{\mu}{r'^2}$.

Les points A et D sont ce qu'on nomme les pôles de l'aimant EF.

La réduction de toutes les forces exercées par les élémens magnétiques sur la molécule magnétique M, à ces deux forces $\frac{\mu}{r^2}$ et $-\frac{\mu}{r'^2}$, n'est au reste qu'une approximation, mais elle suffit pour l'explication des phénomènes généraux que présentent les aimans. M. *Poisson* a démontré qu'on doit l'admettre rigoureusement pour chaque élément magnétique.

Les deux pôles d'un tel élément étant situés sur son axe à une distance très-petite, qu'on peut prendre à volonté dans l'intérieur de l'élément, en faisant varier la constante μ en raison inverse de cette distance, pourvu que celle-ci reste toujours infiniment petite, relativement à la distance de l'élément magnétique au point sur lequel il agit.

Supposons maintenant, qu'au lieu d'agir sur la molécule M (*fig.* 1), l'aimant EF agisse sur une portion infiniment petite de fil conducteur mM (*fig.* 2), dont la direction soit quelconque.

Si l'on fait toujours AM $= r$, BM $= r'$, qu'on nomme ω et ω' les angles AMT, BMT, formés par ces droites avec la direction MT de la petite portion *m*M de fil conducteur, et *ds* la longueur de cette petite portion, et qu'on fasse passer par les mêmes pôles A, B, du barreau EF et par M*m*, les plans A*m*M, B*m*M, d'après la formule dont il est ici question, la résultante de toutes les forces exercées par les élémens magnétiques du barreau EF sur *m*M, sera la même que celle de deux forces OU, OV, appliquées à *m*M vers son milieu O, perpendiculaires aux plans A*m*M, B*m*M, réciproquement proportionnelles aux carrés des distances AM, BM, et en raison directe des sinus des angles AMT, BMT, et de la longueur de *m*M, en sorte que les valeurs de ces forces sont $\frac{\mu ds \sin. \omega}{r^2}$, $-\frac{\mu ds \sin. \omega'}{r'^2}$.

La réduction de toutes les forces exercées par les élémens magnétiques du barreau EF sur *m*M, à ces deux forces $\frac{\mu ds \sin. \omega}{r^2}$, $-\frac{\mu ds \sin. \omega'}{r'^2}$, doit aussi être considérée comme une approximation suffisante pour l'explication des phénomènes, et qui, d'après des calculs dont il ne peut être question ici, puisque nous regardons ces forces comme déduites de l'expérience, serait rigoureusement exacte pour chaque élément magnétique, en lui assignant deux pôles, comme nous l'avons dit plus haut.

Au reste, c'est en la supposant vraie pour les deux pôles

d'un assez petit aimant de forme parallèlipipède, que M. *Biot* l'a vérifiée dans les expériences déjà citées, et qu'elle s'est trouvée aussi exacte qu'on pouvait le désirer.

Voici maintenant comment j'ai transformé les valeurs de ces forces.

Si l'on nomme dv le double de l'aire du petit secteur mAM, dont la base $m\text{M} = ds$, et dont la hauteur est évidemment $r \sin. \omega$, on aura $dv = rds \sin. \omega$, et comme la valeur $\frac{\mu ds \sin. \omega}{r^2}$ de la force OU, peut s'écrire ainsi :

$$\frac{\mu rds \sin. \omega}{r^3}, \text{ elle deviendra } \frac{\mu dv}{r^3}.$$

La composante de cette force suivant une droite OS, qui forme avec la direction de OU, un angle quelconque ε, a donc pour valeur $\frac{\mu dv \cos. \varepsilon}{r^3}$, mais $dv \cos. \varepsilon$ est le double de la projection de l'aire AmM, sur le plan perpendiculaire à la droite OS, d'où il suit qu'en nommant du, le double de cette projection, on a

$$\frac{\mu du}{r^3},$$

pour la composante suivant OS ; en nommant du' le double de la projection de l'aire BmM, sur le même plan perpendiculaire à OS, on trouve de même, pour la composante de OV suivant la même droite OS,

$$-\frac{\mu du'}{r'^3},$$

d'où il suit que la force totale suivant OS est

$$\frac{\mu du}{r^3}-\frac{\mu du'}{r'^3}.$$

Cherchons maintenant le moment de rotation de la petite portion de fil conducteur mM (*fig.* 3) autour de l'axe GH du barreau EF, c'est-à-dire, de la droite qui passe par ses pôles A et B. Pour cela, faisons passer un plan par GH et par le milieu O de mM, et prenons la valeur de la composante OS perpendiculaire à ce plan; du étant le double de la projection AnN de AMm sur ce même plan, aura pour valeur le produit du carré du rayon vecteur AN $= r$ par l'angle nAN : or, en nommant θ l'angle GAn, on a évidemment nAN $= d\theta$, et par conséquent $du = r^2 d\theta$, ce qui réduit le premier terme de $\frac{\mu du}{r^3}-\frac{\mu du'}{r'^3}$ valeur de la force OS, à $\frac{\mu d\theta}{r}$. Pour avoir le moment de rotation résultant de ce terme, il faut le multiplier par la perpendiculaire OP $= r\ sin.\ \theta$, et l'on voit que la distance r disparaît de l'expression de ce moment qui est

$$\mu d\theta\ sin.\ \theta.$$

On trouve de même qu'en nommant θ' l'angle GBn, la valeur du second de la même force se réduit à $-\frac{\mu d\theta'}{r'}$, qu'il faut multiplier par OP $= r' \sin. \theta'$, pour avoir le moment qui en résulte, et qui est par conséquent égal à

$$-\mu d\theta' \sin. \theta',$$

on a donc

$$\mu \left(d\theta \sin. \theta - d\theta' \sin. \theta' \right),$$

pour le moment total avec lequel l'aimant tend à faire tourner autour de son axe la petite portion mM de fil conducteur.

La force totale exercée sur mM par l'aimant EF, et qui se décompose dans les deux forces OU, OV (*fig.* 2), peut résulter de différentes manières, de forces exercées sur mM par les différents points de l'aimant, suivant les droites qui joignent ces points à cette portion mM de fil conducteur, supposée infiniment petite, et avec la condition que celle-ci réagisse avec des forces égales sur les mêmes points et suivant les mêmes droites. Il faut seulement, pour que les forces OU, OV, puissent être perpendiculaires aux plans AmM, BmM, que parmi celles qui émanent de chaque point de l'aimant et agissent sur mM, les unes soient attractives, et les autres répulsives, ce qui a lieu, comme on sait, pour

toutes les forces exercées par les divers points des aimans. Cette condition de l'action égale à la réaction, suivant les mêmes droites, entre *m*M et tous les points de l'aimant, est une suite nécessaire de ce que les molécules des fluides impondérables, ne peuvent agir que comme celles des corps pondérables et doivent, comme celles-ci, lors même qu'elles sont en mouvement, exercer à chaque instant la même action que si elles étaient en repos là où elles se trouvent à cet instant. On sait d'ailleurs, que le mouvement des deux fluides électriques dans le circuit voltaïque, s'opère par une série de compositions et de décompositions du fluide neutre, sans qu'il en sorte ou en entre dans le circuit, puisqu'on peut le recouvrir d'un vernis isolant, sans rien changer aux actions qu'il exerce.

Dès-lors, on ne peut se refuser à cette conséquence de l'égalité entre l'action et la réaction suivant les mêmes droites, et de tout ce qu'on sait d'ailleurs des lois générales de la nature, que si l'on lie *m*M (*fig.* 3), avec l'aimant EF, de manière à en composer un système de forme invariable, leur action mutuelle ne pourra produire aucun mouvement dans ce système; ce sera comme si cette action n'existait pas, puisque toutes les forces dont elle résulte se trouvent égales et opposées deux à deux, appliquées à des points invariablement liés entre eux, et par conséquent en équilibre.

Supposons, comme dans les expériences faites à ce sujet, que la petite portion *m*M et le barreau EF, ne puissent se mouvoir qu'en tournant autour d'un axe quelconque : s'ils

sont liés invariablement, tout sera immobile; si on rompt la liaison qui les unit, ils tourneront en sens contraires autour de cet axe avec des momens égaux en intensité, et par conséquent, avec des vitesses réciproquement proportionnelles à leurs momens d'inertie, pris par rapport à l'axe autour duquel ils sont assujétis à tourner.

Si nous prenons pour cet axe, l'axe GH de l'aimant EF, nous aurons

$$\mu\,(d\theta\; sin.\, \theta - d\theta'\; sin.\, \theta')$$

pour le moment de rotation de *m*M autour de GH, et

$$-\,\mu\,(d\theta\; sin.\, \theta - d\theta'\; sin.\, \theta')$$

pour celui de l'aimant autour de ce même axe.

Si l'on intègre ce dernier pour un arc $L_1\, L_2$ de fil conducteur, en représentant par θ_1, θ_2, les valeurs de θ aux points L_1, L_2, et θ'_1, θ'_2, celles de θ' aux mêmes points, on aura pour le moment de rotation imprimé à l'aimant par l'arc $L_1\, L_2$,

$$\mu\,(cos.\, \theta_2 - cos.\, \theta_1 - cos.\, \theta'_2 + cos.\, \theta_1').$$

Dans la figure 4,

$$\theta_1 = GAL_1,$$

$$\theta_2 = GAL_2,$$

$$\theta'_1 = GBL_1,$$

$$\theta'_2 = GBL_2.$$

Il suit de cette valeur, que le moment de rotation imprimé à l'aimant autour de son axe GH, par l'arc de fil conducteur L_1OL_2, est indépendant de la forme et de la grandeur de cet arc, et ne dépend que de la situation de ces extrémités L_1 et L_2 à l'égard des pôles A et B du barreau EF.

Si on substitue à L_1OL_2 un autre arc L_1KL_2, terminé aux mêmes points L_1L_2, le moment sera exactement le même, pourvu qu'ils soient parcourus par le courant électrique dans le même sens, par exemple, de L_1 en L_2, comme l'indiquent les flèches de la figure 4.

Mais si l'on change le sens du courant dans L_1KL_2 en le faisant revenir de L_2 en L_1, comme il est marqué par les flèches de la figure 5, l'ensemble de L_1OL_2 et de L_2KL_1, qui forme le circuit fermé $L_1OL_2KL_1$, n'aura plus aucune action pour faire tourner l'aimant autour de son axe GH, puisque les deux parties dont il se compose, exerceront alors sur l'aimant deux momens de rotation égaux et de signes contraires; c'est ce qui résulte également de la valeur générale

$$\mu\,(\cos.\,\theta_2 - \cos.\,\theta_1 - \cos.\,\theta'_2 + \cos.\,\theta'_1),$$

puisque pour un circuit fermé, les deux limites L_1, L_2 étant à un même point, on a

$$\cos.\,\theta_2 = \cos.\,\theta_1\,,$$
$$\cos.\,\theta_2' = \cos.\,\theta_1'\,;$$

et cela, soit que l'aimant soit hors du circuit, ce qui donne

$$\theta_2 = \theta_1\,,$$
$$\theta'_2 = \theta'_1\,,$$

soit qu'il soit dans l'intérieur du circuit, auquel cas

$$\theta_2 = \theta_1 + 2\pi\,,$$
$$\theta'_2 = \theta'_1 + 2\pi.$$

C'est ce que les physiciens de Genève ont vérifié par les expériences les plus exactes et les plus multipliées : ils cherchèrent avec des appareils extrêmement mobiles et en variant, de toutes les manières possibles, la forme des circuits fermés, à faire tourner l'aimant autour de son axe par l'action de ces circuits, sans parvenir à produire ce mouvement.

Il est évident qu'en prouvant par l'expérience que, quelle que soit la forme du circuit fermé, son action est toujours nulle, on constate en même temps l'exactitude de ce résultat du calcul, que le moment de rotation imprimé par un

arc quelconque, ne dépend ni de sa forme, ni de sa grandeur, mais seulement de la situation de ses extrémités relativement aux pôles de l'aimant; car si les actions des deux circuits fermés $L_1OL_2KL_1$ et $L_1OL_2K'L_1$ (*fig.* 6), qui ont une partie commune L_1OL_2, sont toutes deux nulles, il faut bien que les actions exercées par les arcs L_2KL_1, $L_2K'L_1$ soient égales, puisqu'elles font également équilibre à l'action de L_1OL_2.

Lorsque M. *Faraday* eut annoncé, que, d'après ses expériences, il était impossible de faire tourner un aimant autour de son axe par l'action d'un fil conducteur, je m'assurai aisément que cela venait de ce que la réunion des fils conducteurs et de la pile, forme nécessairement un système de circuits fermés, dont nous venons de voir que l'action rotatoire est toujours nulle. Alors il me vint l'idée de faire passer une portion du courant par l'aimant; comme cette portion forme, dans ce cas, un système invariable avec l'aimant, elle n'exerce plus aucune action pour le mouvoir: c'est comme si elle était anéantie; d'où il suit que le reste du circuit, qui exerçait une action égale et opposée à la sienne, agit seul alors et fait tourner l'aimant, à moins que le moment

$$\mu\,(\cos.\,\theta_2 - \cos.\,\theta_1 - \cos.\,\theta'_2 + \cos.\,\theta'_1$$

ne fut par hasard nul.

Les points L_1, L_2, sont dans ce cas celui où le courant entre dans l'aimant et celui où il en sort.

J'observai à ce sujet que, si ces points d'entrée et de sortie L_1, L_2 (*fig.* 7) étaient dans l'axe de l'aimant, il ne pouvait y avoir de rotation, parce qu'alors

$$\theta_1 = 0, \ \theta'_1 = 0, \ \theta_2 = \pi, \ \theta'_2 = \pi,$$

ce qui donne

$$\cos.\theta_2 - \cos.\theta_1 - \cos.\theta'_2 + \cos.\theta'_1 = -1 - 1 + 1 + 1 = 0.$$

Je remarquai bientôt après, dans la lettre à M. *Faraday*, imprimée dans les *Annales de physique et de chimie*, qu'on explique de même le fait qu'il avait observé, savoir : qu'au lieu de faire passer une portion du courant par l'aimant, il suffit pour obtenir la rotation du barreau autour de son axe, de faire passer le courant par une portion de conducteur métallique qui lui soit invariablement lié, et dont les deux extrémités ne soient pas dans l'axe, parce que cette portion formant avec l'aimant un système invariable, n'agit plus sur lui, et que le reste du circuit, qui a les mêmes extrémités, le fait tourner.

Il y a long-temps que j'ai dit, dans les ouvrages que j'ai publiés sur ce sujet, que d'après la valeur du moment de rotation donnée plus haut, le mouvement de l'aimant restait le même, quelque forme qu'on donnât à cette portion du circuit; dire qu'il faut négliger l'action de cette partie, parce qu'elle ne varie pas quand on en change la forme, c'est comme si l'on disait qu'il faut négliger l'action calo-

rifique d'une portion de l'enveloppe de chaleur constante, puisque cette action calorifique ne dépend pas de la forme de cette portion.

Voici quelques conséquences qui résultent immédiatement des considérations et des calculs précédens, qui ne faisaient pas d'abord partie de ce Mémoire, et que j'y ajoute pendant qu'on l'imprime, parce que ces conséquences sont en général celles que M. *Pouillet* a obtenues des expériences qu'il a faites sur ce sujet en 1827.

Soit qu'on veuille faire tourner une portion de fil conducteur autour de l'axe d'un aimant, ou un aimant autour de son axe par l'action de la portion du circuit total, qui ne lui est pas unie en un système invariable, il est commode de rendre l'axe de l'aimant vertical, et de faire arriver ces portions de fil conducteur dans une coupe O, située sur le prolongement GO de l'axe de l'aimant; cette coupe est fixe dans le premier cas, soit qu'elle soit ou ne soit pas en communication avec l'aimant, qui est aussi supposé fixe; mais dans le second elle doit, dans la disposition que représente la figure, être soudée à l'aimant et mobile avec lui.

Quand le point L_1 est sur le prolongement de l'axe de l'aimant, on a

$$\theta_1 = 0, \ \theta'_1 = 0,$$

d'où il suit que

$$\cos.\ \theta_1 - \cos.\ \theta'_1 = 1 - 1 = 0,$$

qu'ainsi le moment de rotation imprimé au fil L_1L_2, par l'aimant est

$$-\mu(\cos.\theta_2 - \cos.\theta'_2),$$

et celui qui l'est à l'aimant par toute la partie du circuit qui n'y est pas liée, est

$$\mu(\cos.\theta_2 - \cos.\theta'_2).$$

θ_2 et θ'_2 étant les deux angles OAL_2, OBL_2.

Quand les choses sont disposées comme dans la figure 8, $\cos.\theta'_2 > \cos.\theta_2$, en sorte que le premier moment est

$$\mu(\cos.OBL_2 - \cos.OAL_2),$$

et le second

$$-\mu(\cos.OBL_2 - \cos.OAL_2).$$

Tant que le point L_2 est au-dessus du plan horizontal, passant par le pôle A, ces valeurs ne contiennent que la différence des deux cosinus, et deviennent très-petites, quand le point L_2 est près du prolongement GO de l'axe de l'aimant, parce qu'alors ces deux cosinus diffèrent peu de l'unité.

Quand le point L_2 est dans le plan horizontal, dont nous

venons de parler, $cos.\ OAL_2 = 0$; on a donc seulement pour les valeurs des momens

$$\mu\, cos.\ OBL_2,$$

et

$$-\mu\, cos.\ OBL_2.$$

Lorsque le point L_2 tombe entre ce plan horizontal et celui qui passe par l'autre pôle B, l'angle OAL_2 devient obtus, comme on le voit dans la figure 9, on a alors $cos.\ OAL_2 = - cos.\ BAL_2$, et comme on peut écrire ABL_2 au lieu de OBL_2, on a pour les momens

$$\mu\,(cos.\ ABL_2 + cos.\ BAL_2),$$

et

$$-\mu\,(cos.\ ABL_2 + cos.\ BAL_2).$$

Les valeurs de ces momens, contenant la somme au lieu de la différence des deux cosinus, sont beaucoup plus grandes que dans le premier cas.

Si l'on suppose que le point L_2, restant toujours à la même distance de l'axe de l'aimant, réponde successivement à divers points de la longueur de cet axe, il est aisé de voir à la seule inspection de ces valeurs : 1° qu'elles atteindront leur *maximum* quand le point L_2 répondra au milieu de l'aimant; elles deviendront alors

$$2\mu \; cos. \; ABL_2,$$

et

$$-2\mu \; cos. \; ABL_2.$$

2° qu'elles seront les mêmes à égales distances au-dessus et au-dessous de ce milieu : c'est ainsi que quand le point L_2 se trouvera dans le plan horizontal, passant par le pôle B, on aura, pour ces valeurs,

$$\mu \; cos. \; BAL_2,$$

et

$$-\mu \; cos. \; BAL_2,$$

qui sont les mêmes que nous avons trouvées, quand L_2 est dans le plan horizontal passant par le pôle A. Enfin, lorsque le point L_2 se trouve comme on le voit dans la fig. 10, l'angle ABL_2 devient obtus, *cos.* $ABL_2 = -$ *cos.* HBL, et l'on a pour les deux momens

$$\mu \; (cos. \; BAL_2 - cos. \; HBL_2),$$

et

$$-\mu \; (cos. \; BAL_2 - cos. \; HBL),$$

qui sont évidemment égales à celles que nous avons trouvées, quand L_2 est situé précisément de la même manière au-dessus du plan horizontal passant par le pôle A.

Il suit de ces calculs, que le sens de la rotation reste toujours le même, quelle que soit la position du point L_2, mais

qu'après avoir atteint son *maximum*, quand le point L_2 est vis-à-vis du milieu de l'aimant, elle va en diminuant à mesure qu'il s'en écarte, et devient très-faible et susceptible d'être arrêtée par les frottemens, quand le point L_2 est près de l'axe de l'aimant, et hors de l'intervalle compris entre les deux plans horizontaux, menés par les pôles A et B.

Si nous considérons en particulier le cas où le point L_2 est dans le plan horizontal passant par le milieu K (*fig.* 11) de l'intervalle AB des deux pôles, alors les momens sont

$$2\mu \cos. BAL_2,$$

et

$$-2\mu \cos. BAL_2,$$

valeur d'autant plus grande, pour un même aimant, que la distance KL_2 est plus petite, et par conséquent aussi, l'angle BAL_2; c'est pour cela que, quand l'aimant est fixe, et que L_1ML_2 est une portion mobile de fil conducteur, celle-ci tourne d'autant plus rapidement autour de l'aimant que son extrémité L_2 est plus près de la surface de cet aimant, et que, quand c'est au contraire l'aimant qui peut tourner autour de son axe, et qu'une portion du circuit total parcourt l'aimant et une roue de métal XL_2Y qui lui est invariablement liée, depuis le point L_1 jusqu'au point L_2, le mouvement que prend le barreau par l'action du reste L_1ML_2 du circuit, est d'autant plus rapide que le rayon KL_2 de cette roue est plus petit.

Il se présente ici une difficulté qu'il est bon d'éclaircir. Lorsque le point L_2 se trouve aussi dans le prolongement de l'axe de l'aimant, soit du même côté que le point L_1, comme on le voit (*fig.* 12), soit de l'autre côté, ainsi que dans la figure 13, les deux angles θ_2 et θ'_2, deviennent tous deux égaux à o ou à π, et la différence de leurs cosinus étant nulle, le moment de rotation l'est aussi; aussi observe-t-on alors que, quand les deux extrémités de l'arc L_1ML_2 sont dans l'axe autour duquel il peut tourner librement, il reste immobile, dans le cas où cet axe coïncide avec celui de l'aimant EF; et que si cette coïncidence n'a lieu qu'à peu près, il se meut d'autant plus lentement que les deux axes sont plus près l'un de l'autre, mais seulement pour prendre une position fixe, et non pour tourner d'un mouvement continu autour de l'aimant.

Dans le cas où l'on courbe l'aimant, comme on le voit (*fig.* 14), afin que le milieu de l'axe GH, qui joint ses deux pôles, se trouve en dehors du barreau, et qu'ainsi l'autre extrémité L_2 du fil L_1ML_2 puisse, de même que la première L_1, être placé sur la direction de cet axe, mais entre les deux pôles A et B, il résulte des calculs de M. *Savary*, et des expériences faites, il y a quelques années, par différens physiciens, sur les aimans annulaires, que la courbure de l'aimant ne fait rien à l'action qu'il exerce, et que cette action est toujours la même que celle d'un aimant rectiligne qui aurait ses pôles aux mêmes points A et B, d'où il suit que le moment de rotation

$$-\mu\,(cos.\,\theta_2 - cos.\,\theta'_2)$$

de L_1ML_2 autour de l'axe GH, devient égal à 2μ, parce qu'on a $cos.\,\theta_2 = -1$ et $cos.\,\theta'_1 = 1$; aussi voit-on tourner, dans ce cas, la portion de fil conducteur L_1ML_2 autour de l'axe GH, jusqu'à ce qu'elle vienne s'appuyer contre l'aimant, ce qui arrive nécessairement vers un de ses points K compris entre les pôles A et B, toutes les fois que l'extrémité L_2 est sur l'axe GH entre ces pôles, ainsi qu'on le suppose ici.

Il semble d'abord, que c'est cette circonstance seule qui empêche le fil L_1ML_2 de tourner indéfiniment autour de l'axe GH, car si l'on enlève ce fil des coupes X, Y, qui le mettent en communication avec les deux extrémités de la pile, pour le replacer aussitôt dans ces mêmes coupes, de manière qu'il se trouve de l'autre côté de l'aimant, il tournera dans le même sens autour de GH, jusqu'à ce qu'il vienne de nouveau s'appuyer contre l'aimant au même point K, et en le faisant de nouveau passer de la même manière de l'autre côté de l'aimant, cette sorte de mouvement se continuera indéfiniment.

C'est sur cela qu'est fondée la difficulté qu'il s'agit d'éclaircir, et qui m'a été proposée par M. le professeur *S. Gherardi.*

Elle consiste en ce qu'il semble, pour me servir des expressions qu'il a employées, que ce n'est qu'un obstacle *physique* qui empêche le mouvement de rotation indéfiniment accéléré d'être produit par l'action mutuelle d'un ai-

mant et d'un fil conducteur, dont les deux extrémités sont dans l'axe, et qu'à considérer les choses sous le point de vue purement *mathématique*, où le fil conducteur passerait à travers l'aimant, entre les élémens magnétiques qui agissent sur lui, ce mouvement indéfiniment accéléré aurait lieu, ce qui est en contradiction avec la démonstration purement mathématique de son impossibilité que j'ai donnée ailleurs, en la déduisant de la formule par laquelle j'ai exprimé l'action mutuelle de deux conducteurs voltaïques, et que je donne de nouveau dans ce Mémoire, en partant de la seule loi de l'action qu'un aimant et un fil conducteur exercent l'un sur l'autre.

La réponse à cette difficulté est fondée sur ce que, comme je l'ai remarqué au commencement de ce Mémoire, la valeur de la force résultant de l'action mutuelle d'un aimant et d'une portion infiniment petite de fil conducteur, quelqu'approchée qu'elle soit lorsqu'il s'agit d'un aimant de dimensions finies, ne peut dans ce cas être regardée que comme une approximation, et qu'elle n'est rigoureusement exacte, que pour chacun des élémens magnétiques dont l'aimant est composé.

Or, il est aisé de voir que dans le cas, où l'on supposerait que la portion L_1ML_2 de fil conducteur, venant à rencontrer l'aimant en K, le pénétrerait et passerait entre les élémens magnétiques, l'action de ceux-ci, pour la faire tourner autour de l'axe GH, changerait de signe, et que bien loin qu'on pût regarder alors comme une approximation, le

moment calculé relativement aux deux pôles de l'aimant total, ce moment se trouverait de signe contraire à celui qui, ayant réellement lieu, résulte des actions réunies de tous les élemens magnétiques.

C'est ce que je vais expliquer en détail, sur un exemple assez simple, pour que cette explication soit facile à suivre.

Cet exemple consiste à ne considérer, au lieu de l'aimant, qu'une seule série d'élémens magnétiques de même intensité, et dont les axes sont situés dans une ligne quelconque AB (*fig.* 15), sur laquelle ils se trouvent tous à égales distances les uns des autres. Si l'on suppose d'abord que les pôles de ces élémens soient aux points a, b, pour l'un d'eux, a', b', pour le suivant, et ainsi de suite, on pourra sans changer l'action exercée par ces élémens sur un point O, situé à une distance qu'on puisse considérer comme infinie relativement aux intervalles ab, $a'b'$, etc., imaginer que les deux pôles de chaque élément magnétique, s'écartent l'un de l'autre en diminuant d'intensité en raison inverse de leur distance mutuelle, jusqu'à ce que le pôle boréal de l'élément ab, se confonde avec le pôle austral de l'élément $a'b'$, et que la même chose ait lieu pour les pôles de tous les autres élémens. Ceux-ci étant supposés équidistans et de même intensité, les deux pôles d'espèces opposées, appartenant l'un à un élément et l'autre à l'élément précédent ou suivant, qui se trouveront ainsi supperposés, se neutraliseront mutuellement, en sorte qu'il ne restera que l'action des deux pôles extrêmes, c'est-à-dire, du pôle

austral α de l'élément A, et du pôle boréal β de l'élément B, précisément comme si, au lieu de tous les élémens magnétiques de la ligne AB, il n'y avait qu'un pôle austral à l'extrémité A de cette ligne, et un pôle boréal à son extrémité B.

Un aimant peut donc être remplacé par une ligne d'une forme quelconque, ainsi occupée par des élémens de même intensité et équidistans, et dont les deux extrémités seraient aux deux pôles de cet aimant.

Concevons donc une pareille série d'élémens magnétiques, et voyons ce qui doit arriver à un élément d'un courant voltaïque M*m*, dirigé comme l'indique la flèche de la figure, et placé à une distance suffisante pour que l'action de AB se réduise, d'après ce que nous venons de dire, à celle des deux pôles extrêmes α et β. La force relative au pôle austral α, tendra à porter l'élément M*m* suivant la perpendiculaire OS au plan αM*m*, du côté de ce plan qui est à gauche d'un observateur qui serait placé dans la parallèle N*n* à M*m*, menée par le point α, et qui, ayant les pieds en N et la tête en *n*, regarderait l'élément M*m*; par la même raison, la force relative au pôle β, tendra à porter l'élément M*m* suivant la perpendiculaire OT au plan βM*m*, à la gauche d'un observateur placé en β de la même manière. La résultante OR de ces deux forces dirigée comme on le voit dans la figure, tendra donc à rapprocher, dans ce cas, l'élément M*m* de la ligne AB qui représente un aimant : il est aisé de voir que, si l'on place l'élément M*m* dans la même

direction en $M'' m''$ de l'autre côté de AB, il tendra à s'en eloigner, d'où il semble résulter qu'en le supposant assujéti à tourner autour d'un axe situé convenablement, il pourrait revenir en Mm pour se rapprocher de nouveau de AB, et tourner ainsi d'un mouvement continuellement accéléré, s'il pouvait traverser cette ligne, en passant, par exemple, entre les deux élémens magnétiques ab, $a'b'$. Cela n'arrive pas dans l'expérience, parce que le fil conducteur s'appuie contre l'aimant, et l'objection consiste à prétendre qu'il y passerait sans l'obstacle *physique* que lui oppose l'aimant; en sorte qu'à considérer les choses *mathématiquement*, on pourrait produire un mouvement indéfiniment accéléré par l'action d'un aimant et d'un circuit fermé, dont l'élément Mm est supposé celui qui, dans ce mouvement, rencontrerait la ligne AB. La réponse est que, même en considérant les choses sous ce point de vue, l'élément Mm ne pourrait jamais passer entre les élémens magnétiques ab, $a'b'$, parce que dès qu'il en serait assez près, comme dans la situation $M'm'$, pour qu'on ne pût plus supposer sans changer l'action, les deux pôles b et a' superposés, il faudrait considérer, au lieu de la série d'élémens magnétiques AB, les deux séries Ab, $a'B$, qui agiraient en vertu des forces relatives aux pôles b et a', en sens contraire des actions relatives aux pôles de nom contraire α et β, qui existaient seules dans le cas précédent; ce qu'on voit dans la figure, par les directions de ces forces $O'S'$, $O'T'$, et de leur résultante $O'R'$. D'ailleurs, à cause de la

très-petite distance, ces forces deviendraient comme infinies, par rapport aux forces relatives aux pôles α, β, dès que l'élément Mm serait sur le point de passer entre les élémens magnétiques ab, $a'b'$; il serait donc violemment repoussé en sens contraire du mouvement acquis; et ce mouvement, à considérer les choses même sous le point de vue purement mathématique, serait peu à peu anéanti et remplacé par un mouvement en sens contraire, en sorte qu'on n'aurait que des oscillations autour d'une position fixe, au lieu d'un mouvement indéfiniment accéléré dans le même sens, ce qui est d'ailleurs rigoureusement démontré pour le cas où le fil conducteur, dont Mm fait partie, forme un circuit fermé, puisque dans ce cas, l'action peut être ramenée à des forces en raison inverse du carré de la distance, qui ne peuvent jamais produire un mouvement indéfiniment accéléré.

Le même changement dans la direction de l'action exercée par la série d'élémens magnétiques AB, qui a lieu à l'égard de l'élément de fil conducteur Mm, lorsqu'on suppose que cet élément est successivement placé hors de l'aimant, et dans son intérieur entre deux élémens magnétiques, a également lieu à l'égard d'un autre élément magnétique, que l'on supposerait placé successivement dans ces deux situations. Il est évident, en effet, que dans le cas où cet élément magnétique serait placé en M assez loin de la ligne AB, il se dirigerait de manière que son pôle austral fut en bas dans la figure du côté du pôle boréal β, et son pôle

boréal en haut, du côté du pôle austral α; tandis que s'il se trouvait entre les deux élémens magnétiques ab, $a'b'$, il se dirigerait au contraire, de manière que son pôle austral fut en haut, le plus près possible du pôle boréal b, et son pôle boréal en bas du côté du pôle austral a'.

Je terminerai ces considérations sur les mouvemens qu'un fil conducteur imprime à un aimant, par le calcul des forces qui produisent le mouvement que prend l'aimant dans l'expérience de M. *OErsted;* et je supposerai, pour fixer les idées, qu'il s'agisse de calculer l'action qu'un conducteur rectiligne indéfini et horizontal NM (*fig* 16), exerce sur un aimant AB, suspendu par un fil de soie ZC au crochet Z, et dont le milieu C est dans le plan vertical EFMN, passant par ce conducteur, l'aimant AB étant aussi horizontal et susceptible de tourner autour de ce point C.

Soit CD la perpendiculaire élevée au point C à ce plan, laquelle se trouve dans le même plan horizontal que l'axe BA de l'aimant; nommons ε l'angle DCA de l'oscillation, angle qu'on suppose très-petit.

Soit la perpendiculaire $\text{AH}=a$, la distance $\text{AM}=r$, l'angle $\text{HAM} = \theta$, d'après la règle énoncée d'abord par M. *Biot*, l'action relative au pôle austral A, exercée par l'aimant sur l'élément Mm du fil conducteur, dont O est le milieu, est dirigée suivant la perpendiculaire OS au plan AMm, et égale à $\mu \frac{\text{M}m \; sin. \, \text{AMH}}{r^2}$, que j'ai montré pouvoir s'écrire ainsi

$$\mu \frac{2\text{AM}m}{r^3} = \mu \frac{d\theta}{r},$$

parce que $2\text{AM}m = r^2 d\theta$.

Or, dans le triangle rectangle AHM, on a $r = \frac{a}{\cos.\ \theta}$: ainsi la force suivant OS est

$$\mu \frac{d\theta \cos.\ \theta}{a},$$

dont l'intégrale, entre les limites θ_1 et θ_2, donne pour la valeur de la résultante de toutes les forces parallèles exercées sur AB,

$$\frac{\mu (\sin.\ \theta_2 - \sin.\ \theta_1)}{a}.$$

Quand on suppose que le fil conducteur BA s'étend à l'infini dans les deux sens, on a $\theta_1 = -\frac{\pi}{2}$, $\theta_2 = \frac{\pi}{2}$, ainsi, $\sin.\ \theta_1 = -1$, $\sin.\ \theta_2 = 1$, et la résultante est égale à

$$\frac{2\mu}{a};$$

elle est donc en raison inverse de la distance $AH = a$, du pôle A au fil conducteur.

Cette résultante est comme toutes ses composantes élevée perpendiculairement au plan ANM, par un des points de la droite NM.

Dans le cas du conducteur indéfini dans les deux sens, ce point est en H, c'est-à-dire que c'est le pied de la perpendiculaire abaissée du pôle A sur NM, en sorte que la résultante est dirigée suivant l'horizontale HR, perpendiculaire à NM, parce qu'à égales distances de part et d'autre de ce point H les composantes sont égales, et donnent, par conséquent, deux à deux, des résultantes partielles qui passent par H.

En abaissant du pôle boréal B, la perpendiculaire BL sur NM, on trouvera une autre résultante de toutes ces forces relatives à ce pôle, exercée par l'aimant sur le conducteur NM; dans le cas que nous supposons ici, où le milieu de l'aimant est dans le plan vertical ENMF, cette résultante est égale à la première et a de même pour valeur $\frac{2\mu}{a}$.

Pour avoir l'action qu'exerce réciproquement le fil conducteur NM sur l'aimant AB, il faut, suivant les premiers principes de la statique : 1° concevoir en H un point h sans liaison avec ce fil, mais invariablement lié avec l'aimant, on aura pour première force agissant sur l'aimant, une force égale et opposée à la force $\frac{2\mu}{a}$ appliquée en H et dirigée

suivant HR, cette première force appliquée au point h lié à l'aimant, aura la même valeur et sera dirigée suivant hR'.

2° Concevoir en L un point l, qui soit de même sans liaison avec le fil NM, et invariablement lié à l'aimant; à ce point l, on aura une seconde force appliquée en l, égale et opposée à LT qui sera, par conséquent, dirigée suivant lT', et aura pour valeur $\frac{2\mu}{a}$.

Tous les mouvemens que pourra prendre l'aimant, résulteront de ces deux forces, et si l'on nomme φ l'angle AHG, qui est égal à BLK, on pourra décomposer chacune d'elles en deux autres forces, l'une horizontale et l'autre verticale, ce qui en donnera quatre, savoir :

1° hR'' et lT'' égales à $\frac{2\mu \cos. \varphi}{a}$,

2° hR''' et lT''' égales à $\frac{2\mu \sin. \varphi}{a}$,

ces deux dernières agissant dans le même sens, étant parallèles à la verticale CU et situées à égales distances de cette verticale, se composeront en une force unique dirigée suivant CU, et qu'on pourra supposer appliquée au point C : elle sera détruite par le fil CZ, auquel l'aimant est suspendu dans l'expérience actuelle; mais s'il ne l'était pas, elle le porterait vers le conducteur NM. C'est précisément cette force, que j'ai désignée sous le nom d'action attractive ou

répulsive [1], dans le premier Mémoire sur ce genre de phénomène, où j'ai analisé les mouvemens produits dans l'expérience de M. *OErsted*.

Quant aux deux forces horizontales, dirigées suivant les droites hR'', lT'', et égales à $\frac{2\mu \cos. \varphi}{a}$, elles formeront évidemment un couple dont on trouvera la valeur en multipliant cette expression par la distance lh des deux forces, distance qui est égale à $2b \cos. \varepsilon$, en nommant b la demi-longueur CA ou CB de l'aimant, prise d'un de ses pôles à l'autre.

Le moment cherché, sera donc égal à $\frac{4\mu b \sin. \varepsilon \cos. \varphi}{a}$, et l'équation du mouvement sera

$$\frac{d\omega}{dt}\int r^2 dm = \frac{4\mu b \sin. \varepsilon \cos. \varphi}{a},$$

ω étant la vitesse autour de CU à la distance 1. Plus l'aimant est court et plus l'angle φ est petit, on a donc sensiblement $\varphi = 0$, et

$$\frac{d\omega}{dt}\int r^2 dm = \frac{4\mu b \sin. \varepsilon}{a}.$$

---

(1) Cette action est ici attractive, parce que l'aimant est situé de manière que son pôle austral A est à gauche du courant NM.

$\int r^2 dm$, dans cette équation, est le moment d'inertie de l'aimant autour de l'axe CU, qui passe par son centre d'inertie C.

On voit, à la seule inspection de la figure, que les forces dirigées suivant hR'', lT'', se réunissent pour amener l'aimant dans la direction CD perpendiculaire au plan ENMF, en le faisant tourner autour de CU; mais s'il était d'abord dans cette direction, il y resterait en équilibre, parce qu'alors ces deux forces se trouvent opposées dans la même direction, ce qu'on voit, parce que l'angle ε étant alors nul, on a $\sin. \varepsilon = 0$, ce qui réduit à o la valeur que nous venons de trouver pour le couple. La force qui, en agissant à la distance b de l'axe CU sous l'angle ε, produirait le même effet que ce couple, pour faire tourner l'aimant autour de CU, est évidemment égale à $\frac{4\mu}{a}$, en faisant toujours $\cos. \varphi$ sensiblement égale à l'unité. Cette force est, comme l'a trouvée M. *Biot*, en raison inverse de a.

C'est à cause que nous avons supposé l'aimant horizontal et son milieu C dans le plan vertical ENMF, que les distances des deux pôles au conducteur NM, et par conséquent, les forces relatives à ces pôles, se sont trouvées égales, d'où il est résulté que leurs composantes horizontales, dirigées suivant hR'' et lT'' ont formé un couple; dans ce cas, il est évident que le résultat est identiquement le même que dans l'hypothèse du couple primitif, parce qu'un couple peut être transporté, sans que les effets produits éprouvent aucun

changement, dans tout plan parallèle au sien, pourvu qu'il conserve la même valeur et que les nouveaux points d'application des forces soient invariablement liés aux anciens.

Cette identité des résultats produits par les forces appliquées comme elles le sont réellement aux points h et l, et par des forces égales aux premières, qu'on supposerait appliquées aux pôles A et B, se voit immédiatement dans le cas que nous avons considéré ici, parce que les composantes horizontales de ces forces forment un couple qui peut être transporté où l'on veut. Cette sorte de démonstration n'a plus lieu quand les pôles A et B ne sont pas à la même distance du fil conducteur, parce qu'alors les forces qui leur sont relatives, n'étant plus égales entre elles, il n'y a plus de couple. Dans ce cas, la même identité dépend d'une autre condition, savoir, que le conducteur qui agit sur l'aimant, forme un circuit fermé ou un système de circuit fermé, alors l'identité a toujours lieu comme je l'ai démontré dans la *Théorie des phénomènes électro-dynamiques,* que j'ai publiée en 1826, page 102. On sent bien au reste, qu'à moins qu'une portion du courant électrique ne passe par l'aimant ou par un conducteur lié à l'aimant, cette condition est toujours remplie, ainsi que je l'ai dit dans le même ouvrage, parce que la pile, les rhéophores et toutes les portions de conducteurs qui mettent ceux-ci en communication, forment réellement un circuit toujours fermé.

Quand M. *Biot* a fait ses expériences, c'était réellement un circuit fermé qui agissait sur l'aimant, et cela seul

suffisait pour démontrer que les résultats devaient être identiques dans ma manière de considérer l'action d'un fil conducteur et d'un aimant, et dans l'hypothèse du couple primitif. Voyez à ce sujet l'ouvrage que je viens de citer, note V, page 216 et suivantes.

SUPPLÉMENT.

LETTRE A M. LE DOCTEUR GHERARDI.

Je vous remercie beaucoup de la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire il y a quelque temps, et où vous me faites de nouvelles objections sur ce que j'ai dit que l'action mutuelle de deux circuits électriques *solides et fermés*, ou de deux assemblages de circuits de cette sorte, ne peut jamais produire un mouvement continu où la vitesse aille toujours en croissant jusqu'à ce que les frottemens et les résistances des milieux où s'opèrent le mouvement rendent cette vitesse constante.

Il m'a semblé que ces objections sont fondées en partie sur ce que vous n'avez peut-être pas donné le même sens que moi à ce que je disais au sujet de la restriction que j'avais mise à cette proposition, en n'y parlant que de l'action mutuelle de deux circuits solides fermés, ou de deux assemblages des mêmes circuits; et sur ce que vous n'avez pas fait attention à la distinction que l'ac-

ception dans laquelle on prend généralement les mots *rotation* et *révolution,* m'avait autorisé à faire entre le mouvement de *révolution* d'un aimant flottant dans le mercure autour d'un fil conducteur, découvert par M. *Faraday,* et le mouvement de *rotation* du même aimant autour de son axe, que j'ai obtenu le premier à une époque où l'on croyait ce dernier impossible, comme vous pouvez le voir dans le Mémoire de M. *Faraday,* en date du 11 septembre 1821. Dès lors, vous avez dû naturellement penser que j'avais dit du premier ce que je n'avais réellement énoncé qu'à l'égard du second, savoir qu'il ne pouvait avoir lieu que quand le courant passait par l'aimant, ou par une portion de conducteur liée invariablement à cet aimant.

Je vous prie de relire ma lettre à M. *Faraday*, qui est dans mon recueil, pour vous assurer que je n'y parle que du mouvement de *rotation.* Vous y verrez aussi que la raison pour laquelle le mouvement de *rotation* est impossible quand le courant ne passe ni par l'aimant ni par un conducteur lié à l'aimant, c'est que cet aimant est alors soumis à l'action d'un circuit total qui est fermé en y comprenant la pile, et que les actions réunies de toutes les parties d'un tel circuit se réduisent à deux forces, qui passent, l'une par un des pôles de l'aimant et l'autre par l'autre, et qui ne peuvent par conséquent le faire tourner autour de l'axe mené par ces deux pôles. Cette raison n'a lieu que dans le cas de la *rotation* d'un aimant autour de son axe; elle rend cette *rotation* également impossible, soit que le circuit total fermé

par la pile, et dont l'aimant ni une portion de conducteur lié à l'aimant ne fait alors partie, soit entièrement solide ou en partie solide et en partie liquide.

Pour vous en assurer vous pouvez faire l'expérience suivante.

Dans un vase KLMN (*fig.* 3), dont le fond est fermé par un bouchon MN, traversé par le tube de verre EF, où est mastiqué un des rhéophores, le rhéophore positif GDO, par exemple, on met du mercure qui, s'élevant au-dessus de l'extrémité supérieure E du tube de verre, communique avec la portion EO de ce rhéophore qui s'y trouve plongée; on suspend ensuite à un point fixe A, situé dans la verticale qui passe par le point O, l'aimant BC, dont l'axe est dans cette verticale, à l'aide d'un fil de soie non tordu qui n'ait que la grosseur nécessaire pour supporter le poids de l'aimant, en lui laissant la plus grande facilité possible de tourner autour de la même verticale; le bord du vase est recouvert intérieurement d'une lame circulaire de cuivre RS, qui communique avec l'autre rhéophore STH.

Les choses étant ainsi disposées, on met la pile en action et l'on voit tourner le mercure dans le vase KLMN, mais l'aimant reste immobile.

Cet effet paraît surprenant au premier moment, car toute action étant réciproque entre les deux corps entre lesquels elle agit, il semble d'abord que l'aimant BC ne doit pas pouvoir faire tourner le mercure du vase KLMN, dans un sens, sans éprouver une réaction qui tende à le faire tourner

en sens contraire; il est bien certain qu'il éprouve cette réaction, et qu'elle tend à le faire tourner dans ce sens opposé à celui du mouvement du mercure. Mais le reste du circuit STHGDO, agit aussi sur l'aimant BC, et comme l'action du circuit total composé de cette portion STHGDO et des courans du mercure se réduit à deux forces, passant par les pôles de l'aimant BC, et donne, par conséquent, zéro pour la somme des momens autour de l'axe de cet aimant, il s'en suit que l'action exercée par la portion STHGDO est exprimée par un moment de rotation égal et opposé à celui qui représente l'action des courans du mercure. Telle est la cause de l'immobilité que présente l'aimant dans cette circonstance, immobilité que vous pouvez observer toutes les fois que vous le voudrez, et qui me paraît résoudre une de vos objections fondée sur ce qu'en vertu du principe de l'égalité entre l'action et la réaction, un système mobile ne peut tourner en vertu d'un système fixe, qu'autant qu'il ferait tourner avec le même moment de rotation, ce dernier, si le premier devenait fixe et le dernier mobile : ce principe n'est vrai que quand chacun des deux systèmes n'éprouve d'action que de la part de l'autre; il cesse de l'être, quand l'un des deux éprouve de la part d'un troisième système, toujours fixe, une action capable de faire équilibre à celle que l'autre exerce sur lui. Ainsi, le mercure mobile, dans l'expérience précédente, tourne par l'action de l'aimant fixe BC; rendez l'aimant mobile en le suspendant au fil AB, il ne tournera pas, parce qu'un troisième système, fixe dans

les deux cas, savoir, le reste STHGDO du circuit total, exerce sur l'aimant une action qui fait équilibre à la réaction des courans du mercure, qui continue à tourner de la même manière, soit que l'aimant soit fixe ou suspendu au fil de soie AB.

Au reste, quand j'ai dit que l'action d'un circuit solide et fermé, sur un aimant, pour le faire tourner autour de son axe, était nulle, il est évident que je n'ai parlé que du moment de rotation autour de cet axe, moment qui est nul, non parce que les forces exercées par le circuit solide fermé sur l'aimant, se réduiraient à zéro, ce qui certes n'est pas, mais parce que les deux résultantes de ces forces passent par les pôles; ce qui en rend les momens de rotation nuls, quelles que soient les valeurs de ces forces. Mais ces momens cessent de l'être, et les résultantes ne passent plus par les pôles de l'aimant, quand une partie du courant total passe par l'aimant ou par un conducteur lié invariablement à cet aimant, parce que cette partie du courant total n'agissant plus sur lui, ne fait plus équilibre au moment de rotation produit par l'action que le reste du circuit exerce sur l'aimant, action qui le fait tourner comme je l'ai observé le premier et expliqué ainsi. Cette explication ne me paraît rien laisser à désirer, et il me semble que vous l'adoptez comme moi; c'est pourquoi je n'insisterai pas davantage sur ce point.

Tout ce que j'ai dit dans ma lettre à M. *Faraday*, étant fondé sur ce que ce moment total autour de l'axe de l'aimant est nul, ne peut s'appliquer évidemment qu'au mouvement

de rotation autour de cet axe, et non au mouvement de *révolution* d'un aimant ou d'un assemblage d'aimans autour d'un fil conducteur; c'est à ce mouvement de *révolution* qu'est relative l'expérience de M. *De Nobili.* Vous pensez, Monsieur, que l'on pourrait l'obtenir par l'action d'un conducteur dont toutes les parties seraient invariablement liées entre elles et avec la pile; je persiste à croire cela impossible, mais c'est pour des raisons toutes différentes de celles qui se rapportent au mouvement de *rotation* d'un aimant autour de son axe. La somme des actions qu'exerce sur un aimant un conducteur de ce genre, passe bien toujours par les pôles de cet aimant, comme je l'ai démontré dans mon *Précis de la Théorie des Phénomènes électro-dynamiques* (1), lorsqu'on part de ma théorie, et comme le supposent également les physiciens qui ne l'adoptent pas; mais ces forces, passant par les pôles de l'aimant, pourront avoir un moment de rotation autour du fil conducteur qui ne passe pas par ces pôles. L'aimant, en effet, commence à tourner, dans beaucoup de cas, autour de la partie voisine d'un fil conducteur qui est solide d'une extrémité de la pile à l'autre; mais de quelque manière que j'aie varié l'expérience, tant que toutes les parties du conducteur sont restées immobiles, l'aimant ne s'est mis en mouvement que

---

(1) Publié en 1824, chez Crochard, libraire, cloître St-Benoit, n° 16, et Bachelier, libraire, Quai des Augustins, n° 55.

pour s'arrêter, dans un cas, en s'appuyant contre le fil, dans l'autre, en prenant une position où il restait en équilibre après avoir oscillé autour d'elle. Le premier cas a lieu lorsque l'aimant est disposé de manière que, dans son mouvement, il est rencontré entre ses deux pôles par une portion du fil conducteur; le second, quand dans le même mouvement, les deux pôles passent tous deux en dedans ou tous deux en dehors du circuit solide qui est fermé par la pile et qui agit tout entier sur l'aimant.

Cela n'a lieu que quand toutes les parties de ce circuit sont absolument immobiles; il suffit de changer alternativement avec la main la situation de certaines parties du conducteur, pour produire le mouvement continu; mais alors le circuit n'est plus ce que j'appelle *solide*, et ce cas ne diffère de celui où l'aimant flottant dans le mercure tourne continuement, que parce que l'on change la forme du conducteur avec la main, tandis que les courans du mercure changent de place à mesure que l'aimant avance, en passant d'un côté à l'autre de cet aimant, par suite de son mouvement même.

Ce changement de place des courans dans le mercure, par suite du mouvement de l'aimant, est ce qui établit une différence complète entre ce cas et celui d'un circuit dont toutes les parties sont immobiles; c'est, suivant moi, ce qui rend possible le mouvement de *révolution* continue de l'aimant autour du fil. Avant de rejeter mon opinion à cet égard, je vous prie, Monsieur, de suspendre votre jugement jusqu'à

ce que je vous aie fait connaître les deux sortes de preuves sur lesquelles je l'appuie.

Ces preuves consistent : 1° dans les expériences mêmes dont je viens de parler ; je les ai variées de toutes les manières possibles, et jamais l'aimant n'a pris un mouvement qui se soit continué indéfiniment, tant que toutes les parties du circuit voltaïque sont restées immobiles. Lorsqu'on fait passer le fil conducteur dans un aimant cylindrique creux, dont l'axe est vertical, et qui est suspendu de manière à pouvoir tourner librement sur lui-même, l'expérience montre qu'il resterait complétement immobile, s'il était aimanté d'une manière égale, tout autour de son axe ; ce à quoi on ne peut parvenir dans la pratique. Les inégalités de son magnétisme sont cause, conformément à la théorie, qu'il tourne en se portant vers une position déterminée d'équilibre stable, à laquelle il s'arrête après avoir oscillé autour d'elle, parce qu'il faut nécessairement, dans ce cas, que les pôles de chaque aimant partiel, dont on doit regarder l'aimant creux comme composé, passent tous deux au dedans du circuit formé par le fil conducteur et la pile. L'expérience qui constate ce fait est bien aisée à répéter, en suspendant l'aimant cylindrique creux à un fil de soie non tordu qui, n'ayant que la force nécessaire pour en porter le poids, ne présente qu'une très-petite force de torsion, et en disposant le fil conducteur comme on le voit dans la *fig.* 2. Je désire beaucoup, Monsieur, que vous fassiez vous-même cette expérience, celles que vous me proposez et toutes celles dont je parle

dans cette lettre ; vous vous assurerez ainsi vous-même, par l'expérience, de la vérité de tous les résultats que j'y expose.

2° Dans la démonstration complète et rigoureuse, contenue dans le Mémoire que je vous envoie avec cette lettre, de l'impossibilité de produire un mouvement avec accélération continue de vitesse, jusqu'à ce qu'il devienne uniforme à cause des résistances et des frottemens, en faisant agir un circuit solide et fermé sur un aimant.

Ce n'est pas sur mes formules que j'établis cette démonstration ; je l'appuie uniquement sur la loi que M. *Biot* a d'abord énoncée, quoiqu'elle ne s'accordât pas avec les expériences qu'il avait faites alors, mais dont il a, depuis, par de nouvelles expériences, constaté l'exactitude de manière à ne rien laisser à désirer à cet égard. Vous savez, Monsieur, que cette loi est une conséquence de ma formule, quand on conçoit les aimans comme des assemblages de courans électriques, formant autour de leurs particules des solénoïdes d'un très-petit diamètre dont les extrémités agissent, d'après les calculs fondés sur cette formule et dus à M. *Savary*, précisément comme les molécules magnétiques que supposent, pour expliquer les phénomènes, ceux qui n'admettent pas ma théorie. Quoique je sois plus que jamais convaincu que cette supposition est dénuée de fondement, et que les phénomènes qu'offrent les aimans sont produits par les courans électriques de leurs particules, j'emploierai la dénomination de molécules magnétiques, pour désigner les points où, dans une manière de concevoir les choses, il y aurait

effectivement des molécules de fluide austral et de fluide boréal, et où se trouvent, dans l'autre, les extrémités de petits solénoïdes formés par les courans des aimans; je ne ferai aucune autre supposition que d'admettre, avec les physiciens qui combattent ma théorie, que ces points agissent sur chaque élément d'un fil conducteur, comme tout le monde convient que les pôles d'un aimant agissent en effet sur les élémens de ce fil; et, en ne partant ainsi que des faits, et des lois déduites des faits que reconnaissent ceux dont les opinions sont les plus opposées aux miennes, je ne vois pas ce qu'ils pourraient encore opposer à une démonstration purement mathématique et appuyée uniquement sur leurs propres principes.

Vous avez très-bien montré, Monsieur, que l'expérience de M. *De Nobili*, bien loin d'être contraire à ma *Théorie électro-dynamique*, telle qu'elle est exprimée par la formule qui représente l'action mutuelle des deux élémens de conducteurs voltaïques, en est au contraire une suite nécessaire; mais vous persistez à penser qu'elle est contraire au principe que j'ai énoncé sur l'impossibilité du mouvement continu, malgré les frottemens et les résistances : ce principe serait alors en opposition avec ma théorie, et je serais le premier à le rejeter; mais ce n'est que quand on lui donne l'extension dans laquelle vous l'avez pris. Il est parfaitement d'accord quand, on le restreint au cas de deux circuits ou assemblages de circuits solides et fermés tous les deux, puisque dans l'expérience de M. *De Nobili*, une

partie du circuit, celle qui se compose des courans du mercure, n'est pas solide, et change de place en passant d'un côté de l'aimant à l'autre, à mesure que cet aimant se meut.

Avec cette restriction, le principe est vrai, puisqu'il est une conséquence mathématique et rigoureuse de la loi énoncée d'abord par M. *Biot*, si complétement vérifiée depuis et adoptée par tous les physiciens.

Il est évident d'ailleurs que l'explication du mouvement *de révolution* de l'aimant, flottant sur le mercure, autour d'une portion de fil conducteur située hors de cet aimant, telle que je l'ai donnée dans mon *Recueil*, et qu'elle est répétée dans le *Manuel d'électricité dynamique* de M. *De Monferrand*, pag. 147—149, ne dépend en aucune manière de ce que le courant électrique passe ou non par l'aimant.

J'ai eu soin en effet, dans cette explication, de montrer que toutes les portions de courans qui sont en dehors de l'aimant dans le mercure où il flotte, tendent à le faire tourner autour du point P (*fig.* 10. *Manuel d'électricité dynamique*, pl. IV, *fig.* 58), soit que le courant y aille en s'approchant de l'aimant, comme dans les portions Pn, Pn', ou en s'en éloignant, comme dans les portions mM, m'M', soit qu'il passe à côté, comme dans les portions Pe, Pe'.

S'il était possible qu'il y eût dans l'intérieur de l'aimant des portions de courant suivant les lignes nm, $n'm'$, qui ne fissent pas corps avec lui, et pussent ainsi tendre à lui imprimer un mouvement en sens contraire de celui qu'il prend par l'action du reste du circuit, l'aimant s'arrête-

rait dans une position déterminée, après avoir oscillé autour d'elle. Car dans cette figure, où le cercle $ntmm't'n'$ représente un des courans de l'aimant, ces portions repousseraient l'arc ntm et attireraient $m't'n'$, deux actions qui tendent à porter l'aimant dans le sens VA, tandis que celles qu'exercent tous les courans qui sont extérieurs à cet aimant, tendent à le porter au contraire dans le sens AV; mais cette supposition ne peut être réalisée, puisque, lorsque l'aimant est recouvert d'une substance isolante, comme dans l'expérience de M. *De Nobili*, il n'y a point de courant dans l'intérieur de l'aimant, et que, lorsqu'il y en a, parce que l'électricité traverse le barreau, leur action est détruite par la réaction égale exercée sur eux par les courans de l'aimant. D'après cette considération, il y a nécessairement identité entre les effets produits dans les deux cas; le barreau tourne également autour du fil conducteur, et l'expérience de M. *De Nobili* comme celle de M. *Faraday*, bien loin d'être opposée à ce que j'ai dit dans mon *Recueil*, est une conséquence nécessaire de l'explication que j'y ai donnée de cette dernière expérience dans le passage que je viens de citer.

Quand je lus l'expérience de M. *De Nobili*, je ne compris point comment il y voyait une objection contre ce que j'avais dit; c'est par la lettre que vous m'avez fait l'honneur de m'écrire, que j'ai vu que cela venait d'une part, de ce que l'on avait étendu au mouvement de *révolution* de l'aimant autour du fil conducteur, ce que j'avais dit relativement à la nullité du moment des forces qui agissent sur

l'aimant du mouvement de *rotation*, seulement d'un barreau aimanté autour de son axe, et d'autre part, de ce qu'on n'avait pas fait attention aux passages de mon *Recueil*, dans lesquels j'avais mis pour condition à l'impossibilité d'un mouvement qui se continuât indéfiniment malgré les résistances, la solidité des deux circuits fermés, agissant l'un sur l'autre. Passages que j'ai cités dans ma dernière lettre imprimée dans les *Annales de chimie et de physique*, tome XXIX, pag. 375 et 376.

Mais, dira-t-on, si l'on a un fil conducteur disposé comme on le voit en PABCDEN (*fig.* 2), et qui porte en C une pointe CO, sur laquelle tourne une tige horizontale KG, comme l'aiguille d'une boussole sur son pivot, et que cette tige, maintenue dans une situation horizontale par le contrepoids L, porte à son extrémité G l'aimant GH, celui-ci tournera autour du point O, et viendra s'appuyer contre le fil CD du côté où son pôle austral se trouve à gauche du courant qui parcourt ce fil; si alors on le passe de l'autre côté, il tournera dans le même sens, s'éloignera de ce fil, et, après avoir fait un tour, reviendra s'appuyer contre le même point de CD; ne semble-t-il pas qu'on pourrait en conclure que, si ce mouvement ne peut pas se continuer indéfiniment, cela ne tient pas à la nature de la force électro-dynamique, mais à la rencontre, en quelque sorte fortuite, de l'aimant et du fil CD? Rien ne serait plus erroné qu'une pareille conclusion; car s'il était possible que l'aimant se laissât pénétrer par ce fil, sans pour cela contracter d'adhérence avec

lui, dès qu'il y aurait une partie du fil dans l'intérieur du barreau, elle agirait en sens contraire et arrêterait l'aimant; ou du moins, si on lui avait imprimé une vitesse suffisante pour le faire passer outre, elle diminuerait la force vive due à cette vitesse, autant que celle-ci aurait augmenté par l'action du conducteur ABCD, pendant le tour qu'aurait fait l'aimant depuis l'instant où il avait quitté l'autre côté de CD, jusqu'à celui où il est venu de nouveau rencontrer CD.

C'est là une conséquence du théorème dont je donne la démonstration dans le Mémoire joint à cette lettre; mais il est aisé de s'en assurer en substituant à l'aimant GH un courant circulaire, qu'on obtient en pliant un conducteur mobile MNODO, comme on le voit (*fig.* 5); ce fil porte à une de ses extrémités une pointe M, qui plonge dans le mercure de la coupe F; cette coupe communique avec l'extrémité C de la branche BC du conducteur PABCTVDA, interrompu entre les points C et T, afin que le courant passe dans le conducteur mobile.

Lorsqu'on infléchit légèrement l'ensemble des deux fils MO, RS, de manière que la portion circulaire OQR vienne rencontrer OVD, cette portion imitera exactement le petit aimant GH (*fig.* 4); elle sera attirée par le conducteur fixe VD, jusqu'à ce qu'elle s'arrête en s'appuyant contre lui; et lorsqu'on la fera passer de l'autre côté, comme elle est dans la figure, elle s'en éloignera constamment et après un tour entier, viendra de nouveau s'appuyer comme la première fois contre VD. Ne semblerait-il pas que ce n'est que parce

qu'elle rencontre VD, que son mouvement de révolution autour de la verticale BCT est arrêté? Il n'en est pourtant rien; et lorsqu'en diminuant la petite courbure donnée aux fils MO, RS, on fait en sorte que ce mouvement puisse avoir lieu, parce que la portion circulaire OQR ne rencontre plus VD, mais passe un peu au-dessus, on la voit s'arrêter en équilibre dans la position représentée (*fig.* 6); si l'on veut alors la faire mouvoir dans le sens où elle tourne autour de BCT, quand elle est soit en avant soit en arrière de VD, on éprouve une forte résistance, et on la voit rétrograder vers cette position d'équilibre, parce que les forces exercées sur les deux côtés opposés de OQR, se réunissent pour cette rétrogradation, tandis qu'il n'y avait que leur différence qui agissait lorsque le cercle QOR, situé en avant ou en arrière de VD, tendait à se mouvoir dans l'autre sens.

L'aimant GH (*fig.* 2) s'arrête de même, dès qu'il est disposé de manière à pouvoir passer au-dessus du conducteur fixe CD, en le rasant par son extrémité inférieure H, sans le toucher.

Après avoir éclairci le principe démontré dans le Mémoire cité tout à l'heure, et qui établit l'impossibilité de produire dans un aimant un mouvement qui se continue indéfiniment, malgré les résistances par l'action d'un fil conducteur formant un circuit fermé et solide, il faut répondre à une objection qui se présente naturellement. Si, dans ce cas, l'aimant se meut en vertu de l'action que le premier exerce sur lui; mais seulement jusqu'à une position déter-

minée, autour de laquelle il tendra à osciller jusqu'à ce qu'il s'y arrête à cause des frottemens ou des résistances de milieu qui tendent à détruire son mouvement, pourquoi la même chose n'aurait-elle pas lieu quand, sans rien changer à la manière dont l'aimant mobile est disposé, on remplace le fil conducteur par un assemblage de deux portions formant exactement le même circuit, mais qui ne sont plus invariablement liées entr'elles, et dont l'une est fixe et l'autre mobile? Cette circonstance paraît en effet ne rien changer à l'action mutuelle de l'aimant et des deux portions du circuit; mais il n'en est ainsi que quand l'aimant est placé hors de ce circuit, et qu'il peut se rendre à la position d'équilibre sans faire changer de place à la portion mobile; aussi voit-on alors, mais seulement alors, l'aimant tendre à s'arrêter en équilibre dans une position déterminée, après avoir oscillé autour d'elle, quoiqu'on rende mobile une portion du courant électrique en la faisant passer dans du mercure, précisément comme si cette portion était fixe: il en est dans ce cas comme dans celui dont je vous parlais tout à l'heure, où un aimant est suspendu par un fil très-fin au-dessus du mercure, qu'il fait tourner en restant lui-même immobile.

Lors même que le mercure tourne, le courant qui y passe n'est pas déplacé, parce qu'il s'établit toujours aux mêmes points, dans de nouveau mercure qui vient remplacer celui où il passait d'abord; mais dès que l'aimant plonge dans le mercure, à mesure qu'il se porte vers la situation où il resterait en équilibre si le courant électrique ne changeait pas

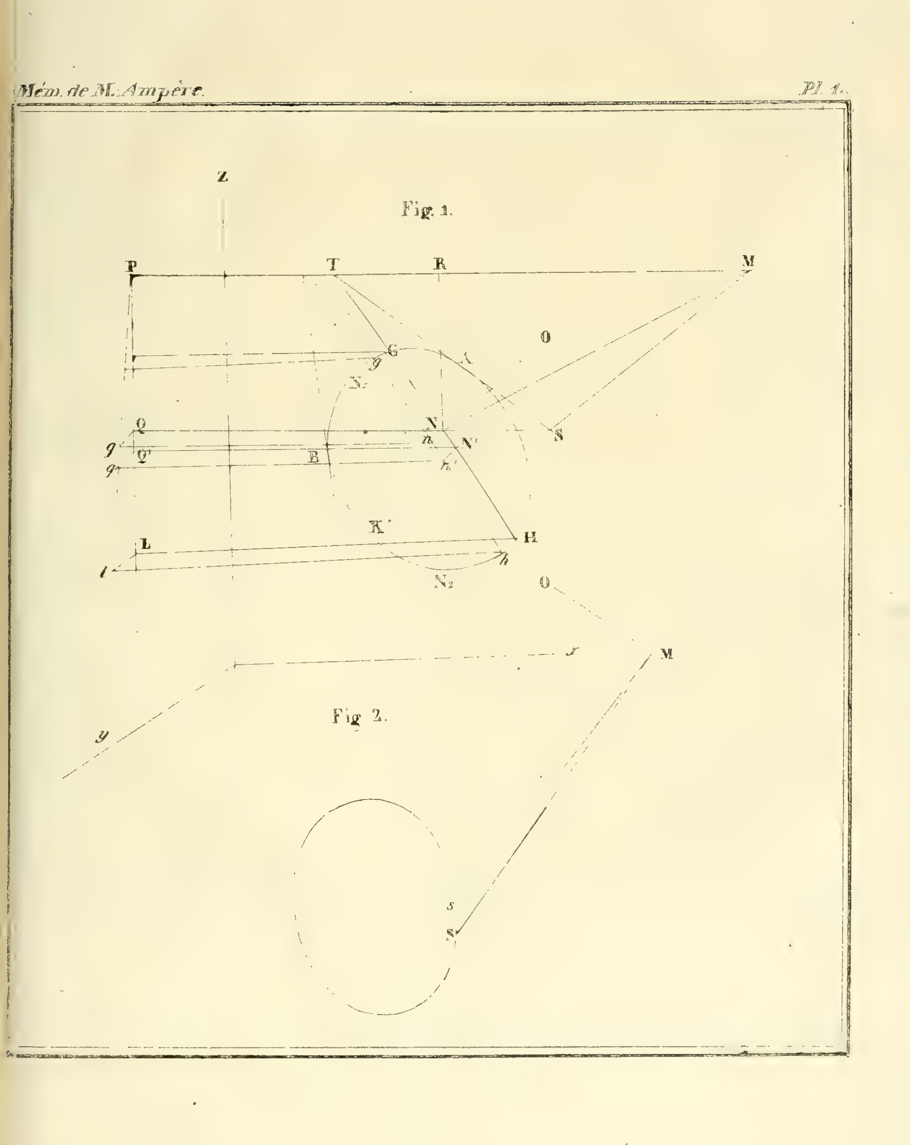
de lieu, il déplace ce courant en l'interceptant là où il passait auparavant, pour le laisser passer dans un nouveau lieu que l'aimant abandonne et que vient occuper le mercure. Alors le déplacement change la position d'équilibre, et cette position peut alors fuir toujours devant l'aimant qui ne l'atteint jamais, et qui tend de cette manière à se mouvoir toujours dans le même sens avec une vitesse accélérée : c'est le mouvement de *révolution* continue. La même chose arrive, quand l'aimant est invariablement lié à une partie mobile du circuit qu'il entraîne avec lui; c'est alors le mouvement de *rotation* de l'aimant autour de son axe : l'un et l'autre ont lieu parce qu'une portion du circuit changeant de place, ce qui a été démontré d'un circuit solide fermé, ne peut plus s'appliquer à ce qui arrive dans ces différens cas.

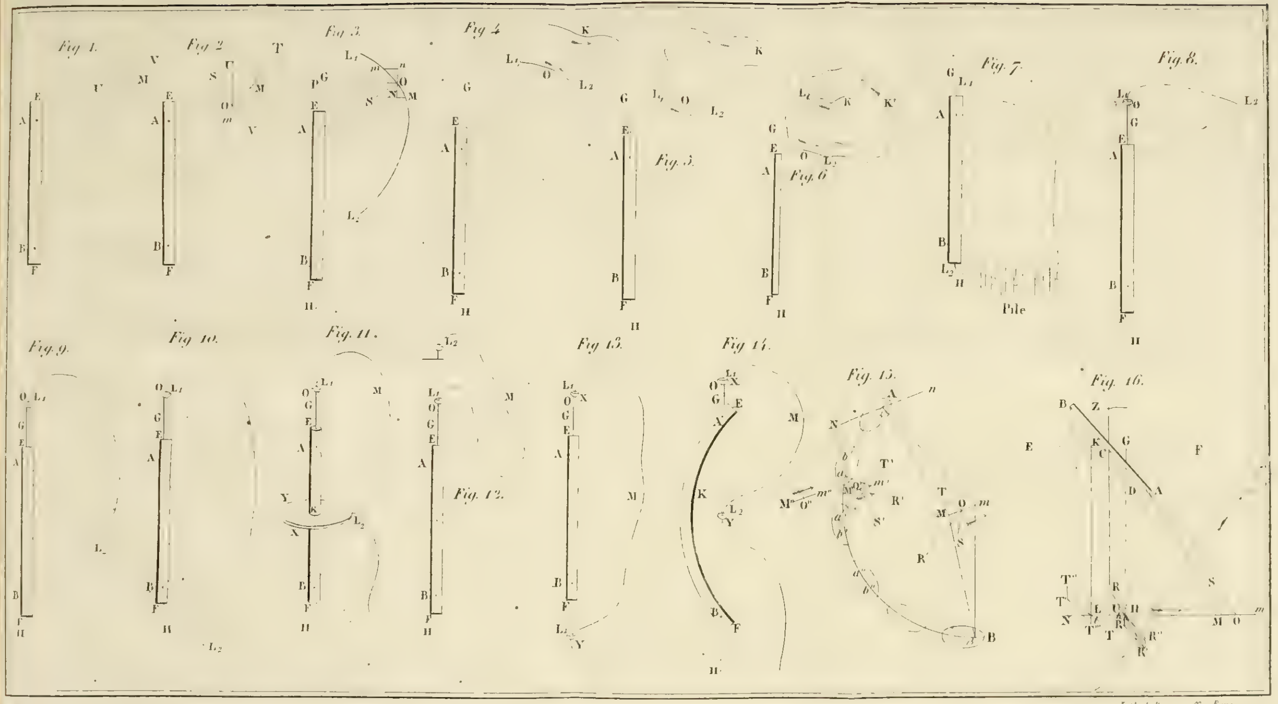
Je vous prie, Monsieur, d'excuser la longueur de cette lettre, et les répétitions dans lesquelles j'ai dû nécessairement tomber, parce que l'ayant commencée vers l'époque où je reçus la vôtre, je n'en ai écrit les différentes parties qu'à de longs intervalles, pendant lesquels j'étais obligé de m'occuper d'idées toutes différentes, et que, toujours pressé par le temps, j'en reprenais chaque fois la rédaction sans pouvoir relire ce que j'avais déjà écrit. Si vous avez le temps d'en examiner les raisonnemens, et de refaire les calculs contenus dans le Mémoire que j'y joins, je crois que nous serons du même avis, et que vous admettrez mon principe, restreint comme je le fais ici, et ne se trouvant plus par cette restriction même en contradiction ni avec ma propre théorie, ni

avec l'expérience de M. *De Nobili*; mais étant une simple conséquence mathématique de la loi généralement admise de l'action mutuelle d'un aimant et d'un élément de fil conducteur, et d'après laquelle cette action se compose des deux forces correspondantes aux deux pôles de l'aimant, déterminées par la formule donnée au commencement du Mémoire joint à cette lettre.

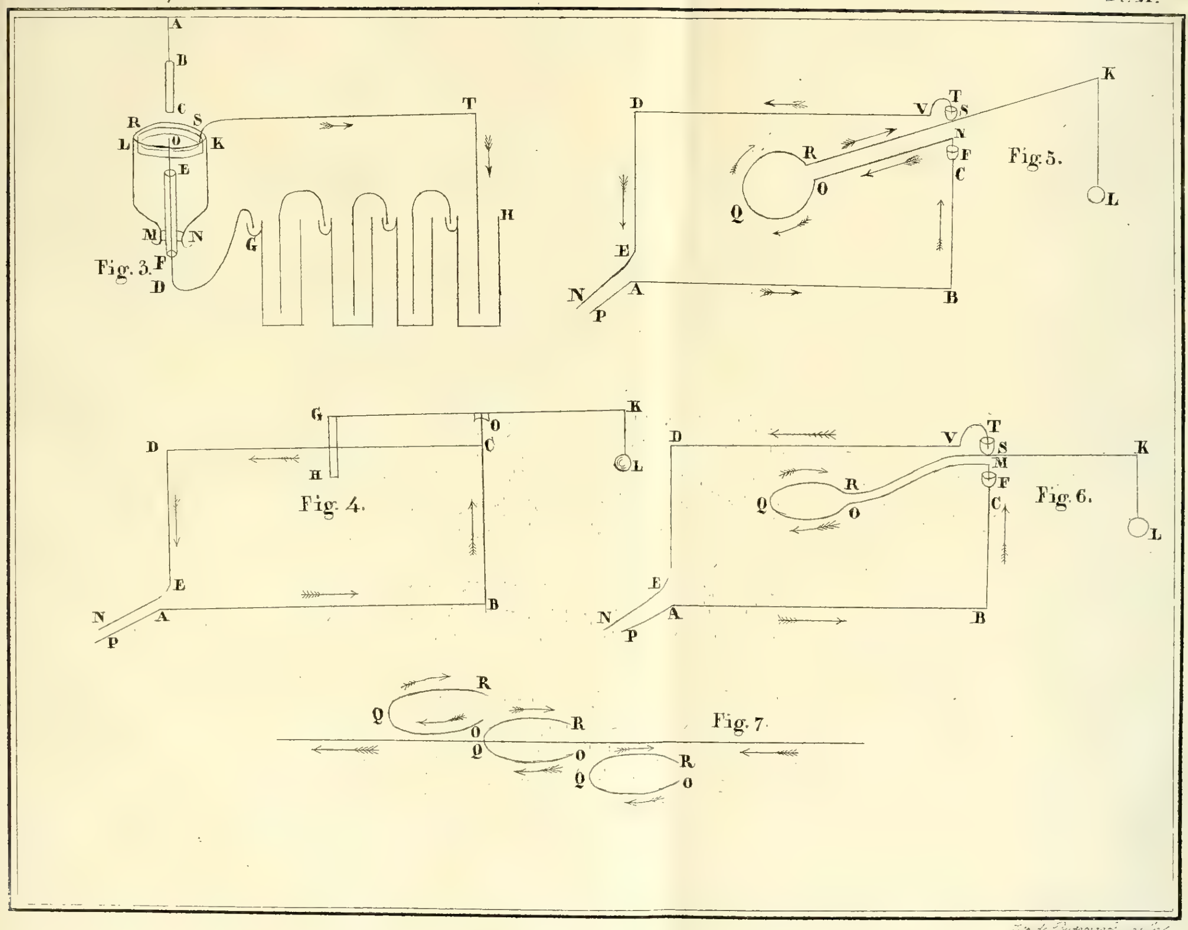
A l'égard de l'impossibilité de produire un mouvement avec accélération continue, sauf le frottement, lorsqu'on fait agir l'une sur l'autre deux portions de conducteur, formant des circuits solides et fermés, elle se démontre d'une manière analogue, en partant de ma formule au lieu de partir seulement de la loi dont je viens de parler, et qui ne s'applique qu'au cas où l'on emploie un aimant; cette démonstration est trop longue pour trouver place ici, mais vous pourrez la voir dans un Mémoire dont je corrige actuellement les épreuves, et où elle serait déjà publiée, si des circonstances particulières n'avaient pas retardé l'impression de ce Mémoire.

FIN.


Z
Fig. 1.
P
T
R
M
O
G
g
A
N
Q
g
Q'
B
n
N'
n'
S
K
L
H
l
h
O
x
M
y
Fig. 2.
s
S



Lith. de Burggraaff à Brux.


Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.

SOLUTION ALGÉBRIQUE

D'UN

PROBLÈME DE GÉOMÉTRIE

A TROIS DIMENSIONS;

PAR M. HACHETTE,

PROFESSEUR A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'ACADÉMIE DE PARIS.

PRÉSENTÉ A LA SÉANCE DU 8 MAI 1826.

SOLUTION ALGÉBRIQUE

D'UN

PROBLÈME DE GÉOMÉTRIE

A TROIS DIMENSIONS.

Monsieur Bruno, de Naples, a proposé et résolu par la méthode des anciens, la question suivante :

Étant donnés un point et deux droites dans l'espace, mener par le point, un plan qui coupe les deux droites en deux autres points tels que les trois points soient les sommets d'un triangle semblable à un triangle donné ? (1)

Ce problème peut être résolu algébriquement de la manière suivante :

Je prends (*fig.* 1) pour plan des xy, le plan mené par le point donné A, parallèlement aux deux droites données, et pour axes des x et des y, les parallèles à ces droites,

---

(1) Voyez une solution du même problème par M. A. Quetelet, à la page 51 de ce volume.

menées par le point A, pris pour origine des coordonnées x et y. Nous supposerons que les droites données soient projetées orthogonalement sur le plan des xy, suivant BDM et BEN; que ces projections comprennent l'angle connu DBE ou MBN$=\gamma$, et que les distances respectives des droites au même plan soient f et f', en sorte que leur plus courte distance qui se projette au point B, soit $(f-f')$. Nous supposerons encore que la projection du triangle demandé sur le plan des xy soit AMN ; le point ayant pour coordonnées l'abscisse inconnue AP$=x$, et l'ordonnée connue MP$=$AD$=a$; le point N a pareillement pour coordonnées, l'abscisse connue AE$=b$, et l'ordonnée inconnue EN ou AQ$=$y.

La question est ramenée à trouver deux relations entre les inconnues x et y.

Le triangle cherché a pour côtés :

1° La droite de la longueur $\sqrt{(\overline{AM}^2 + f^2)}$, dont la projection est AM ;

2° La droite de la longueur $\sqrt{(\overline{AN}^2 + f'^2)}$, dont la projection est AN ;

3° La droite de la longueur $\sqrt{[\overline{MN}^2 + (f-f')^2]}$, dont la projection est MN.

Il suffit donc de trouver sur le plan des xy, les valeurs des trois côtés AM, AN, NM.

Pour y parvenir, abaissons les perpendiculaires MR, NS sur l'axe des x, et la perpendiculaire NT sur l'axe des y : on aura, en faisant AD $= a$, AE$=b$: MR$=a\ sin.\ \gamma$,

$PR = a \cos.\gamma$, $AR = x + a \cos.\gamma$, $\overline{AM}^2 = a^2 \sin.^2\gamma + (x + a \cos.\gamma)^2$, $\overline{AM}^2 = x^2 + 2ax \cos.\gamma + a^2$. Nommant l, l', l'', les trois côtés du triangle demandé dont les projections sont respectivement AM, AN, MN, on aura :

$$l^2 = \overline{AM}^2 + f^2 = x^2 + 2ax \cos.\gamma + a^2 + f^2.$$

De même :

$$NT = 6 \sin.\gamma,\ QT = 6 \cos.\gamma,\ AT = y + 6 \cos.\gamma,$$
$$\overline{AN}^2 = 6^2 \sin.^2\gamma + (y + 6 \cos.\gamma)^2,$$

ou

$$\overline{AN}^2 = y^2 + 26y \cos.\gamma + 6^2,$$

et par conséquent

$$l'^2 = y^2 + 26y \cos.\gamma + 6^2 + f'^2.$$

Pour trouver l'', l'on remarquera

1° Que $NS = y \sin.\gamma$, $ES = y \cos.\gamma$,
$AS = AE + ES = 6 + y \cos.\gamma$;

2° Que $\overline{MN}^2 = (AR - AS)^2 + (NS - MR)^2$.

Donc :

$$\overline{MN}^2 = [x + a\cos.\gamma - (\beta + y\cos.\gamma)]^2 + (y\sin.\gamma - a\sin.\gamma)^2,$$

et en ordonnant :

$$\overline{MN}^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos.\gamma + 2x(a\cos.\gamma - \beta) - 2y(a + \beta\cos.\gamma) + a^2 + b^2 - 2a\beta\cos.\gamma,$$

donc :

$$l''^2 = x^2 + y^2 - 2xy\cos.\gamma + 2x(a\cos.\gamma - \beta) - 2y(a + \beta\cos.\gamma) + a^2 + \beta^2 - 2a\beta\cos.\gamma + (f - f')^2.$$

Puisque le triangle formé par les côtés l, l', l'', est semblable à un triangle donné, on aura pour déterminer x et y, les trois équations suivantes, dont deux comportent la troisième, k et k' étant des rapports connus :

$$kl^2 = l''^2 = k\,(x^2 + 2ax\cos.\gamma + a^2 + f^2) \ldots\ldots\ (1)$$

$$k'l'^2 = l''^2 = k'(y^2 + 2\beta y\cos.\gamma + \beta^2 + f'^2) \ldots\ldots\ (2)$$

d'où

$$\frac{k}{k'}(x^2 + 2ax\cos.\gamma + a^2 + f^2) = y^2 + 2\beta y\cos.\gamma + \beta^2 + f'^2\ (3).$$

Considérant deux quelconques de ces trois équations, comme appartenantes à deux courbes du second degré rapportées aux axes obliques AX, AY, les points d'intersection de ces courbes détermineront les points M et N sur les

projections des droites données, et par conséquent le triangle dont ces points sont les projections.

La quantité *cos.* γ qui entre dans l'expression de l''^2, prenant les deux valeurs $\pm$ cos. γ, il s'ensuit qu'il y a deux couples de courbes du second degré, qui résolvent le problème proposé; et comme chaque couple donne en général quatre points d'intersection, il s'ensuit que le problème proposé a huit solutions, c'est-à-dire, que l'on peut placer sur les deux droites huit triangles de même similitude donnée, qui auraient pour sommet commun, le point A.

Dans le cas particulier où les deux droites se rencontreraient, le point de rencontre serait le sommet de huit pyramides, qui auraient pour bases des triangles semblables à un triangle donné.

On peut donc supposer que ces huit pyramides soient construites sur une base commune, et que leurs sommets soient du même côté à l'égard du plan de cette base; il est évident que les huit pyramides symétriques à celle-là et de même base, ne différeront des huit autres que par la position des sommets placés symétriquement par rapport au plan de la base, c'est-à-dire, du côté opposé à celui des premiers sommets, et satisferont aux deux conditions d'avoir même base, et des angles opposés aux côtés de la base, respectivement égaux à des angles donnés. Cette conclusion s'accorde avec la solution de ce cas particulier que j'ai donné dans mon traité de Géométrie descriptive, année 1822 (pages 153 et 263), et antérieurement dans la Cor-

respondance sur l'école polytechnique (cahier de juillet 1812, page 332-337).

Il est à remarquer que dans l'équation (3), *cos.* γ n'entre que dans les deux termes linéaires $\frac{2akx}{k'} cos.\gamma$ et $2by\ cos.\gamma$, et que la courbe représentée par cette équation dans l'hypothèse de *cos.* γ positif, satisfait également au cas de *cos.* γ négatif; il n'en est pas de même des équations (1) et (2), dont chacune représente deux hyperboles correspondantes à ($\pm\ cos.\gamma$). Ces deux lignes sont coupées par l'hyperbole de l'équation (3), et le nombre de points d'intersection est en général de huit.

La solution synthétique de M. Bruno s'obtient aussi par l'intersection de deux hyperboles, dont la construction dépend des considérations suivantes :

Solution de M. Bruno. (1)

Soit B (*fig.* 2), le point donné, CM l'une des droites et EG la projection de l'autre droite AFN sur le plan BCM, conduit par la droite CM.

ABC étant le triangle cherché, deux sommets A, C, de ce triangle, sont respectivement sur les deux droites don-

---

(1) Voyez son Mémoire écrit en italien, in-4° de 20 pages, avec 1 planche. — Naples, 1825.

nées, et le troisième sommet au point donné B. Du point A comme centre, avec un rayon AB, on décrit un arc qui coupe le côté BC prolongé au point D, et tirant AD, on a un triangle isoscèle BAD, dans lequel on connaît les rapports BD à BA, et BD à BC; en effet, le triangle BAC étant semblable à un triangle donné, on connaît les trois angles A, B, C, et on a:

$$\text{BD} : \text{BA} :: \textit{sin.}\ 2\text{B} : \textit{sin.}\ \text{B};\ \text{BC} : \text{BA} :: \textit{sin.}\ \text{A} : \textit{sin.}\ \text{C}.$$

Donc $\frac{\text{BD}}{\text{BA}} = \frac{\textit{sin.}\ 2\text{B}}{\textit{sin.}\ \text{B}};\ \frac{\text{BD}}{\text{BC}} = \frac{\textit{sin.}\ 2\text{B}\ \textit{sin.}\ \text{C}}{\textit{sin.}\ \text{A}.\ \textit{sin.}\ \text{B}}.$

Ayant mené les droites DH, BH, l'une parallèle, et l'autre perpendiculaire à CM, toute droite menée par le point B sera divisée par les parallèles CM, DH en deux parties telles que la droite entière BD et sa partie BC seront dans un rapport constant et donné; ainsi l'on aura $\frac{\text{BD}}{\text{BC}} = \frac{\text{BH}}{\text{BI}}$.

Si l'on porte le côté AB du triangle ABC en B*a* sur BD, et si l'on mène la parallèle *ah*K à DH, toute droite menée par le point B sera divisée par les droites *ah*K, DH en deux parties telles que la droite entière BD et sa partie B*a* = AB, seront dans un rapport constant et donné.

Considérant le plan BCM comme horizontal, soit E la projection horizontale du sommet A du triangle BAC; le plan mené par le point *e* milieu de BD, perpendiculairement à cette droite BD, contient le triangle AE*e* rectangle

en E, dont l'hypothénuse *Ae* est la hauteur du triangle isoscèle ABD; le côté E*e* de ce même triangle est perpendiculaire sur le milieu de BD; d'où il suit que les deux droites BE, ED, projections horizontales des droites égales BA, AD sont aussi égales en longueur. Abaissons du point E la perpendiculaire EOT sur DH; M. *Bruno* porte sur cette perpendiculaire deux longueurs OT, OT, égales chacune à OD, et il observe que si l'un de ces points était connu, le point E le serait aussi, et par suite le sommet du triangle demandé. Pour déterminer l'un ou l'autre des points T, il en recherche deux lieux géométriques, de manière qu'on satisfasse à ces deux conditions :

1° Que EB soit égal à ED;

2° Que le rapport BD à BA ou de BD à B*a* soit constamment celui des deux droites données BH et B*h*.

Remarque.

Les figures suivantes (3) et (4) sont relatives aux lieux géométriques du point T; nous avons conservé sur la *fig.* 2me les dimensions et les lettres de la figure perspective que M. *Bruno* a jointe à son Mémoire imprimé. Dans les figures suivantes, qui appartiennent au dessin géométral, on y trouve encore les lettres correspondantes aux points déjà désignés dans la *fig.* 2me, mais nous avons ajouté les lignes et les lettres, qui nous ont paru nécessaires, pour exposer complétement la solution de M. *Bruno*, et pour la faire concorder avec les résultats obtenus antérieurement.

Premier lieu géométrique du point cherché (fig. 3).

Traçons à part (*fig.* 3) le point B, les droites DH et GE de la figure 2[me]; d'un point quelconque D de cette droite EG comme centre, avec le rayon EB, décrivons (*fig.* 3) l'arc de cercle DD′ qui coupe la droite DH aux points D et D′; enfin, abaissons du point E la perpendiculaire EO sur cette droite DH, et prenons OT = OT = OD = OD′; les points T, T, appartiennent au premier lieu géométrique du point T, qui correspond à la projection E du sommet du triangle de similitude donnée, qu'il s'agit de placer.

Ce lieu géométrique est une hyperbole à deux branches TST, T′S′T′, dont l'axe principal est la droite DH, et qui a pour centre le point d'intersection γ de cet axe et de la perpendiculaire abaissée du point donné B sur la droite connue EG. Les sommets S, S′, sont sur des perpendiculaires à la droite DH, menées par des points s, s', de la droite EG, tels qu'on ait : Bs′ = s′S′; Bs = sS.

Tirant les droites γs, $\gamma s'$, il sera facile de voir que les carrés $\overline{s'\gamma}^2$, $\overline{s\gamma}^2$ ont tous deux pour valeur $(\overline{\gamma\beta}^2 - \overline{B\beta}^2)$. Prenant le point γ pour l'origine des coordonnées rectangulaires, et la droite DH pour l'axe des x, on aura $\gamma O = x$, $OT = y$, x et y étant les coordonnées du point T. Les coordonnées connues du point B seront $\gamma H = a$, $HB = \beta$.

Soient X, Y les coordonnées γO, OE du point E de la droite donnée EG, on aura pour l'équation de cette droite : $Y = fX + g$; f et g étant des constantes données.

Par construction, on a

1° $X = x$. 2° $\overline{ED}^2 = \overline{EB}^2, \overline{ED}^2 = \overline{EO}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{EO}^2 + \overline{OT}^2$;

donc

$$Y^2 + y^2 = (x + a)^2 + (6 - Y)^2;$$

d'où

$$y^2 = x^2 + 2ax - 26Y + a^2 + 6^2.$$

Et à cause de

$Y = fx + g$; $y^2 = x^2 + 2ax - 26fx - 26g + a^2 + 6^2$.

La droite γB perpendiculaire à la droite EG, a pour équation $y = -\frac{1}{f}x$, et pour le point B, x et y deviennent respectivement $-a$, et $+b$; donc $b = \frac{a}{f}$, et $a = bf$; ce qui donne pour l'équation de l'hyperbole lieu géométrique du point T,

$y^2 = x^2 + a^2 + 6^2 - 26g$, ou $y^2 - x^2 = a^2 + 6^2 - 26g$;

résultat auquel M. *Bruno* est parvenu par la méthode synthétique des anciens géomètres.

Le second lieu géométrique dont nous allons nous occuper sera plus composé que le premier, parce qu'il dépendra du point B (*fig.* 2), des deux droites parallèles DH, *ah*, de la droite AFN et de sa projection EG. Mettons à part (*fig.* 4) ce point et les quatre droites DH, *ah*, (E)G, AFN de la figure 2.

Second lieu géométrique du point cherché (fig. 4).

Pour construire le second lieu géométrique du point T, menons (*fig.* 4) les droites quelconques BD, BD′ de même longueur, qui coupent les parallèles données DH, *ah* aux points D, D′, et *a, a′*. La sphère qui a son centre au point B, et dont le rayon est égal à B*a*, coupe la droite donnée AFN aux points A^i, A^s, d'où l'on abaisse les perpendiculaires A^iE^i, A^sE^s sur G(E) projection de FN. Des pieds E^i, E^s, de ces droites on mène les perpendiculaires E^iO^i, E^sO^s sur DH, et on porte les longueurs DO^i, DO^s, d'abord à la droite de la ligne DH, en O^iT^i et O^iT^s; puis à la gauche de la même ligne en O^iT et O^iT'. Le lieu géométrique des points T, T′, T^i, $T^{s\prime}$, sera composé de deux hyperboles dont l'une a pour branches TVT′, $TV'T'^s$, l'autre T^iUT^s, $T^sU'T'$. Opérant pour le point E^s, comme pour le point E^i, on aura $O^sT^s = O^sD'$; $O^sT'^s = O^sD$.

La plus petite droite qu'on puisse mener du point donné B à la droite DH, étant la perpendiculaire B*h*H, la plus petite droite correspondante qu'on pourra mener du point

B à la droite FN sera Bh. Décrivant donc du point B comme centre, une sphère du rayon Bh, qui coupe la droite donnée AFN aux points Q, Q′, qui se projettent sur la droite EO aux points q, q' ; les perpendiculaires qVU, q'V′U′ à la droite DH, contiendront les points limites V, V′ et U, U′ des deux hyperboles. Ayant les pieds x, x' de ces perpendiculaires, on fera $x\text{V}=x\text{U}=x\text{H}$, et $x'\text{V}'=x'\text{U}'=x'\text{H}'$.

Le plan mené par le point B perpendiculairement à la droite donnée (A)FN, coupe cette droite en un point F, qui se projette en G sur la droite EG. Le pied F de la perpendiculaire abaissée du point B sur la droite AFN est évidemment à égales distances des points Q, Q′ ; sa projection G est donc aussi à égales distances des points q, q' ; d'où il suit que la perpendiculaire GPP′L est à égales distances des parallèles qVU, q'V′U′ ; mais les parallèles sont tangentes aux hyperboles, aux points V, U, V′, U′ ; donc les deux hyperboles ont pour diamètres l'une la droite VV′, et l'autre la droite UU′. Ces diamètres sont rencontrés par la droite GL aux points P, P′, qui sont les centres des deux hyperboles ; ils sont perpendiculaires entre eux, et font chacun avec la droite DH un demi-angle droit, puisqu'on a $x\text{V} = x\text{U} = x\text{H}$, et $x'\text{V}' = x'\text{U}' = x'\text{H}'$.

Prenant pour axes des coordonnées les droites VPV′, GPL qui comprennent le demi-angle droit V′PL, et pour origine des coordonnées le point P, milieu de la droite VV′, le point T de la branche TVT′ aura pour coordonnées xy, les droites Ps, sT, ou en menant la droite TDL parallèle à VPV′, les coordonnées du point T seront Ps et PL.

D'après la construction du point T, exposée ci-dessus, la droite BD et la droite de la longueur B*a*, menée du point B au point A^i, sont dans le rapport connu de BH à B*h*; donc si l'on fait : $BH = b$ comme pour la (*fig.* 3), et $BH = \beta$, nous aurons $\frac{BD}{Ba} = \frac{b}{\beta}$. Mais la droite menée du point B au point A^i de la droite donnée AFN, est l'hypothénuse du triangle rectangle qui a pour côtés la droite A^iF et la perpendiculaire à cette droite menée du point B au point F, qui se projette en BG sur le plan de la *fig.* 4. Donc si l'on nomme B cette perpendiculaire, on aura :

$$\overline{Ba}^2 = B^2 + \overline{A^iF}^2;$$

mais A^iF a pour projection la droite E^iG, et nommant N l'angle de ces droites, $AF = \frac{E^iG}{cos.\ N}$; ce qui donne $\overline{Ba}^2 = B^2 + \frac{\overline{E^iG}^2}{cos.^2\ N}$. Ayant mené la parallèle $E'g$ à l'axe des x VPV′, elle est égale à l'abscisse P*s* ou LT du point T. Nommant N′ l'angle connu de la droite E^iGN et de la droite $aa'N'$ parallèle à DD′, on aura dans le triangle E^iGg:

$$sin.\ G : E^ig :: sin.\ 45^o : E^iG;$$

ou :

$$\cos.\ N' : x = \frac{1}{\sqrt{2}} : E'G = \frac{x}{\cos.\ N'\sqrt{2}};$$

d'où. $$\overline{Ba}^2 = B^2 + \frac{x^2}{2\cos.^2 N.\ \cos.^2 N'}.$$

On a par construction

$$HO^i = O^i s,\ \text{et}\ DO^i = O^iT;\ \text{donc}\ HD = Ts = y.$$

Mais $\overline{BD}^2 = \overline{BH}^2 + \overline{HD}^2$; donc $\overline{BD}^2 = b^2 + y^2 = \frac{b^2}{\beta^2}.\ \overline{Ba}^2$;

et mettant pour $\overline{Ba}^2$ sa valeur :

$$b^2 + y^2 = \frac{b^2}{\beta^2}\left(B^2 + \frac{x^2}{2\cos.^2 N.\ \cos.^2 N'}\right) \dots (1);$$

équation de l'hyperbole aux deux branches TVT', T'V'T.

En considérant la seconde hyperbole rapportée au même axe des x, PP'LL', et à un autre axe UU' des y, perpendiculaire à la droite VV' qui servait d'axe des y pour la première hyperbole, on aura en menant $E'g'$ parallèle à UU', un triangle $E'Gg'$, dans lequel $E'g' = E'g =$ l'abscisse $P'r$ ou $P'r'$. Désignant donc cette abscisse par x, on aura comme précédemment $E'G = \frac{x}{\cos.\ N'\sqrt{2}}$; désignant l'ordonnée rT^i par y, la valeur de $\overline{BD}^2$ sera $y^2 + b^2$; ainsi

l'équation de la seconde hyperbole ne différera pas de celle de la première; il faut seulement observer que pour la première équation, l'abscisse x se compte de l'origine P sur la droite à 45°, VPV′; et pour la seconde équation, elle se compte de l'origine P′ sur la droite à 45°, UP′U′; l'axe des y est commun aux deux courbes. Afin que les deux équations soient bien distinctes, on peut écrire la seconde, en changeant seulement x et y en X et Y, et on aura :

$$b^2 + Y^2 = \frac{b^2}{\beta^2}\left(B^2 + \frac{X^2}{2\cos.^2 N \cos.^2 N^1}\right) \ldots. (2).$$

Quant au premier lieu géométrique, qui est encore une autre hyperbole (*fig.* 3), on la rapportera successivement aux deux systèmes d'axes obliques (PL, PV), (P′L, P′U) (*fig.* 4), et on combinera son équation avec les équations (1) et (2), pour en déduire les valeurs des coordonnées des points T, qui correspondent aux sommets (A^1, E^1) des triangles demandés. Le plus grand nombre possible de ces triangles est de huit, puisque les trois hyperboles qui déterminent leurs sommets, ne peuvent se couper par la combinaison de l'une d'elles avec les deux autres, qu'en huit points. Le nombre de solutions serait encore le même dans le cas particulier traité depuis long-temps, où les deux droites données seraient dans le même plan; auquel cas le problème proposé par M. *Bruno*, revient à couper une pyramide triangulaire dont on connaît les trois angles plans, qui se

réunissent au sommet de cette pyramide, suivant un triangle de similitude donnée. Ce dernier comprend celui qui a été l'objet de plusieurs articles insérés dans le supplément de M. Hachette, à la Géométrie descriptive de Monge (année 1811), dans la Correspondance sur l'école polytechnique, tome II, page 332 (juillet 1812), et dans le Traité de géométrie descriptive de M. Hachette, édition de 1822, pages 153 et 263, et dont voici l'énoncé :

2me *Problème de la pyramide triangulaire.*

Connaissant dans une pyramide triangulaire la base et les angles des arêtes opposés aux côtés de la base, construire le sommet de la pyramide ?

NOTICE HISTORIQUE SUR CE PROBLÈME.

Le volume IIme des savans étrangers, académie de Paris, année 1754, contient un petit Mémoire (3 pages et demie), dans lequel Esteve, de la société Royale des sciences de Montpellier, s'est proposé de résoudre la même question énoncée, de la manière suivante :

« La base d'une pyramide triangulaire étant donnée, » avec les angles au sommet, déterminer les dimensions » de la pyramide. »

La solution qu'il en a donnée est algébrique ; il prend pour inconnues dans la pyramide triangulaire ABCD (*fig.* 5), les trois angles ADC, ADB, ABC, les six quantités connues

étant d'une part les trois côtés CD, BD, CB, et les trois angles des arêtes opposés à ces côtés CAD, BAD, BAC.

Nommant les côtés respectivement b, c, d; les angles opposés qui ont le point A pour sommet commun, B, C, D; les angles inconnus x, y, z; leurs supplémens x' y' z', on aura :

$$\sin. x' = \sin. (x + \mathrm{B});\ \sin. y' = \sin. (y + \mathrm{C});\ \sin. z' = \sin. (z + \mathrm{D}).$$

Chacune des trois arêtes AD, AB, AC, appartient à deux faces de la pyramide; d'où l'on tirera pour chacune d'elles, deux valeurs, savoir :

$$\mathrm{AD} = \frac{b \sin. x'}{\sin. \mathrm{B}} = \frac{c \sin. y'}{\sin. \mathrm{C}};$$

ou :

$$\frac{b \sin. (x + \mathrm{B})}{\sin. \mathrm{B}} = \frac{c \sin. (y + \mathrm{C})}{\sin. \mathrm{C}} \ \ldots\ (1)$$

$$\mathrm{AB} = \frac{c \sin. y}{\sin. \mathrm{C}} = \frac{d \sin. z'}{\sin. \mathrm{D}};$$

ou :

$$\frac{c \sin. y}{\sin. \mathrm{C}} = \frac{d \sin. (z + \mathrm{D})}{\sin. \mathrm{D}} \ \ldots\ (2)$$

$$AC = \frac{b \sin. x}{\sin. B} = \frac{d \sin. z}{\sin. D};$$

ou :

$$\frac{b \sin. x}{\sin. B} = \frac{d \sin. z}{\sin. D} \quad .... (3)$$

Ces trois équations renferment la solution du problème considéré dans toute sa généralité, et on en déduirait les valeurs de sin. x, sin. y, sin. z.

Esteve n'a pas donné pour le cas général l'équation finale, qui ne contiendrait qu'une seule inconnue, par exemple, sin. x; il n'a achevé la solution que pour le cas particulier où les deux angles x et z seraient égaux. Alors l'équation (3) donne $\frac{b}{d} = \frac{\sin. B}{\sin. D}$; c'est-à-dire, que les côtés b et d de la pyramide sont proportionnels aux sinus des angles opposés, que l'arête AC, qui passe par le point d'intersection des deux côtés CD, CB, fait avec les deux autres arêtes AD, AB, de la pyramide.

Dans cette hypothèse particulière, l'équation finale est du 4me degré en sin. x, et se résout à la manière des équations du 2me degré.

En 1773, Lagrange a publié dans le volume de cette année, de l'académie de Berlin, un Mémoire sur la pyramide triangulaire, où l'on trouve les trois équations suivantes,

qui renferment la solution algébrique de la même question. Prenant pour inconnues les trois arêtes de la pyramide, et les désignant par les lettres X, Y, Z, on a :

$$b^2 = X^2 + Y^2 - 2XY \cos . B;\ c^2 = Y^2 + Z^2 - 2YZ \cos . C;\ d^2 = Z^2 + X^2 - 2ZX \cos . D.$$

Éliminant Y et Z, l'équation finale en X serait du 8me degré (1).

En 1795, Lagrange a traité cette question plus spécialement, dans le cours de mathématiques qu'il fit aux écoles normales de cette année, conjointement avec M. De Laplace, et il fit observer qu'en prenant pour inconnues l'une des arêtes, et les rapports de celle-ci aux deux autres, l'équation finale ne serait que du 4me degré. J'ai développé le calcul seulement indiqué par Lagrange, dans le tome II de la Correspondance sur l'école polytechnique, page 334 (juillet 1812), et j'en avais conclu que le nombre de solutions possibles pouvait s'élever à huit; ce qui n'aurait été démontré par l'équation finale du 8me degré, qu'après avoir prouvé qu'elle ne contenait ni racines égales, ni racines imaginaires.

Esteve avait fait précéder sa solution de cette remarque, que le problème n'était pas de pure spéculation; qu'il pouvait être utile dans la géographie, ce qui en avait fait naître l'idée, et qu'on pourrait l'énoncer ainsi :

---

(1) Ainsi que M. *Lacroix* l'a remarqué dans ses *Élémens de Géométrie descriptive*, 1re édition, année 1795, page 85.

« Étant placé sur le sommet d'une montagne, et connaissant la distance qu'il y a entre trois objets qu'on découvre dans la plaine, il s'agit de déterminer du même sommet, par les règles de la trigonométrie, la hauteur de la montagne et la distance à chacun des objets qui sont dans la plaine, enfin tout ce qui appartient à la pyramide dont la base connue est dans la plaine, et le sommet à l'œil de l'observateur, qui y mesure les angles formés. »

On sait que la géométrie descriptive a pris naissance à l'école royale du génie, établie à Mezière en 1748, et que Monge a professé dans cette école pendant vingt ans, de 1764 à 1784. On y proposait comme une application de la géométrie descriptive à la topographie, le problème d'Esteve. Monge en a donné la solution dans ses leçons aux écoles normales de 1795, et l'a publié dans le journal de cette école, tome III, pages 347—352. Si cette question était traitée par l'analise, elle conduirait généralement, dit Monge, page 349 du même journal, à une équation du 64me degré. Ce savant supposait qu'on aurait pris pour inconnues, les trois coordonnées du sommet de la pyramide. Ce sommet ayant pour lieux géométriques trois surfaces annulaires, dont les équations étaient chacune du 4me degré, on pouvait en conclure que généralement l'équation finale non réduite serait du 64me degré. Monge n'avait pas effectué les calculs; il voulait seulement montrer qu'il y a des cas où les considérations synthétiques sont préférables à l'analise algébrique. Il n'au-

rait pas cherché à démontrer la possibilité d'un aussi grand nombre de solutions, s'il avait porté un moment son attention sur les équations trouvées par Esteve et par Lagrange. Cette erreur rappelée par M. *Bruno*, avait été corrigée dans l'édition de la géométrie de Monge qui a paru en 1811, augmentée de mon supplément. D'ailleurs, on ne sera point étonné que quelques inexactitudes se soient glissées dans le journal des écoles normales, lorsqu'on saura que les professeurs improvisaient leurs leçons; que les sténographes les recueillaient, et chaque jour les nombreux élèves de ces écoles retrouvaient dans le journal qu'on leur distribuait, l'instruction qu'ils avaient reçue la veille.

Quoique je fusse assuré que le nombre de pyramides de même base, qui satisfont aux conditions du problème, était de seize, dont huit étaient symétriques des huit autres, je n'étais point parvenu à trouver les données qui répondaient à ce nombre *maximum* de solutions. Cependant, ce problème a fait long-temps partie du travail graphique des élèves de l'école polytechnique que je dirigeais, et je sentais la nécessité de leur présenter une construction complète du cas le plus général; ce qui m'a fait rechercher la solution que j'ai exposée dans le supplément de la Géométrie descriptive de Monge, année 1811, pages 110 — 118; dans la Correspondance sur l'école polytechnique, tome II, page 332 (juillet 1812), et plus récemment dans mon Traité de Géométrie descriptive, édition de 1822, pages 153 et 263.

Le problème général de la pyramide est évidemment un

cas particulier du premier problème (page 1) résolu par M. *Bruno*. Les trois faces de la pyramide étant connues, on sait construire les angles que les plans de ces faces font entre eux, et la position de l'une quelconque des trois arêtes, par rapport au plan des deux autres arêtes, est déterminée. On peut donc prendre un point quelconque sur une arête, et conduire par ce point un plan qui coupe les deux autres arêtes en deux points, tels que les trois points soient les sommets d'un triangle semblable au triangle qui sert de base à la pyramide, et qui par hypothèse est donné. Le plan du triangle semblable à la base donnée étant trouvé, un plan parallèle donnera la base elle-même. Ainsi pour ramener le premier problème de M. *Bruno* à la pyramide, il suffit de supposer que les deux droites données se coupent en un point, qui devient le sommet de la pyramide. J'ai fait voir que le premier problème était susceptible de huit solutions; d'où il suit que la seconde question relative à la pyramide triangulaire admet le même nombre de solutions. Si les développemens que j'ai ajoutés à la solution de M. *Bruno* laissaient encore quelques doutes sur cette conséquence, on en reconnaîtrait la vérité par les considérations suivantes :

Soit XYZ (fig. 1re, pl. C, in-fol., de mon Traité de Géométrie descriptive) la base donnée d'une pyramide; les trois arcs construits sur ces côtés, et capables des trois angles égaux aux angles des arêtes de la pyramide, sont : 1° XYG et son supplément XY*g*. 2° XZF et son supplément XZ*f*;

3° YZO et son supplément YZ*o*. On a trouvé que pour la base XYZ, les trois angles XYG, XZF, YZO avec leurs supplémens, peuvent former huit pyramides différentes. En effet les trois angles plans indéfinis qui forment un angle trièdre, divisent l'espace en huit espaces partiels, compris chacun dans un angle trièdre. De ces huit espaces, correspondans à huit angles trièdres, quatre sont symétriques des quatre autres. Nommant A, B, C, les trois angles plans de l'un des huit angles trièdres, les trois droites intersections des plans de ces angles et leurs prolongemens comprennent quatre angles trièdres distincts, et quatre autres angles trièdres symétriques de ceux-ci. Appelant A′, B′, C′, les supplémens respectifs des trois angles plans A, B, C, les quatre angles trièdres distincts seront :

1°. A, B, C; 2° A, B′, C′; 3° A′, B, C′; 4° A′, B′, C; les quatre angles trièdres, symétriques de ceux-là, seront formés des mêmes angles plans.

Les trois supplémens A′, B′, C′, comprennent aussi un angle trièdre, et les trois droites intersections des plans de ces angles supplémentaires, forment les quatre autres angles trièdres distincts, qui suivent :

5° A′, B′, C′; 6° A′, B, C; 7° A, B′, C; 8° A, B, C′.

A ces huit combinaisons correspondent huit pyramides de même base XYZ (*fig.* 1[re]), et chaque pyramide peut être coupée par un plan, suivant un triangle de similitude donnée. Les sommets des huit pyramides étant projetés sur le plan de la base XYZ, et sur un plan perpendiculaire

au côté XY de cette base, leurs projections sur ces plans sont désignées par les lettres α, β, γ, δ, α', β', γ', δ'. Quant aux projections des sommets des huit pyramides symétriques aux huit premiers, sur le plan perpendiculaire au côté XY de la base, elles sont désignées par les lettres précédentes en parenthèses. Les huit premiers sommets sont marqués sur chacun des trois arcs capables des angles donnés et de leurs supplémens, par les chiffres dans l'ordre naturel 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; les sommets des huit pyramides symétriques sont désignés par les mêmes chiffres accentués.

Il est donc démontré que si l'on donne une pyramide triangulaire et un point, sur l'une des trois arêtes de cette pyramide, on peut en général mener par ce point, huit plans qui coupent la pyramide suivant un triangle de similitude donnée. Je ferai remarquer que la construction de M. *Bruno*, d'après laquelle on trouve un plan qui coupe une pyramide donnée suivant un triangle de similitude donnée, est une traduction géométrique des équations qui ont été données par Lagrange en 1795, entre une arête de la pyramide, et les rapports de celle-ci aux deux autres arêtes : cette considération est probablement la plus simple et la plus élégante qu'on puisse employer, pour résoudre la question de la pyramide dans toute sa généralité, soit par la géométrie ou par l'analise; elle dispense d'avoir égard aux dimensions données de la base de la pyramide; il suffit de chercher la direction d'un plan parallèle à cette base.

Troisième problème de la pyramide triangulaire (fig. 6).

Ce problème est celui dont Esteve de Montpellier a donné la solution, que j'ai mentionnée précédemment (page 7). En voici l'énoncé : (*fig.* 6).

On donne les trois arêtes FB, FD, FE, d'une pyramide, un point B sur la première arête, et il s'agit de mener par ce point, un plan qui coupe la pyramide suivant un triangle BPQ, dont on connaît l'angle PBQ opposé au côté PQ, et dont les côtés BP, BQ sont proportionnels au perpendiculaires BE, BD, abaissées du point B sur les arêtes FE, FD, ou aux sinus des angles que l'arête FB fait avec les deux arêtes FD, FE.

En appliquant l'analise aux considérations synthétiques de M. *Bruno*, on résoudra le problème de la manière suivante :

Solution algébrique du troisième problème (fig. 6).

Soit b (*fig.* 6) la projection du point donné (B) sur le plan DEF des deux arêtes aussi données FE, FD. On abaisse de ce point b les perpendiculaires bE, bD, sur les arêtes FE, FD, et on mène la droite Fb qui est la projection de l'arête F (B) sur le plan DEF. Les perpendiculaires abaissées du point (B) sur les arêtes FE, FD, seront respectivement les droites (B) E, (B) D, hypothénuses des triangles rectangles (B) bE, (B) bD.

Soit (B)PQ le triangle demandé, on aura par hypothèse : (B)P : (B)Q :: (B)E : (B)D, et l'angle P(B)Q étant connu, on connaîtra aussi le rapport de PQ à (B)Q ; soit k ce rapport, sur les droites DQ, QP, on construit dans le plan DEF, le parallélogramme DQPM ; et si le point M de ce parallélogramme était connu, on mènerait par ce point la droite MP parallèle à l'arête FD ; ce qui déterminerait les côtés (B)P, (B)Q du triangle (B)PQ.

Nous allons faire voir, ainsi que M. *Bruno* l'a trouvé par d'autres considérations, que ce point M a pour lieux géométriques une ligne droite et un cercle. Rapportons ce point aux deux droites EF, ED′, comme axes de coordonnées, la droite ED′ étant parallèle à l'arête FD.

Nommons $EP = x$, $PM = y$, $(B)E = a$; $(B)D = b$, $EF = c$, $FD = d$; h, la distance du point (B) de l'espace à sa projection b ; on a entre ces constantes, la relation suivante : $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$. La proportion précédente deviendra : (B) P : (B) Q :: $a : b$; d'où $\dfrac{\overline{(B)P}^2}{\overline{(B)Q}^2} = \dfrac{a^2}{b^2}$. Le triangle (B) DQ rectangle en D, donnera à cause de

$$DQ = PM = y ; \; \overline{(B)Q}^2 = b^2 + y^2.$$

Le triangle (B)EP, rectangle en E, donnera $\overline{(B)P}^2 = a^2 + x^2$; et par conséquent $\dfrac{a^2 + x^2}{b^2 + y^2} = \dfrac{a^2}{b^2}$, en réduisant, $bx = \pm\, ay$,

équation de la droite EMG, qui est le premier lieu géométrique du point M.

Les deux triangles EPM, EFG sont semblables, puisque PM est parallèle à FG, on a donc : $y : x$, ou $b : a$ :: EF : GF :: c : GF; donc GF $= \frac{ac}{b}$. L'angle EFG est donné; donc le rapport de GE à GF est connu : soit f le rapport $\frac{\text{GE}}{\text{GF}}$; on aura : GF : GE :: PM ou y : EM $= fy$.

Élevons sur la droite EG une perpendiculaire EH $= fb$, on aura :

$$\overline{\text{HM}}^2 = \overline{\text{EM}}^2 + \overline{\text{EH}}^2 = f^2y^2 + f^2b^2 = f^2(b^2 + y^2);$$

mais on a

$$\frac{\text{PQ}}{\text{BQ}} = k,\ k^2 = \frac{\overline{\text{PQ}}^2}{\overline{\text{BQ}}^2} = \frac{\overline{\text{DM}}^2}{\overline{\text{BQ}}^2} = \frac{\overline{\text{DM}}^2}{b^2 + y^2};$$

donc

$$\overline{\text{DM}}^2 = k^2(b^2 + y^2).$$

Et

$$\frac{\overline{\text{DM}}^2}{\overline{\text{HM}}^2} = \frac{k^2(b^2 + y^2)}{f^2(b^2 + y^2)} = \frac{k^2}{f^2};$$

d'où il suit qu'on a : $\frac{\text{DM}}{\text{HM}} = \frac{k}{f}$. Ce qui signifie que les

distances DM, HM du point M aux points fixes et connus E et D sont dans le rapport constant exprimé par la fraction $\frac{k}{f}$; le point M appartient donc à une circonférence de cercle, dont un diamètre est dirigé suivant la droite DH, et qui est le second lieu géométrique de ce point. L'intersection de cette circonférence et de la droite EG, déterminera le point M, le point P, et par conséquent le triangle demandé (B)PQ.

Construction géométrique de la solution de M. Bruno (*fig.* 7).

Soient (EF, DF) (*fig.* 7) les deux arêtes d'une pyramide dont le sommet est en F; F*b* la projection de la troisième arête sur le plan des deux premières, que je suppose horizontal. Ayant mené un plan vertical F′D′ (*fig.* 7) perpendiculaire à F*b*, on donne B′F′ pour la hauteur verticale du point qu'on peut désigner par (B) qui appartient à la troisième arête, et dont *b* est la projection horizontale (*fig.* 7). De ce point *b* on abaisse les perpendiculaires *b*E, *b*D sur les arêtes FE, FD, et on mène une droite quelconque *b*Q, qui coupe l'arête FD au point Q. Considérant cette droite comme la projection d'un côté (B)Q du triangle (B)PQ, on aura l'autre côté (B)P par la proportion donnée (B)D : (B)E = (B)Q : (B)P. Les grandeurs de (B)D et de (B)E sont construites à part (*fig.* a), et représentées par

$B'D'$, $B'E'$, les droite $F'D'$ et $F'E'$ étant respectivement égales à bD, bE (*fig.* 7). Soit $B'e' = B'E'$ (*fig.* 7), on prendra $B'q = (B)Q$ (*fig.* 7) $= \sqrt{\overline{bQ}^2 + \overline{B'F'}^2}$ (*fig.* 7), et on joindra les points q et D' par la droite $D'q$.; ensuite on mènera la parallèle $e'p$ à $D'q$, et décrivant du point B' comme centre avec le rayon $B'p$ l'arc pp', qui coupe la droite $F'D'$ au point p', $p'F'$ sera la longueur de la droite bP ou bP' (*fig.* 7), projection du côté $(B)P$ ou triangle $(B)PQ$; lequel triangle a pour projection horizontale bPQ. Les trois points D, Q, P et D, Q, P', déterminent les deux parallèlogrammes $GDPM$, $GDP'M'$; et par suite les deux droites EMG, $EM'G'$ qui coupent l'arête FG aux deux points G, G' également distans du sommet F de la pyramide. Ces deux droites sont les lieux géométriques du point qui déterminera le sommet P ou P' du triangle demandé; et si l'on a pour la première droite, $\frac{GE}{GF} = f$, on aura pour la seconde $\frac{G'E}{G'F} = \frac{G'E}{GF} = f'$: ces deux rapports ne seraient égaux que dans le cas où les deux arêtes FE, FD, seraient à angle droit. Dans tout autre cas, les parallèles MPN, $M'P'N'$ à l'arête FD couperont les deux droites EG, EG' en des points M, N et M', N', tels qu'on aura $PM = PN$, $P'M' = P'N'$; et les deux rapports f, f' n'auront pas la même valeur. Par le point E, on élèvera les deux perpendiculaires EH, EH' à EG et EG', et on portera sur la pre-

mière, la droite EH $= f.$ (B)D, et sur le second la droite EH$'$ $= f'$ (B)D; en se rappelant que la droite que nous désignons par (B)D est l'hypothénuse B$'$D$'$ du triangle rectangle B$'$F$'$D$'$ (*fig.* 7 a). Ayant porté cette hypothénuse en GI et G$'$I$'$ (*fig.* 7), on a mené les parallèles IK, I$'$K$'$, qui rencontrent les droites EG, EG$'$ aux points K, K$'$, tels que GK = EH, et G$'$K$'$ = EH$'$. Ayant joint les points D et H, on divise la droite DH en deux parties DL, LH, telles qu'on ait $\frac{\mathrm{DL}}{\mathrm{LH}} = \frac{\mathrm{K}}{f'}$ et le point L est déterminé.

On construira en dehors de la droite DH, deux points quelconques R, r, par lesquels on aura encore $\frac{\mathrm{DR}}{\mathrm{RH}} = \frac{\mathrm{D}r}{r\mathrm{H}} = \frac{k}{f}$, et ces deux points R, r, seront à égales distances du point D; les trois points L, R, r, détermineront la circonférence du cercle LRr qui coupera la droite EG au point demandé M. En opérant de la même manière sur la droite DH$'$, on trouvera une seconde circonférence qui coupera la droite EG$'$ en un autre point M$'$. Chacune des droites EG, EG$'$, étant coupée par une circonférence en deux points, il s'ensuit que le problème proposé est susceptible de quatre solutions.

On aurait pu porter la droite EH sur son prolongement en Eh, et construire un second cercle tel que les distances d'un point de ce cercle aux points D et h, fussent dans le

rapport $\frac{k}{f}$; il est facile de voir que ce nouveau cercle, et le premier qui passe par les trois points L, R, r, auraient une corde commune sur la droite EG, et couperaient cette droite aux mêmes points. Ainsi le problème proposé ne peut avoir au plus que quatre solutions.

En continuant la solution algébrique qui nous a donné l'équation $bx = \pm ay$ de la ligne droite EMG (*fig.* 7), premier lieu géométrique du point M, nous aurions pu trouver une seconde relation entre les coordonnées EP, PM du point M; il suffirait d'observer qu'on a deux valeurs de $\overline{PQ}^2$, savoir :

$$\overline{PQ}^2 = k^2\,\overline{(B)Q}^2 = k^2(b^2 + y^2),$$

et $$\overline{PQ}^2 = \overline{FP}^2 + \overline{FQ}^2 - 2FP.\,FQ.\,\cos.\,PFQ.$$

$$FP = EF + EP = c + x;$$

$$FQ = FD + DQ = FD + DM = d + y,$$

et nommant F l'angle donné PFQ, on aura :

$$k^2(b^2+y^2)=(c+x)^2+(d+y)^2-2\cos.F\,(c+x)(d+y)..(e).$$

Équation d'une hyperbole qui est le second lieu géométrique du point M.

Cette hyperbole couperait les deux droites qui sont le premier lieu géométrique du point M, et les points d'in-

tersection ne différeraient pas de ceux qu'on trouverait par l'intersection des mêmes droites et des cercles déterminés par M. *Bruno*. Cette dernière solution par la ligne droite et le cercle, est sans contredit la plus élégante; elle prouve une grande sagacité pour la recherche des lieux géométriques, et une parfaite connaissance de la méthode des anciens géomètres.

4me *Problème* (pl. 2, fig. 8).

Étant données deux droites parallèles, construire un triangle de similitude donnée, qui ait deux sommets sur ces droites, et le troisième sommet en un point donné?

Solution algébrique.

En traitant cette question par l'algèbre, on est conduit à une question du 4e degré, qui se résout comme une équation du second degré.

En effet, soit mené par le point donné un plan perpendiculaire aux deux droites parallèles aussi données; le plan rencontre les droites en deux points A et C, et nommant B le point donné, on aura un triangle ABC qui sera la projection du triangle demandé sur le plan perpendiculaire aux deux parallèles données. Désignant par z, z', les distances des deux sommets du triangle situés sur les parallèles au plan ABC passant par le point B, il est évident que les côtés

du triangle demandé correspondans aux trois côtés a, d, c, du triangle donné ABC, auront pour expressions :

$$\sqrt{a^2 + z^2}, \sqrt{c^2 + z'^2}, \sqrt{b^2 + (z - z')^2}.$$

Puisque le triangle est donné de similitude, les rapports k, k', de ces côtés sont connus ; ce qui donne les deux équations :

$$\sqrt{c^2 + z'^2} = k \sqrt{a^2 + z^2}, \quad \sqrt{b^2 + (z - z')^2} = k' \sqrt{a^2 + z^2};$$

d'où l'on tire les deux valeurs de z et z', qui détermineront le triangle demandé.

M. *Bruno* parvient aussi à une équation du 4ᵉ degré, qui se résout à la manière du second, et il trouve la valeur de l'inconnue, par une construction géométrique, qui se réduit à tracer un triangle rectangle dont on connaît l'hypothénuse et un côté.

Solution de M. Bruno (*fig.* 9).

Soient B et CH (*fig.* 9), le point et l'une des parallèles données ; AG, l'autre parallèle donnée et EL sa projection sur le plan BCH.

Soit BAC le triangle demandé ; on abaisse du point A,

1° La perpendiculaire AE sur le plan BCH ;

2° La perpendiculaire AD sur le côté BC. Puisque le triangle BAC est d'une similitude donnée, on connaît :

1° Le rapport $\frac{BD}{BC}$; 2° le rapport $\frac{BD}{AD}$; 3° la perpendiculaire AE qui mesure la distance de la parallèle donnée AG et de sa projection EL; 4° la perpendiculaire BH abaissée du point B sur la seconde parallèle donnée CH.

Soient donc $AE = a$, $BH = b$, $\frac{BD}{BC} = k$; $\frac{BD}{AD} = k'$.

Le point D étant supposé trouvé, la parallèle DI à CH coupera la droite BH en un point I, dont on aura la distance BI au point B, par cette proportion :

$$BC : BD = BH : BI = BH \times \frac{BD}{BC} = bk.$$

Menant la parallèle IDK à la droite donnée CH, la distance EK, des parallèles IK, EL sera connue; soit c cette distance, soit de plus une ligne de la longueur Q, telle qu'on ait la proportion : $\overline{BD}^2 : \overline{BI}^2 :: \overline{AD}^2 : \overline{Q}^2$; ce qui donne $Q = bkk'$.

Les deux triangles EDK et BDI étant semblables, on a :

$$\overline{ED}^2 : \overline{DK}^2 :: \overline{BD}^2 : \overline{BI}^2 :: \overline{AD}^2 : Q^2,$$

et mettant pour $\overline{AD}^2$ sa valeur $\overline{AE}^2 + \overline{ED}^2$;

$$\overline{ED}^2 : \overline{DK}^2 :: \overline{AE}^2 + \overline{ED}^2 : Q^2,$$

à cause de

$$\overline{AE}^2 = a^2 ; \overline{ED}^2 = \overline{DK}^2 + \overline{EK}^2 = \overline{DK}^2 + C^2 ;$$
$$\overline{DK}^2 + c^2 : \overline{DK}^2 :: \overline{DK}^2 + a^2 + c^2 : Q^2 ;$$

de cette proportion, on tire celle-ci

$$C^2 : \overline{DK}^2 :: \overline{DK}^2 + a^2 + c^2 - Q^2 : Q^2 \ldots\ldots \text{(proportion 1)}.$$

D'où l'on voit que la valeur de DK serait donnée par une équation du 4e degré, qui se résoudrait à la manière du second.

M. *Bruno* construit géométriquement cette valeur de DK, dans les deux cas qui peuvent avoir lieu, de $(a^2 + c^2 - Q^2)$ positif ou négatif.

Soit d'abord $a^2 + c^2 - Q^2 = F^2$, F étant une quantité réelle ; la proportion précédente (1) devient ;

$$c^2 : \overline{DK}^2 = \overline{DK}^2 + F^2 : Q^2 \ldots. (1).$$

M. *Bruno* considère un triangle rectangle, dans lequel l'hypothénuse DN a pour valeur le 4e terme de cette proportion :

$$F : Q :: c : DN = \frac{cQ}{F}.$$

D'où l'on tire $C^2 = \frac{F^2.DN^2}{Q^2}$; mettant cette valeur dans la proportion 1, elle devient :

$$\overline{DN}^2 : \overline{DK}^2 = \overline{DK}^2 + F^2 : F^2,$$

on la transforme en celle-ci :

$$\overline{DN}^2 - \overline{DK}^2 : \overline{DK}^2 = \overline{DK}^2 : F^2;\text{ ou } NK : DK = DK : F:$$

ce qui donne

$$\overline{DK}^2 = F \times NK = \overline{DN}^2 - \overline{NK}^2;$$

connaissant F et $DN = \frac{cQ}{F}$, on aura

$$(NK + \frac{F}{2})^2 = \overline{DN}^2 + \frac{F^2}{4} = \frac{c^2Q^2}{F^2} + \frac{F^2}{4}$$

et par conséquent

$$NK = \frac{-F^2 \pm \sqrt{4c^2Q^2 + F^4}}{2F}.$$

La quantité F étant réelle par l'hypothèse, les deux valeurs NK sont aussi réelles.

Ayant construit le triangle rectangle NKD (*fig.* 9, n° 1), le côté DK sera égal au côté DK du triangle EDK (*fig.* 9); connaissant d'ailleurs l'autre côté EK $= c$ de ce triangle, on construira l'angle EDK et son égal BHC. Ayant placé le côté BC, le côté CA prendra deux positions sur la droite AG; d'où il suit que pour les deux valeurs de NK, on aura quatre triangles qui satisferont à la condition d'être semblables à un triangle donné, et d'avoir trois sommets, l'un au point donné B, et les deux autres sur les deux parallèles aussi données AG, CH.

Pour achever cette solution de M. *Bruno*, il faut considérer le cas où la quantité $a^2 + c^2 - Q^2 = F^2$ est négative; alors on fera : $Q^2 - (a^2 + c^2) = R^2$. La proportion (1) deviendra; $c^2 : \overline{DK}^2 :: \overline{DK}^2 - R^2 : Q^2$. On cherchera une droite KM (*fig.* 9, n° 2), telle qu'on ait : $KM : EK :: Q : R$; d'où l'on tire $KM = \frac{cQ}{R}$, et $c^2 = \frac{R^2 . \overline{KM}^2}{Q^2}$. Mettant cette valeur de c^2 dans la proportion (1), elle devient : $\overline{KM}^2 : \overline{DK}^2 :: \overline{DK}^2 - R^2 : R^2$; d'où l'on a :

$$\overline{KM}^2 + \overline{DK}^2 = \overline{DM}^2 : \overline{DK}^2 :: \overline{DK}^2 : R^2.$$

Ce qui donne :

$$\overline{DK}^2 = DM \times R = \overline{DM}^2 - \overline{KM}^2 ; \overline{KM}^2 = \overline{DM}^2 - R \times DM,$$

et enfin

$$DM = \frac{R^2 \pm \sqrt{4c^2 Q^2 + R^4}}{2R}.$$

Connaissant dans ce triangle (*fig.* 9, n° 2), le côté $KM = \frac{cQ}{R}$, et l'hypothénuse DM, on aura le second côté DK, qui est égal au côté DK du triangle EDK (*fig.* 9). Ce dernier triangle étant construit, le triangle demandé BAC sera déterminé.

Le problème qu'on vient de résoudre pourrait s'énoncer ainsi :

« Connaissant la projection d'un triangle sur un plan,
» et sa similitude, construire ce triangle. »

Baduel, qu'une fin prématurée atteignit peu de mois après son arrivée dans les colonies occidentales, où il s'était rendu en qualité d'ingénieur en chef des ponts et chaussées, avait recherché dans ses momens de loisir, quelle devait être la position du plan d'un triangle donné à l'égard d'un autre plan, pour que la projection orthogonale de ce triangle sur le second plan, fût un triangle équilatéral. J'ai publié dans le tome II de la Correspondance sur l'école polytechnique (cahier de janvier 1809), une solution très-élégante de ce problème, et que je rappelle ici à cause de son analogie avec la question résolue par M. *Bruno*.

FIN.